



Universidad Autónoma del Carmen



Facultad de Ingeniería y Tecnología

---

---

---

NAVEGACIÓN AUTÓNOMA DE UN VEHÍCULO  
ACUÁTICO NO TRIPULADO DEDICADO A LA EXPLORACIÓN  
DE ZONAS COSTERAS

**TESIS**

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Maestro en Ingeniería Mecatrónica

PRESENTA:

Ing. Manuel Joaquín Velueta Guzmán

Cd. del Carmen, Campeche, México. Septiembre de 2018



Universidad Autónoma del Carmen



Facultad de Ingeniería y Tecnología

---

---

---

NAVEGACIÓN AUTÓNOMA DE UN VEHÍCULO  
ACUÁTICO NO TRIPULADO DEDICADO A LA EXPLORACIÓN  
DE ZONAS COSTERAS

**TESIS**

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Maestro en Ingeniería Mecatrónica

PRESENTA:

Ing. Manuel Joaquín Velueta Guzmán

DIRECTOR DE TESIS:  
Dr. José Luis Rullán Lara  
CO-DIRECTOR DE TESIS  
Dr. José Antonio Ruz Hernández

Cd. del Carmen, Campeche, México. Septiembre de 2018

# Dedicatoria

*Pending*

# Agradecimientos

Pending

## Resumen

La navegación autónoma en robótica móvil es una tarea que ha sido ampliamente desarrollada para robots terrestres, sin embargo, para los vehículos de superficie marina representa un gran desafío a trabajar, ya que en casi inexistentes ocasiones se presentarán ambientes en los que no se tengan perturbaciones que afecten al desplazamiento del vehículo.

Este trabajo aborda uno de los problemas más comunes para la robótica móvil (navegación autónoma) pero aplicado al modelo dinámico de un catamarán de dimensiones pequeñas para aplicaciones de monitoreo y adquisición de datos. Se presentan las ecuaciones dinámicas que rigen el comportamiento del vehículo, así como los modelos que describen tres de las perturbaciones ambientales encontradas en zonas costeras: oleaje, corrientes marinas y viento. Se realizan simulaciones numéricas del modelo dinámico con las perturbaciones, un controlador robusto basado en modos deslizantes es diseñado y comparado con un controlador tipo proporcional-derivativo no lineal .

## Abstract

Autonomous navigation in mobile robotics is a task that has been widely developed for terrestrial robots, however for marine surface vehicles represents a great challenge to work, since in almost non-existent occasions environments will be presented in in wich there are no perturbations that affect the displacement of the vehicle.

This work addresses one of the most common problems for mobile robotics (autonomous navigation) but applied to the dynamical model of a catamaran of small dimensions for monitoring and data acquisition applications. The dynamic equations that govern the behaviour of the vehicle are presented, as well as the models that describe three of the environmental perturbations found in coastal areas: waves, marine currents and wind. Numerical simulations of the dynamical model with perturbations are carried out, a robust controller based on sliding modes is designed and compared with a non-linear proportional-derivative type controller.



# Índice general

<b>1. Introducción y estado del arte</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes históricos . . . . .	1
1.2. Navegación en barcos . . . . .	6
1.3. Robótica . . . . .	8
1.4. Estado del arte en USV's . . . . .	10
1.5. Contexto regional de aplicación . . . . .	12
1.6. Planteamiento del problema . . . . .	13
1.7. Justificación . . . . .	14
1.8. Objetivo general y objetivos particulares . . . . .	15
1.9. Metodología . . . . .	15
1.10. Organización de la tesis . . . . .	16
<b>2. Modelado Matemático</b>	<b>17</b>
2.1. Sistemas coordenados . . . . .	17
2.2. Cinemática . . . . .	19
2.3. Cinética . . . . .	20
2.3.1. Ecuaciones de movimiento del cuerpo rígido . . . . .	20
2.3.2. Fuerzas y momentos hidrodinámicos . . . . .	25
2.3.3. Fuerzas y momentos de perturbaciones externas . . . . .	28
2.3.4. Fuerzas y momentos de propulsión . . . . .	28
2.4. Resumen . . . . .	31
2.5. Reducción del modelo a tres grados de libertad . . . . .	31
<b>3. Perturbaciones ambientales</b>	<b>35</b>
3.1. Fuerzas y momentos inducidos por las olas . . . . .	36
3.1.1. Modelo de olas . . . . .	36
3.2. Fuerzas y momentos inducidos por el viento . . . . .	36
3.2.1. Modelo de viento . . . . .	36
3.3. Fuerzas y momentos inducidos por las corrientes oceánicas . . . . .	39
3.3.1. Modelos de corrientes . . . . .	39
3.3.2. Generador de velocidades y direcciones . . . . .	39
3.4. Modelo perturbado . . . . .	40

<b>4. Simulación del modelo matemático en lazo abierto.</b>	<b>41</b>
4.1. Simulación del modelo cinemático. . . . .	41
4.2. Simulación del modelo cinético . . . . .	42
4.3. Simulación del modelo completo . . . . .	44
4.4. Simulación de los actuadores azimutales . . . . .	44
4.5. Simulación de las perturbaciones ambientales (olas inducidas) . . . . .	47
4.6. Simulación de las perturbaciones ambientales (corrientes inducidas) . . . . .	48
4.7. Simulación de las perturbaciones ambientales (olas y corrientes inducidas) . . . . .	51
4.8. Simulación de las perturbaciones ambientales (viento) . . . . .	53
4.9. Efectos combinados de olas, corrientes y viento . . . . .	54
<b>5. Diseño del controlador robusto.</b>	<b>57</b>
5.1. Ley de control basada en control clásico (Proporcional - Derivativo) . . . . .	59
5.2. Ley de control basada en control robusto (Control por Modos Deslizantes) . . . . .	59
5.2.1. Definiciones en control por modos deslizantes . . . . .	60
5.2.2. Diseño de la superficie de deslizamiento . . . . .	61
5.2.3. Diseño de la ley de control . . . . .	64
5.3. Algoritmo de asignación de señales de control . . . . .	66
<b>6. Resultados del controlador</b>	<b>67</b>
6.1. Resultados del controlador PD . . . . .	68
6.2. Resultados del controlador SMC . . . . .	74
<b>7. Conclusiones</b>	<b>80</b>
7.1. Comparación de errores . . . . .	80
7.2. Conclusiones finales . . . . .	81
7.3. Trabajo futuro . . . . .	81
<b>Anexos</b>	<b>86</b>



# Índice de figuras

1.1. Mural de un barco egipcio (Barca Fluvial 1420 a.C.). ( <i>Imágen tomada de Wikipedia</i> ) . . . . .	2
1.2. Barco egipcio. ( <i>Imágen tomada de fundacionaquae.org</i> ) . . . . .	3
1.3. Barco Fenicio. ( <i>Imágen tomada de fundacionaquae.org</i> ) . . . . .	4
1.4. Trirreme Olympias. ( <i>Imágen tomada de tecnologia-maritima.blogspot.com</i> ) . . . . .	5
1.5. Barco romano. ( <i>Imágen tomada de fundacionaquae.org</i> ) . . . . .	6
1.6. USV “ACES” (Fig. a.) y su predecesor “ARTEMIS” (Fig. b.). . . . .	11
1.7. Vehículos “ROAZ I” (Fig. a.) y “ROAZ II” (Fig. b.). ( <i>Imágenes tomadas de [10]</i> )	12
1.8. Vehículo a escala “CyberShip II”. ( <i>Imágen tomada de researchgate.net</i> ) . . . . .	12
2.1. Marcos de referencia inercial (fijo a la tierra) y referencial (fijo al cuerpo). . . . .	18
2.2. Marcos de referencia inercial (fijo a la tierra) y referencial (fijo al cuerpo). . . . .	21
2.3. Fuerza resultante ( $\mathbf{Y}$ ) a lo largo del eje $\mathbf{Y}_b$ , aceleración ( $\dot{u}$ ) a lo largo del eje $\mathbf{X}_b$ . . . . .	26
2.4. Diagrama de fuerzas de restauración y puntos de aplicación. . . . .	28
2.5. Vehículo marino con dos actuadores tipo azimutales. . . . .	30
2.6. Plano de simetría $xz$ . . . . .	32
3.1. Diagrama de inclusión de las perturbaciones ambientales. . . . .	35
3.2. Definición del ángulo de encuentro con las olas. . . . .	37
3.3. Definición del ángulo del viento relativo $\gamma_w$ . . . . .	38
4.1. Respuesta del modelo cinemático con entrada constante $u$ igual a $1.5 \text{ m/s}$ . . . . .	42
4.2. Respuesta del modelo cinemático con entrada constante $u$ igual a $1.5 \text{ m/s}$ en $u$ y $0.5 \text{ rad/s}$ en $r$ . . . . .	42
4.3. Respuesta del modelo cinético con una fuerza de entrada constante igual a $5 \text{ N}$ en el eje $X$ . . . . .	43
4.4. Respuesta del modelo completo con una fuerza de entrada constante igual a $5 \text{ N}$ en el eje $X$ . . . . .	45
4.5. Respuesta del modelo completo con una fuerza de entrada constante igual a $5 \text{ N}$ en el eje $X$ y momento de $1 \text{ N}$ sobre el eje $Z$ . . . . .	45
4.6. Simulación del modelo completo con actuadores (Experimento 1). . . . .	46
4.7. Simulación del modelo completo con actuadores (Experimento 2). . . . .	46
4.8. Experimento 1 incluyendo olas inducidas (desplazamiento en línea recta). . . . .	47
4.9. Experimento 2 incluyendo olas inducidas (desplazamiento con actuadores a $15^\circ$ ). . . . .	48
4.10. Experimento 3 incluyendo olas inducidas (desplazamiento sin fuerzas de propulsión). . . . .	49

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

4.11. Experimento 1 incluyendo corrientes inducidas (desplazamiento en línea recta).	49
4.12. Experimento 2 incluyendo corrientes inducidas (desplazamiento con actuadores a $15^\circ$ ).	50
4.13. Experimento 3 incluyendo corrientes inducidas (desplazamiento sin fuerzas de propulsión).	50
4.14. Experimento 1 incluyendo olas y corrientes inducidas (desplazamiento en línea recta).	51
4.15. Experimento 2 incluyendo olas y corrientes inducidas (desplazamiento con actuadores a $15^\circ$ ).	52
4.16. Experimento 3 incluyendo olas y corrientes inducidas (desplazamiento sin fuerzas de propulsión).	52
4.17. Experimento 1 incluyendo perturbación por viento (desplazamiento en línea recta).	53
4.18. Experimento 2 incluyendo perturbación por viento (desplazamiento con actuadores a $15^\circ$ ).	54
4.19. Experimento 3 incluyendo perturbación por viento (desplazamiento sin fuerzas de propulsión).	55
4.20. Experimento 1 incluyendo efectos de olas, corrientes y viento (desplazamiento en línea recta).	55
4.21. Experimento 2 incluyendo efectos de olas, corrientes y viento (desplazamiento con actuadores a $15^\circ$ ).	56
4.22. Experimento 3 incluyendo efectos de olas, corrientes y viento (desplazamiento sin fuerzas de propulsión).	56
5.1. Flujo de señales del sistema GNC.	58
6.1. Diagrama de la interacción de las perturbaciones ambientales y el modelo.	67
6.2. Resultados del controlador PD para la prueba 1) (estados del sistema).	69
6.3. Resultados del controlador PD para la prueba 1) (errores y señal de control en X).	69
6.4. Resultados del controlador PD para la prueba 1) (señales de control en Y y Z).	70
6.5. Resultados del controlador PD para la prueba 2) (estados del sistema).	70
6.6. Resultados del controlador PD para la prueba 2) (errores y señal de control en X).	71
6.7. Resultados del controlador PD para la prueba 2) (señales de control en Y y Z).	72
6.8. Resultados del controlador PD para la prueba 3) (estados del sistema).	72
6.9. Resultados del controlador PD para la prueba 3) (errores y señal de control en X).	73
6.10. Resultados del controlador PD para la prueba 3) (señales de control en Y y Z).	73
6.11. Resultados del controlador SMC para la prueba 1) (estados del sistema).	74
6.12. Resultados del controlador SMC para la prueba 1) (errores y señal de control en X).	75
6.13. Resultados del controlador SMC para la prueba 1) (señales de control en Y y Z).	75
6.14. Resultados del controlador SMC para la prueba 2) (estados del sistema).	76

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

6.15. Resultados del controlador SMC para la prueba 2) (errores y señal de control en X). . . . .	77
6.16. Resultados del controlador SMC para la prueba 2) (señales de control en Y y Z). . . . .	77
6.17. Resultados del controlador SMC para la prueba 3) (estados del sistema). . .	78
6.18. Resultados del controlador SMC para la prueba 3) (errores y señal de control en X). . . . .	79
6.19. Resultados del controlador SMC para la prueba 3) (señales de control en Y y Z). . . . .	79



# Índice de tablas

1.1. Características de los barcos egipcios. . . . .	4
1.2. Características de los barcos fenicios. . . . .	4
1.3. Características de los barcos griegos. . . . .	5
1.4. Características de las galeras romanas. . . . .	6
2.1. Notación SNAME para vehículos acuáticos. . . . .	18
6.1. Lista de los valores numéricos de los parámetros del modelo dinámico. Los términos no enlistados aquí se asume que son cero. . . . .	68
7.1. Tabla con los ECM del experimento 1). . . . .	80
7.2. Tabla con los ECM del experimento 2). . . . .	81
7.3. Tabla con los ECM del experimento 3). . . . .	81



# Lista de símbolos

$x, y, z$	Tres coordenadas de un plano tridimensional. [ $m$ ]
$\phi, \theta, \psi$	Tres ángulos de rotación de un cuerpo sólido alrededor de los ejes $x, y, z$ respectivamente. [ $rad$ ]
$X_b, Y_b, Z_b$	Tres ejes de un plano tridimensional fijo a un cuerpo rígido. [N/A]
$u, v, w$	Velocidades lineales en los tres ejes de un plano tridimensional. [ $m/s$ ]
$p, q, r$	Velocidades angulares alrededor de los tres ejes de un plano tridimensional. [ $rad/s$ ]
$X, Y, Z$	Fuerzas inducidas en los tres ejes de un plano tridimensional. [ $N$ ]
$K, M, N$	Momentos inducidos alrededor de los tres ejes de un plano tridimensional. [ $Nm$ ]
$\eta$	vector de orientación y posición de un cuerpo rígido. [ $m, rad$ ]
$v$	vector de velocidades lineales y angulares de un cuerpo rígido. [ $m/s, rad/s$ ]
$\tau_{RB}$	Fuerzas y momentos actuando sobre un cuerpo rígido. [ $N, Nm$ ]
$J_1(\boldsymbol{\eta}_2)$	Matriz de rotación obtenida al multiplicar tres matrices de rotación. [N/A]
$J_2(\boldsymbol{\eta}_2)$	Matriz que expresa la orientación de un cuerpo rígido. [N/A]
$\mathbf{r}$	Vector entre el centro de masa de un cuerpo rígido y un marco inercial. [ $m$ ]
$\mathbf{r}_O$	Coordenadas del origen del marco inercial. [ $m$ ]
$\mathbf{r}_G$	Coordenadas del centro de gravedad del cuerpo rígido. [ $m$ ]
$dV$	Diferencial de volumen. [N/A]
$dS$	Diferencial de superficie. [N/A]
$I_o$	Tensor de inercia de un cuerpo rígido. [N/A]
$M_A$	Matriz de masa añadida debido a la inercia del líquido alrededor del cuerpo rígido. [N/A]
$C_A(\mathbf{v})$	Matriz de coriolis y fuerzas centripetas hidrodinámicas. [N/A]
$D(\mathbf{v})$	Matriz de arrastre hidrodinámico o de amortiguamiento lineal potencial. [N/A]
$m$	Masa del cuerpo rígido. [ $m$ ]
$g$	Gravedad en la tierra. [ $m/s^2$ ]

$\rho_{wa}$	Densidad del agua. [ $Kg/m^3$ ]
$\nabla$	volumen desplazado por un cuerpo rígido. [ $m^3$ ]
$\mathbf{f}_g$	Vector de fuerzas gravitacionales actuando sobre un cuerpo rígido. [ $N$ ]
$\mathbf{f}_b$	Vector de fuerzas de flotabilidad actuando sobre un cuerpo rígido. [ $N$ ]
$W$	Peso sumergido de un cuerpo rígido. [ $N$ ]
$B$	Fuerza de flotabilidad de un cuerpo rígido. [ $N$ ]
$g(\boldsymbol{\eta}_2)$	Vector de fuerzas y momentos de restauración. [ $N, Nm$ ]
$\boldsymbol{\tau}$	Vector de fuerzas y momentos de propulsión. [ $N, Nm$ ]
$l_{x_i}, l_{y_i}, l_{z_i}$	Brazos de palanca de los actuadores. [ $m$ ]
$u_i, \alpha_i$	Señales y ángulos de control para actuadores azimutales. [ $N, rad$ ]
$\boldsymbol{\tau}_E$	Vector de fuerzas debido a las perturbaciones ambientales. [ $N$ ]
$\boldsymbol{\tau}_E^{wa}$	Vector de perturbaciones debido a las olas. [ $N$ ]
$\boldsymbol{\tau}_E^{wi}$	Vector de perturbaciones debido al viento. [ $N$ ]
$\beta$	Ángulo de encuentro de las olas con el vehículo. [ $rad$ ]
$\rho_{wa}$	Densidad del agua. [ $Kg/m^3$ ]
$L$	Longitud del vehículo. [ $m$ ]
$B$	Ancho del vehículo. [ $m$ ]
$T$	Calado del vehículo. [ $m$ ]
$A_i$	Amplitud de onda. [ $m$ ]
$\lambda_i$	Longitud de onda. [ $m$ ]
$\omega_{ei}$	Frecuencia de encuentro del vehículo con la ola. [ $rad$ ]
$\phi_i$	Fase aleatoria de una onda. [ $Kg/m^3$ ]
$\rho_{wi}$	densidad del aire. [ $Kg/m^3$ ]
$V_w$	Velocidad del viento. [ $m/s$ ]
$A_{Fw}, A_{Lw}$	Área proyectada frontal y lateral del vehículo. [ $m^2$ ]
$H_{Fw}, H_{Lw}$	Centroides sobre la línea del agua de $A_{Fw}$ y $A_{Lw}$ . [ $m$ ]
$\gamma_w$	Ángulo del viento relativo al frente del vehículo. [ $rad$ ]
$\beta_w$	Dirección del viento. [ $rad$ ]



$C_i(\gamma_w)$	Coefficientes de viento. [N/A]
$\mathbf{v}_r$	Vector de velocidades relativas de las corrientes marinas. [ $m/s$ ]
$\mathbf{v}_c$	Vector de velocidades en el marco referencial de las corrientes marinas. [ $m/s$ ]
$v_c^E$	Vector de velocidades en el marco inercial de las corrientes marinas. [ $m/s$ ]
$V_c$	Velocidad generada por un proceso de markov. [ $m/s$ ]
$\alpha_c$	Ángulo de las corrientes generado por un proceso de markov. [ $rad$ ]
$\beta_c$	Ángulo de ataque de las corrientes generado por un proceso de markov. [ $rad$ ]
$\mathbf{e}$	Vector de errores. [ $m, rad$ ]
$K_p$	Ganancia proporcional. [N/A]
$K_d$	Ganancia derivativa. [N/A] [ $m, rad$ ]
$s(\mathbf{x})$	función de conmutación [N/A]
$V(x, t)$	Función candidata de Lyapunov. [ $m, rad$ ]
$t_r$	Tiempo de alcance a la superficie deslizante [ $s$ ]
$\sigma(\mathbf{e})$	Superficie de deslizamiento [N/A]
$K$	Ganancia del controlador por modos deslizantes. [N/A]
$(\cdot)^\dagger$	Pseudoinversa de una matriz. [N/A]



# Lista de acrónimos

RAE	<i>Real Academia Española.</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i> , Sistema de posicionamiento global.
USV	<i>Unmanned Surface Vehicle</i> , Vehículo no tripulado de superficie.
PID	<i>Proportional, Integral and Derivative</i> , Proporcional, integral y derivativo.
LQR	<i>Linear Quadratic Regulator</i> , Regulador cuadrático lineal.
ANPLT	<i>Área Natural Protegida “Laguna de Términos”.</i>
ROV	<i>Remotely Operated Vehicle</i> , Vehículo operado remotamente.
CAD	<i>Computer Asisted Drawing</i> , Dibujo asistido por computadora.
SNAME	<i>Society of Naval Architects and Marine Engineers</i> , Sociedad de Arquitectos Navales e Ingenieros Marinos.
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i> , Modulación por Ancho de Pulso.
GNC	<i>Guidance, Navigation and Control</i> , Orientación, Navegación y Control.
SMC	<i>Sliding Mode Control</i> , Control por Modos Deslizantes.
PD	<i>Proportional Derivative</i> , Proporcional Derivativo.



# Capítulo 1

## Introducción y estado del arte

### 1.1. Antecedentes históricos

Uno de los principales deseos e intereses del hombre desde sus primeras civilizaciones fué y ha sido el explorar nuevos territorios. Ya sea por necesidad, en búsqueda de alimentos, mejores condiciones de vida, expansión de sus territorios, colonización y/o conquista, el hombre ha tenido que desplazarse a lo largo del globo terráqueo de distintas maneras. A pie, el hombre logró conocer los límites de sus tierras y explorar en las cercanías a mayor detalle, sin embargo fué con el empleo de animales y herramientas que el hombre verdaderamente logró explorar más allá de lo que podía ver.

Un primer obstáculo que tuvo en su afán por explorar fué el tener que atravesar canales de agua, llamense ríos o lagunas, ya que si bien algunas de estas masas de agua se podían rodear a pie, el tiempo gastado en rodear era mucho y suponía un peligro el tener que regresar en horas en donde la luz del día ya no se encontraba disponible. Fué entonces cuando a través de la observación se logró dar cuenta como los troncos de los árboles tenían la capacidad de flotar sobre el agua, esto suponía un fenómeno que debía ser aprovechado para su beneficio.

La unión de dos o más troncos atados a través de ramas de árboles dió origen a lo que se conocen como las primeras embarcaciones. Los métodos de propulsión y gobierno utilizados eran simples barras largas de madera que tocaban con el suelo marino y empujaban a la embarcación.

Estas primeras embarcaciones tuvieron usos de bastante utilidad tales como la pesca y/o trasladarse en distancias cortas. No habrá pasado mucho tiempo cuando se fueron perfeccionando estas embarcaciones para después lanzarse a explorar otros territorios. Estos hechos fueron los inicios de la navegación, la manera de transportar en forma masiva a las personas.

No se tienen muchas evidencias acerca de las primeras embarcaciones, sin embargo se apunta a que todos estos primeros datos tuvieron lugar en la era Mesolítica ya que en esta era se dió el intercambio de las poblaciones nómadas a las sedentarias, se fabricaban las primeras herramientas de piedra y tuvo el nacimiento del dominio de la pesca ya que la finalización del último periodo glaciario se efectuó durante esta era.

## 1.1 Antecedentes históricos

---

Mucho tiempo después tuvieron auge las grandes civilizaciones que precisamente lograron su poderío y expansión gracias a sus embarcaciones relativamente avanzadas. Una de estas civilizaciones pioneras fueron los egipcios, quienes construyeron diferentes tipos de barcos para navegar por el Nilo, su principal vía de comunicación. Es justo mencionar que en el Antiguo Egipto no tenían árboles, por lo que las primeras embarcaciones muy probablemente estaban fabricadas con papiros o juncos atados (Fig. 1.1). Debido a esto, los barcos carecían de quilla<sup>1</sup> y para solucionar este problema se utilizaba una gran soga que recorría el largo del vehículo, de proa a popa, la cual evitaba la quebradura de la nave.



Figura 1.1: Mural de un barco egipcio (Barca Fluvial 1420 a.C.). (Imágen tomada de Wikipedia)

Otra gran civilización que destaca en la historia de la navegación son los fenicios. Esta civilización logró construir barcos mercantes que podían transportar cargas considerables. Incluso, debido a que el comercio marítimo crecía y con ello una competencia entre las civilizaciones por acaparar las principales rutas de comercio, fueron capaces de construir barcos de guerra más grandes y efectivos que sus contemporáneos. Ellos utilizaban la fuerza del viento a través de velas colocadas a lo alto como medio de propulsión. El aporte más significativo de los fenicios a la construcción de barcos, fue el buque de manga ancha que en vez de remos utilizaba las velas y, ya que no había necesidad de remeros, se aprovechaba este espacio para almacenar volúmenes de carga mayores. También se les reconoce por haber desarrollado las galeras birremas y trirremas que reciben estos nombres debido a que los remos se colocaban en dos y tres filas respectivamente.

---

<sup>1</sup>f. Pieza que va de proa a popa por la parte inferior del barco y en que se asienta toda su armazón.

## 1.1 Antecedentes históricos

---

Algunas de las embarcaciones mas destacables de las antiguas civilizaciones pioneras en la construcción naviera se describen a continuación.

### Barcos egipcios.

Las embarcaciones egipcias (Fig. 1.2) mas comunes poseían un mástil y una vela cuadrada que descansaba sobre la verga inferior, la parte superior de la vela era móvil para aprovechar de mejor manera el impulso del viento. Otra característica es que la proa y popa se encontraban siempre elevadas. Al navegar por el rio Nilo hacia el sur la vela era desplegada para aprovechar la fuerza del viento como medio de empuje, y cuando navegaban en dirección contraria se utilizaban los remos. Algunos datos de las embarcaciones egipcias se encuentran en la Tabla 1.1.



Figura 1.2: Barco egipcio. (Imágen tomada de [fundacionaquae.org](http://fundacionaquae.org))

### Barcos fenicios.

La civilización Fenicia fué experta navegante, desarrollando e impulsando el intercambio comercial a través del mar. Desarrollaron innovadoras naves tanto comerciales y de guerra (Fig. 1.3) y tenían extensos conocimientos náuticos. Su principal ruta se desarrollaba desde el actual sur del Líbano hasta lo que es actualmente Cádiz. Podían navegar hasta 4,500 Km. en 50

## 1.1 Antecedentes históricos

---

Tabla 1.1: Características de los barcos egipcios.

Eslora	9-12 m. (barcos pequeños), 43-50 m. (barcos funerarios), 63-90 m. (barcos de faraones)
Manga	3-30 m. Los más grandes
Forma de propulsión y gobierno	Velas montadas sobre el mastil principal y remos. Un remo más grande era usado como timón en la popa.
Metodos para navegar	Observación de la costa y en ocasiones posición del sol y estrellas.

días realizando escalas en algunos puertos. Estos puertos estaban montados estratégicamente a no más de un par de días de distancia para reabastecer viveres. Los fenicios desconocían la brújula por lo que navegaban mayormente de día y bordeando la costa. En la Tabla 1.2 se presentan algunas características de estas naves.

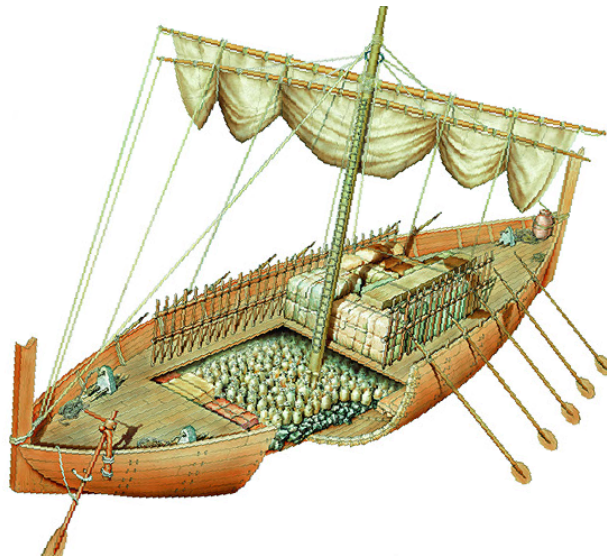


Figura 1.3: Barco Fenicio. (Imágen tomada de [fundacionaquae.org](http://fundacionaquae.org))

Tabla 1.2: Características de los barcos fenicios.

Eslora	20-30 m.
Manga	6-9 m.
Forma de propulsión y gobierno	Velas montadas sobre el mastil principal y remos. Un remo, a veces dos más grandes era usados como timón .
Metodos para navegar	Bordeo de la costa durante el día.



## 1.1 Antecedentes históricos

---

### Trirreme griega.

Desde el siglo VIII a.C. las principales ciudades griegas aprovecharon la calidad de sus barcos y sus navegantes para colonizar toda la costa mediterránea. Las embarcaciones de esta civilización (Fig. 1.4) se caracterizaban principalmente por ser bastante maniobrables, por lo que eran principalmente utilizadas para la guerra. Como el nombre lo indica, los trirremes contaban con tres filas de remos colocados a diferentes niveles, esto permitió a estas naves alcanzar velocidades jamás vistas hasta ese entonces. Eran naves largas, estrechas y con poco calado, todo esto ayudaba a incrementar su maniobrabilidad. En la Tabla 1.3 se presenta un resumen con algunas de sus características. Un ejemplo de este tipo de embarcaciones es el trirreme *Olympias* que aún se encuentra en perfectas condiciones en el Museo Naval de Falero en Grecia.



Figura 1.4: Trirreme Olympias. (Imágen tomada de [tecnologia-maritima.blogspot.com](http://tecnologia-maritima.blogspot.com))

Tabla 1.3: Características de los barcos griegos.

Eslora	30-40 m.
Manga	5-6 m.
Forma de propulsión y gobierno	2 o 3 filas de remos colocadas a distintas alturas y velas como método secundario. Dos remos más grandes eran usados como timón.
Metodos para navegar	Observación de la costa y en ocasiones posición del sol y estrellas.

## 1.2 Navegación en barcos

---

### Galera romana.

Roma no inventó las galeras, sin embargo fué una potencia que tenía una gran cantidad de naves de este tipo en su flota. La galera (Fig. 1.5) combinaba el uso de velas y remos para navegar, aunque cuando el viento se encontraba en contra del sentido de navegación solo podía utilizar los remos como metodo de propulsión. Tenían al frente unos espolones reforzados con metal con lo que podían embestir y causar daño a las naves enemigas. Algunas características de estas naves son recopiladas en la Tabla 1.4.

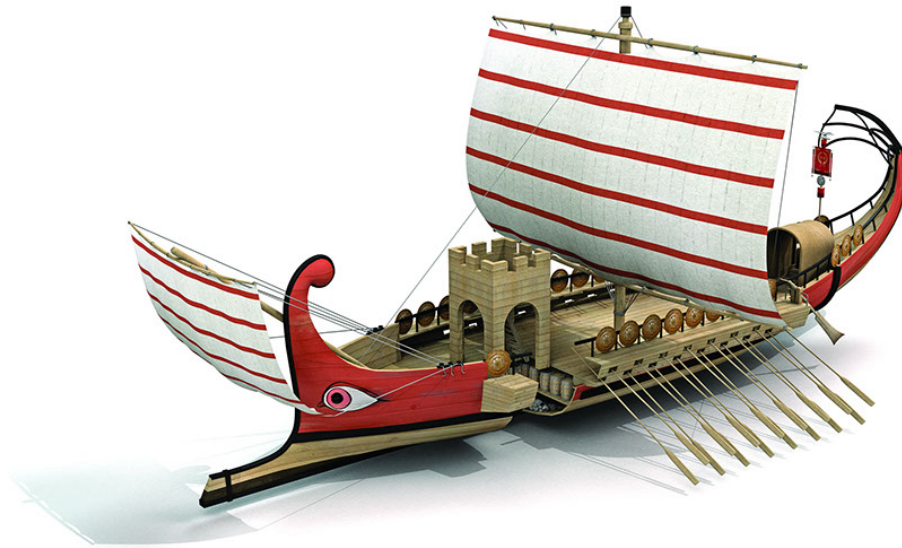


Figura 1.5: Barco romano. (Imágen tomada de [fundacionaquae.org](http://fundacionaquae.org))

Tabla 1.4: Características de las galeras romanas.

Eslora	40-45 m.
Manga	5-7 m.
Forma de propulsión y gobierno	Velas y remos. Un remo más grande era usado como timón.
Metodos para navegar	Observación de la costa y en ocasiones posición del sol y estrellas.

## 1.2. Navegación en barcos

El concepto de navegar, según la real academia española (RAE), se encuentra definido como: desplazarse por el agua en un buque o en otra embarcación y la acción de este verbo, navegación, significa: Ciencia y arte para navegar. Es entonces que este término se encuentra referido en este contexto al desplazamiento que realiza un barco para llegar de un punto a otro sobre el

## 1.2 Navegación en barcos

---

mar, también indica que es una ciencia ya que es necesario tener conocimientos físicos, matemáticos, oceanográficos, astronómicos, etc. y es un arte puesto que el navegante<sup>2</sup> debe poseer cierta destreza y habilidad para llevar a cabo una correcta navegación, esto implica: evitar los peligros y mantener el rumbo fijo hacia el destino, o en su caso, recobrar el correcto rumbo.

La civilización fenicia como se mencionó en la sección anterior, tuvo un gran impacto en la historia de la navegación, no solo por la construcción de sus naves sino por que también poseían el conocimiento de metodos ingeniosos para navegar, por ejemplo, al desconocer la brújula ellos bordeaban la costa sin perder de vista el litoral, a este metodo se le conoce como navegación a cabotaje, y ya que la visibilidad se perdía al entrar la noche solo navegaban durante el día. No fué hasta mucho tiempo despues cuando se adentraron a navegar de noche y se guiaban por la observación de las estrellas, siguiendo la constelación de la osa mayor o empleando tablas de distancia que habían elaborado para este proposito de navegación. A través de la observación nocturna del cielo fué como estas técnicas fueron ingenizadas y con esto aplicaron sus conocimientos astronómicos a la navegación.

En el siglo VII a.c. ya se conocían las propiedades magnéticas de algunos minerales, sin embargo fué hasta el siglo XI cuando se descubrio que estos materiales montados libremente, adoptaban una orientación determinada. La invención de la brújula tal cual, se le atribuye a los chinos. Entre los árabes se mencionaba por primera vez en el siglo XII y probablemente fueron ellos quienes la introdujeron a Europa. Este instrumento fué de gran utilidad para los antiguos navegantes, pues cuando el cielo estaba nublado y la observación de las estrellas no podía efectuarse, recurrían al uso de la brújula ya que esta siempre apuntaba hacia el norte magnético.

Los principales problemas de cualquier navegante son:

- Determinar el rumbo,
- Determinar el tiempo, velocidad y distancia, mientras el viaje se efectúe y
- Determinar la profundidad del mar para no quedarse encallado.

Con los métodos antiguos era posible determinar el rumbo de la nave y la distancia al destino mediante el uso del astrolabio y cartas de navegación y para determinar la profundidad del mar se utilizaban simples lastres que pendían libremente por uno de los costados de la embarcación. Todos estos métodos fueron de suma importancia para realizar expediciones cada vez mas lejanas y colonizar nuevos territorios.

Actualmente la brújula ha sido reemplazada para la navegación de embarcaciones de comercio y/o transporte por el uso de GPS (del inglés, *Global Positioning System*, sistema de posicionamiento global), que hace el uso eficiente de satélites alrededor del globo terráqueo para conocer la orientación, posición y altitud de las embarcaciones. La implementación de modernas técnicas de control e inteligencia artificial dan lugar a pilotos automáticos que

---

<sup>2</sup>Que navega.

## 1.3 Robótica

---

pueden, bajo ciertas condiciones y contextos, dar lugar a navegaciones autónomas en donde se puede prescindir de la intervención humana. Todo esto antes era impensable ya que no era concebible el no hacer uso de los antiguos métodos para realizar una buena navegación.

La navegación autónoma del vehículo contempla los algoritmos con los que el vehículo puede desplazarse entre dos puntos de la manera más corta o siguiendo una trayectoria generada por un usuario o generada de manera automática por un algoritmo de control [1]. Para esto, es necesario dotar de sensores al vehículo para brindarle habilidades perceptivas para poder realizar la localización, planeación y navegación. Cabe mencionar que estos sensores son independientes de los sensores con los que se puede realizar la medición de variables ambientales.

En la navegación influyen varios factores externos propios del medio ambiente sobre el que se desplaza, tales como dirección y magnitud del viento, oleaje, profundidad, etc. Mismos a los cuales el vehículo debe ser robusto, por esta misma cuestión también es necesario dotar a la plataforma móvil con algoritmos para compensar dichas perturbaciones y que las mediciones ambientales sean lo más precisas y exactas posibles.

## 1.3. Robótica

La robótica tiene un gran auge en tiempos actuales, es un principal tema de interés tanto para aquellos que son expertos en el área y como para aquellos que no lo son, ya que se asegura que el uso que se les dá y las aplicaciones que tienen los robots mejorarían en cierta manera las condiciones de vida de la humanidad. A través del paso del tiempo también los robots han ido evolucionando, pasando de ser máquinas que realizaban tareas repetitivas y solo en ambientes industriales a ser dotados con inteligencia artificial y trasladarse a la vida cotidiana. Según la RAE la robótica se define como: Técnica que aplica la informática al diseño y empleo de aparatos que, en sustitución de personas, realizan operaciones o trabajos, por lo general en instalaciones industriales.

Según su cronología los robots se pueden clasificar de la siguiente manera:

- Primera generación: Sistemas mecánicos multifuncionales con un esquema de control sencillo: manual, de secuencia fija o de secuencia variable.
- Segunda generación: Robots de aprendizaje. Repiten una secuencia de movimientos que ha sido ejecutada previamente por un operador humano. El modo de hacerlo es a través de un dispositivo mecánico.
- Tercera generación: Robots con controladores. El controlador es una computadora que ejecuta las órdenes de un programa y las envía a la máquina para que realice los movimientos necesarios.
- Cuarta generación: Robots inteligentes. Al igual que los de la generación anterior poseen un controlador, pero además tienen sensores que envían información del entorno a la computadora y permite una toma inteligente de decisiones y el control del proceso en tiempo real.

### 1.3 Robótica

---

En la actualidad la última etapa de la clasificación anterior es la que se encuentra en desarrollo, con robots autónomos capaces de realizar tareas de inspección, exploración, navegación e incluso tomar decisiones según un criterio con la inteligencia artificial.

Los robots también se pueden clasificar de acuerdo otras características (morfología, aplicación, locomoción, etc.). Según el medio en el que se desplazan se pueden clasificar en:

- Aéreos.
  - Despegue vertical (Cuadricópteros y algunos zoomórficos<sup>3</sup>).
  - Despegue horizontal (Aviones de ala fija y proyectiles).
- Terrestres
  - De base fija (Robots manipuladores y ensambladoras).
  - Móviles (Vehículos con ruedas, algunos zoomórficos y androides).
- Acuáticos
  - Submarinos (Vehículos submarinos y algunos zoomórficos)
  - De superficie (Barcos autónomos)

Los vehículos de superficie no tripulados, *USV* por sus siglas en inglés (*Unmanned Surface Vehicles*) entran en la clasificación de robots y se definen como cualquier vehículo que se encuentra en operación y constante contacto sobre el agua [2], sumergido o semisumergido, el cual no requiere de un operador humano a bordo y puede ser teleoperado, semi-autónomo o autónomo.

Un robot teleoperado es aquel que se controla a distancia mediante un cable físico o un medio inalámbrico. Un robot semi-automático es aquel en que aún estando controlado por algún operador, tiene la capacidad de realizar determinadas *correcciones* del operador humano o viceversa, estando en funcionamiento autónomo, el operador tiene la facultad de realizar *correcciones* en la operación.

Cuando se habla de autonomía se trata con la capacidad que tiene un dispositivo de auto-gobernarse y adaptarse a los cambios que puedan haber en su entorno, por lo que un robot autónomo es aquel que tiene tales facultades de tomar sus propias decisiones sin supervisión de un ser humano.

El uso de los *USV's* tuvo un gran impacto durante la segunda guerra mundial ya que eran utilizados para detectar minas submarinas, reconocimiento de líneas enemigas e incluso como primera línea de ataque.

Existe un alto potencial para uso civil en aplicaciones de transporte, monitoreo, reconocimiento y exploración de zonas costeras y de lugares remotos debido a que el costo de operación y

---

<sup>3</sup>Robots con morfología similar a la de los animales e insectos

## 1.4 Estado del arte en USV's

---

mantenimiento es mucho menor que el de un vehículo acuático a escala completa. También, el hecho ser vehículos no tripulados reduce la posibilidad de pérdida o accidentes en materia de recursos humanos.

Este tipo de vehículo compite con otras plataformas de exploración como vehículos aéreos, boyas meteorológicas y satélites en temas de durabilidad, capacidad de carga, costo, maniobrabilidad, etc. Presentando siempre múltiples ventajas sobre ellos ya que su tamaño compacto les permite navegar en zonas de baja profundidad, a diferencia de un vehículo sumergible, la alta capacidad de carga permite que puedan integrarse múltiples instrumentos de medición sin disminuir su tiempo de operación, a diferencia de los vehículos aéreos y finalmente la capacidad de navegación autónoma hace que el vehículo pueda explorar y monitorear grandes volúmenes de agua, como lagos, ríos, lagunas, etc. lo contrario que sucede con una boya que solo puede monitorear los cambios ambientales desde una posición siempre fija [3].

### 1.4. Estado del arte en USV's

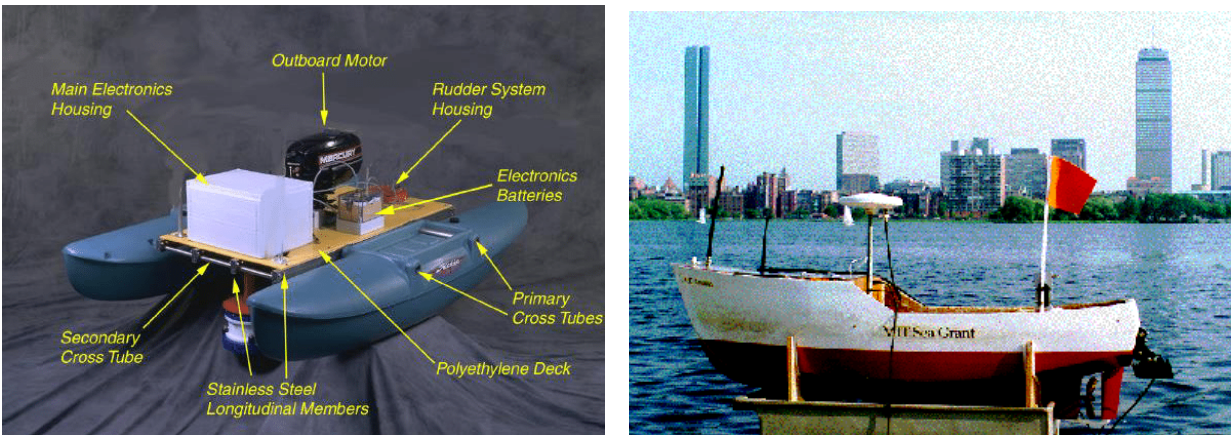
Existen diversos trabajos con barcos autónomos pero no fue hasta 1991 cuando Thor I. Fossen incursionó en el modelado de vehículos marinos. En [4] se describe el modelado no lineal y control de vehículos submarinos donde se unifican algunos conceptos de mecánica clásica e hidrodinámica para obtener el modelo dinámico cinemático y cinético de un submarino. Cabe resaltar la importancia de este trabajo porque proporciona un modelo generalizado aplicable a submarinos y barcos. Se presenta un modelo no lineal de seis grados de libertad, así como un análisis de perturbaciones y estabilidad basado en un modelo linealizado a partir del modelo no lineal. Además, se desarrolla un piloto automático basado en control lineal, como controladores PID (*Proporcional, Integral, Derivativo*) y LQR (*Linear Quadratic Regulator*, Regulador Cuadrático Lineal), y controladores no lineales, como Control por Modo Deslizantes y Control Adaptativo Basado en Pasividad. El mismo trabajo pero utilizando la formulación de Lagrange en vez del enfoque Newton-Euler es presentado en [5].

En [6] se presenta una extensión del trabajo realizado en [4], en el cual se presentan métodos para la parametrización de las matrices de coriolis y fuerzas centrípetas pertenecientes al modelo matemático, con estos métodos se obtienen representaciones con propiedades específicas (antisimetría, definición de positividad, etc.).

El desarrollo de vehículos no tripulados para misiones autónomas tuvo uno de sus primeros trabajos en el año de 1996 con el vehículo "ACES" (Fig. 1.6a) cuyo propósito principal fue realizar una recolección de datos oceanográficos, uno de los principales motivos impulsores fue reducir los costos empleados en las investigaciones oceanográficas al contar con una plataforma autogobernable y de bajo costo que pudiera realizar la recolección de datos sin necesidad de operadores humanos. Este vehículo fue construido en el Instituto Tecnológico de Massachusetts (Estados Unidos) y antes de este vehículo ya se había construido el vehículo "ARTEMIS" (Fig. 1.6b), una réplica a escala de un barco pesquero, sin embargo demostró no ser adecuado para realizar operaciones en zonas costeras y mar abierto debido a su gran cala-

## 1.4 Estado del arte en USV's

do, baja velocidad, poca duración y estabilidad. En [7] se presenta el desarrollo del vehículo antes mencionado así como una comparación con su predecesor construido.



(a) USV “ACES”. (Imágen tomada de [researchgate.net](http://researchgate.net))

(b) USV “ARTEMIS”. (Imágen tomada de [web.mit.edu](http://web.mit.edu))

Figura 1.6: USV “ACES” (Fig. a.) y su predecesor “ARTEMIS” (Fig. b.).

Existen otros trabajos como [8] en donde se describe la adaptación de un sistema funcional comercial (moto acuática) a un sistema autónomo para realizar operaciones de vigilancia y detección de vehículos aéreos. Este tipo de trabajos presentan la característica de que los estudios realizados conforme a estabilidad, maniobrabilidad y durabilidad se encuentran en avance o ya realizados, por lo que el trabajo solo se enfoca en dotar de autonomía al vehículo así como de cierta inteligencia artificial.

Numerosos trabajos relacionados con el desarrollo de vehículos autónomos pueden ser citados. Un ejemplo de ellos son [9] y [10] ambos trabajos publicados relatan el diseño y la implementación de dos vehículos llamados “ROAZ I” y “ROAZ II” (Fig. 1.7) con características técnicas y propósitos muy similares. Fueron construidos con la idea de que pudieran navegar en ambientes como ríos y estuarios donde las perturbaciones ambientales como olas, corrientes y vientos no tienen gran relevancia que afecte el buen desempeño de los vehículos. En otras palabras, fué diseñado para ser operado en espacios con condiciones ambientales despreciables y aguas relativamente tranquilas. El propósito de estos vehículos una vez más, es proveer una plataforma autónoma para la caracterización y monitoreo de los ambientes en donde opera.

Por otra parte existen trabajos con modelos a escala, en los que el principal objetivo es probar algoritmos de control para maniobras. Destaca [11] en donde se presenta un controlador adaptable para el control de maniobras en el vehículo a escala “CyberShip II” (Fig. 1.8). Este tipo de controlador se presenta como la versión adaptable del trabajo realizado anteriormente en [12] en donde se realiza una técnica de diseño recursiva robusta para el problema de control de maniobras. Otros trabajos tales como [13] realizan el seguimiento de ruta utilizando una técnica “Backstepping” para sistemas dinámicos no lineales. La diferencia entre “Maniobraje”

## 1.5 Contexto regional de aplicación

---



(a) USV “ROAZ I”.



(b) USV “ROAZ II”.

Figura 1.7: Vehículos “ROAZ I” (Fig. a.) y “ROAZ II” (Fig. b.). (*Imágenes tomadas de [10]*)

y “Seguimiento de ruta” es que el primer concepto se refiere a hacer que el vehículo siga una trayectoria parametrizada y permanezca dentro de ella, tarea común realizada cuando los barcos atracan en los muelles. La segunda tarea implica que el vehículo desarrolle una tarea geométrica y una tarea dinámica al mismo tiempo llevando al vehículo de una posición a otra distinta siguiendo una trayectoria específica.

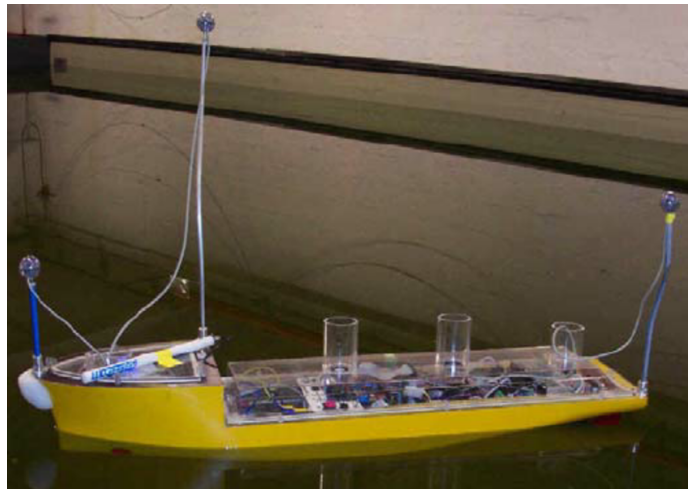


Figura 1.8: Vehículo a escala “CyberShip II”. (*Imagen tomada de researchgate.net*)

## 1.5. Contexto regional de aplicación

El Área Natural Protegida “Laguna de Términos” (ANPLT) situada en la parte sur del Estado de Campeche fue declarada bajo este régimen de protección del Sistema Nacional de Áreas Naturales Protegidas el 6 de junio de 1994. Se ubica en la zona costera de Campeche, entre el Río San Pedro y San Pablo al occidente y el área de drenaje del Estero de Sabancuy hacia el oriente, con una superficie de 705,016 hectáreas y compartiendo territorio de los mu-



## 1.6 Planteamiento del problema

---

nicipios de Carmen, Palizada y Champotón. En el estado de Campeche, los manglares mejor desarrollados y más extensos se localizan en la Laguna de Términos. Además, el estado de Campeche está considerado como el primer estado a nivel nacional referido a su superficie de manglar [14].

La zona cuenta con grandes extensiones de manglares que constituyen el hábitat de especies de crustáceos y peces de importancia comercial (camarón, robalo, corvina, pargo, jaiba, etc.) y de mamíferos endémicos (manatí, mapache, ocelote, jaguar, etc.). Más aún, constituyen una zona ideal de reproducción y anidación de reptiles (tortugas, cocodrilos, etc.) y aves (cigüeña jaribú, halcón peregrino, pelícano blanco, etc.). Es importante resaltar el hecho que tres (blanca, carey, Lora) de las ocho especies de tortugas marinas nacen en esta zona.

Estos ambientes marinos y estuarinos son altamente dinámicos y con un flujo continuo importante y transporte de sedimentos entre la parte marina y los cuerpos de aguas interiores. El uso y cuidado de la zona es de gran importancia para mantener el equilibrio ecológico. Es necesario efectuar tareas de exploración de la biodiversidad y efectuar levantamientos hidrográficos en las áreas extremadamente bajas o riesgosas que impidan utilizar vehículos convencionales. La exploración de la biodiversidad permite el monitoreo de la dinámica natural de la flora y fauna con su entorno mientras que los levantamientos hidrográficos permiten la construcción o actualización de la cartografía náutica del área natural protegida.

En contraparte a la trascendental importancia natural del Área, ésta se encuentra dentro de la zona de exploración y extracción de hidrocarburos más importante de México en la sonda de Campeche.

## 1.6. Planteamiento del problema

Diferentes factores económicos (navegación, urbanización, alteraciones de régimen hidrológico de la cuenca, extracción de petróleo, etc.) afectan los hábitats críticos del Área Natural Protegida perturbando el equilibrio biológico y por ende trastornando la vida silvestre. Sin embargo, programas de uso y cuidado de la zona pueden implementarse con ayuda de la ciencia y tecnología. Específicamente, la exploración de la biodiversidad de la zona y la actualización del perfil del fondo marino de zonas bajas o riesgosas puede realizarse con ayuda de una plataforma autónoma no tripulada [15].

Para ambientes marinos y submarinos, los vehículos operados remotamente (ROV, por sus siglas en inglés, Remotely Operated Vehicle) son comúnmente utilizados. En la sonda de Campeche, los ROV apoyan en las actividades de exploración y extracción del petróleo en el Golfo de México. Pero, en las zonas costeras del ANPLT las profundidades son extremadamente bajas y de acceso limitado para ROV convencionales. En virtud de estas condiciones, es importante innovar plataformas adaptadas a estas condiciones naturales y que al mismo tengan nulo impacto en el equilibrio natural de la ANPLT.

## 1.7 Justificación

---

Se pueden utilizar vehículos autónomos aéreos (Cuya alta maniobrabilidad es de gran ayuda para monitorear desde las alturas y aparte permite sondear una mayor extensión territorial en menos tiempo.), submarinos (Ayudan a explorar la flora y fauna silvestre que existe en las aguas profundas) o de desplazamiento sobre la superficie del agua para realizar tareas de exploración. Sin embargo, los vehículos de desplazamiento sobre la superficie del agua como son los botes, cuentan con mejor autonomía de navegación y de maniobrabilidad en aguas de la ANPLT.

Los USV presentan mayores ventajas sobre los vehículos aéreos y los ROV, siendo la principal su tiempo de autonomía, ya que un USV con el equipamiento adecuado puede desarrollar misiones de larga duración (una a dos semanas [16]), mientras que los vehículos aéreos y los ROV están limitados a su alto consumo energético y baja capacidad de carga. Así mismo los ROV utilizan un cordón umbilical [17] que debido a su longitud restringe el desplazamiento del mismo mientras se encuentra sumergido.

También, debido a la zona de aguas poco profundas que se pretende explorar, es necesario contar con un compensador de movimiento inducido por el oleaje característico de esta zona para que las mediciones batimétricas realizadas cuenten con un menor grado de error en la medición y por ende mayor precisión. Para esto es necesario caracterizar la dinámica del oleaje inducido [18] e incluirlo en el modelo matemático del USV para poder desarrollar controladores capaces de rechazar estas perturbaciones por oleaje [19].

## 1.7. Justificación

El estudio y actualización del lecho marino de las áreas naturales protegidas del sureste del país es de suma importancia, ya que es hábitat de una extensa biodiversidad de flora y fauna silvestre que es continuamente cambiante. En la Laguna de Términos, se tiene una extensa zona de aguas poco profundas para las cuales, embarcaciones que pretenden monitorear y explorar la zona, tienen imposibilitado su adentramiento. Por esta razón el desarrollo y uso de un vehículo acuático autónomo de tipo embarcación dedicado a la exploración de zonas costeras se propone como alternativa a vehículos sumergibles de dimensiones completas. Además el diseño del compensador de movimiento inducido por el oleaje, permitirá realizar batimetrías de mejor calidad.

# 1.8. Objetivo general y objetivos particulares

### Objetivo general

Diseñar un algoritmo de control para un vehículo acuático no tripulado dedicado a la exploración de la biodiversidad marina en aguas poco profundas.

### Objetivos específicos

1. Analizar el modelo matemático de un vehículo acuático en 3 grados de libertad.
2. Analizar los efectos de las perturbaciones ambientales en el modelo matemático en 3 grados de libertad.
3. Diseñar un algoritmo de control de navegación autónoma para el vehículo acuático no tripulado.

## 1.9. Metodología

### **Etapa 1: Revisión bibliográfica y estado del arte.**

En primer lugar se llevará a cabo una revisión bibliográfica sobre vehículos autónomos para conocer las principales aplicaciones que tienen, los principales objetivos de control y avances en el desarrollo de vehículos acuáticos autónomos. Se estudiarán las dimensiones y características principales sobre los trabajos encontrados.

### **Etapa 2: Estudio del modelo matemático de sistemas marinos enfocado en vehículos en 3 grados de libertad.**

Esta etapa está dedicada al estudio del modelo matemático del vehículo acuático. Incluye tanto el modelo cinemático como el modelo dinámico del sistema. Se realizará el estudio del modelo completo en 6 grados de libertad y posteriormente se realizará la simplificación del modelo a 3 grados de libertad. El modelo se validará con simulaciones numéricas en MATLAB/Simulink.

### **Etapa 3: Estudio de los modelos matemáticos de perturbaciones ambientales en ambientes marinos.**

Se realizará la investigación de los modelos matemáticos de las perturbaciones ambientales para vehículos acuáticos y posteriormente se estudiará un modelo que permita generar parámetros variables automáticamente tales como: velocidad de viento, corrientes y ángulos de encuentro de olas, corrientes y viento. Al concluir esta etapa se deberá simular las perturbaciones ambientales e incluirlas en el modelo matemático del vehículo en 3 grados de libertad.

### **Etapa 4: Diseño del algoritmo de control para la navegación autónoma del vehículo.**

Con base en el modelo del matemático del vehículo se diseñarán dos algoritmos de control de navegación y posicionamiento de la plataforma. Se probarán a nivel de simulación en

MATLAB/Simulink bajo condiciones controladas con los parámetros correspondientes a las perturbaciones ambientales determinadas en la etapa anterior. El algoritmo de navegación deberá ser capaz de seguir trayectorias definidas por coordenadas simuladas y deberá ser robusto ante los efectos de las perturbaciones ambientales.

### 1.10. Organización de la tesis

Este trabajo se encuentra dividido en seis capítulos donde se abordan los temas pertinentes al desarrollo del algoritmo de navegación del barco. Durante el primer capítulo se presentaron antecedentes históricos y el estado del arte en vehículos autónomos. El segundo capítulo trata con el modelado matemático del vehículo autónomo, se presentan los modelos cinemático y cinético del barco así como la reducción del modelo matemático a tres grados de libertad.

El tercer capítulo describe las perturbaciones ambientales a las cuales se encuentra sujeto el barco en un ambiente marino real, estas perturbaciones son: olas, viento y corrientes inducidas, al finalizar el capítulo se presenta el modelo matemático perturbado del vehículo acuático. Para tener una mejor idea del comportamiento dinámico del vehículo y también de como las perturbaciones afectan al desplazamiento de este, en el capítulo cuatro se presentan distintas simulaciones numéricas realizadas con el software apropiado, se realiza una descripción de cada experimento y se interpretan los resultados obtenidos.

Es necesario que el algoritmo de navegación del vehículo autónomo sea capaz de desarrollar el mejor comportamiento posible para el barco ante las perturbaciones, por lo que en el capítulo cinco se aborda el diseño de dos controladores, uno basado en un controlador clásico Proporcional-Derivativo y otro basado en control robusto por modos deslizantes.

Finalmente en el capítulo seis se recopilan los resultados obtenidos al simular el modelo matemático del vehículo con el controlador robusto para minimizar los efectos de las perturbaciones.

# Capítulo 2

## Modelado Matemático

Para el diseño de controladores, así como de sistemas de navegación y localización de vehículos autónomos acuáticos es necesario contar con el modelo matemático que describa su comportamiento dinámico incluso mas que el estático. El modelo estático trata con cuerpos en equilibrio, en reposo o movimiento, mientras que el modelo dinámico describe el comportamiento del vehículo debido a aceleraciones causadas por perturbaciones o entradas de control.

En esta sección se presenta el modelado dinámico del vehículo “Delfin Explorador I”, iniciando con la representación del sistema coordinado del vehículo hasta llegar al comportamiento debido a fuerzas externas del ambiente en el que se encuentra trabajando.

### 2.1. Sistemas coordinados

Para cualquier cuerpo rígido se necesitan seis coordenadas independientes para determinar su posición y orientación. Las primeras tres coordenadas  $(x, y, z)$  y sus derivadas con respecto al tiempo se utilizarán para describir las posiciones y velocidades traslacionales del cuerpo a lo largo de los ejes  $xyz$ , mientras que las últimas tres coordenadas  $(\phi, \theta, \psi)$  y sus respectivas derivadas con respecto al tiempo se usarán para describir la orientación y velocidades angulares alrededor de los ejes  $xyz$ . La siguiente notación perteneciente a la Sociedad de Arquitectos Navales e Ingenieros Marinos (*Society of Naval Architects and Marine Engineers, SNAME*), [20], se utilizará en este trabajo, en la Tabla 2.1 se presenta un resumen.

Dos marcos de referencia se utilizan para desarrollar las ecuaciones de movimiento. El primero, llamado marco inercial  $X, Y, Z$  se encuentra fijo a un punto arbitrario en la tierra, el segundo, llamado marco referencial  $X_b, Y_b, Z_b$  se encuentra fijo al cuerpo rígido. En la Figura (2.1) se puede observar con mayor detalle ambos marcos de referencia, uno denotado por  $(X_b, Y_b, Z_b)$  el cual es el marco fijo al cuerpo rígido y el otro es  $(X, Y, Z)$ . Los movimientos principales realizados por el barco también pueden ser apreciados en la imagen, siendo el desplazamiento y rotación sobre el eje  $X_b$  avance y alabeo, de igual manera a los movimientos sobre el eje  $Y_b$  se denotan como deriva y cabeceo y las interacciones en el eje  $Z_b$  son la elevación y guiñada respectivamente. La interacción entre el avance, deriva y guiñada puede dar lugar a un desplazamiento en dos dimensiones considerando ciertas restricciones en el

## 2.1 Sistemas coordenados

Grado de libertad	Nombre de la variable	Fuerza y momento	Velocidad lineal y angular	Posición y orientación
1	Avance	X	$u$	$x$
2	Deriva	Y	$v$	$y$
3	Elevación	Z	$w$	$z$
4	Alabeo	K	$p$	$\phi$
5	Cabeceo	M	$q$	$\theta$
6	Guiñada	N	$r$	$\psi$

Tabla 2.1: Notación SNAME para vehículos acuáticos.

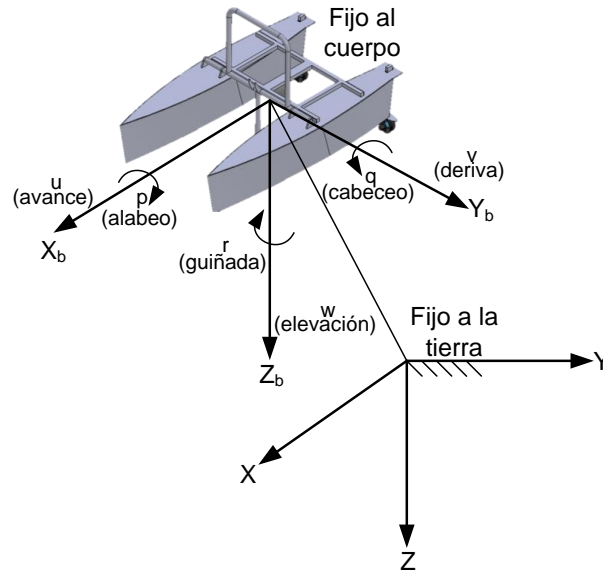


Figura 2.1: Marcos de referencia inercial (fijo a la tierra) y referencial (fijo al cuerpo).

movimiento similares a las de un sistema no-holonómico<sup>1</sup>.

Con base en la Tabla 2.1 se definen los siguientes vectores:

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\eta} &= [\boldsymbol{\eta}_1 \quad \boldsymbol{\eta}_2]^T, & \boldsymbol{\eta}_1 &= [x \quad y \quad z]^T, & \boldsymbol{\eta}_2 &= [\phi \quad \theta \quad \psi]^T \\
 \boldsymbol{v} &= [\boldsymbol{v}_1 \quad \boldsymbol{v}_2]^T, & \boldsymbol{v}_1 &= [u \quad v \quad w]^T, & \boldsymbol{v}_2 &= [p \quad q \quad r]^T \\
 \boldsymbol{\tau}_{RB} &= [\boldsymbol{\tau}_1 \quad \boldsymbol{\tau}_2]^T, & \boldsymbol{\tau}_1 &= [X \quad Y \quad Z]^T, & \boldsymbol{\tau}_2 &= [K \quad M \quad N]^T
 \end{aligned}$$

donde  $\boldsymbol{\eta}$  es el vector de posición y orientación con coordenadas en el marco inercial,  $\boldsymbol{v}$  es el vector de velocidades lineales y angulares con coordenadas en el marco referencial y  $\boldsymbol{\tau}_{RB}$  son las fuerzas y momentos actuando sobre el cuerpo rígido.

<sup>1</sup>En robótica se refiere a aquellos robots que no son capaces de modificar su dirección instantáneamente sin necesidad de rotar previamente

## 2.2. Cinemática

La cinemática de un cuerpo rígido trata solo con la representación geométrica de la posición y la orientación del cuerpo sin considerar fuerzas externas. La primera derivada del vector de posición  $\eta_1$  está relacionado con el vector de velocidad lineal  $v_1$  a través de la siguiente transformación:

$$\dot{\eta}_1 = J_1(\eta_2)v_1. \quad (2.1)$$

Donde  $J_1(\eta_2)$  es una matriz de transformación obtenida a través de la multiplicación de matrices de transformación elementales de los ángulos de Euler. La matriz de transformación  $J_1$  es ortogonal, esto es  $J_1^T(\eta_2)J_1(\eta_2) = I$  por lo que la transformación de velocidad lineal inversa puede ser escrita como

$$v_1 = J_1^{-1}(\eta_2)\dot{\eta}_1 = J_1^T(\eta_2)\dot{\eta}_1 \quad (2.2)$$

La matriz  $J_1(\eta_2)$  se obtiene al realizar tres rotaciones sucesivas en las cuales el orden no es arbitrario. Es usual utilizar la convención xyz especificada en términos de los ángulos de Euler para las rotaciones, esto es: primero una rotación de un ángulo  $\psi$  en el eje x, seguido de una rotación de un ángulo  $\theta$  en el eje y y por último, rotación de un ángulo  $\phi$  en el eje z. La secuencia de rotaciones se escribe como:

$$J_1(\eta_2) = C_{z,\psi}C_{y,\theta}C_{x,\phi}$$

donde

$$C_{z,\psi} = \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C_{y,\theta} = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \quad C_{x,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi & c_\phi \end{bmatrix}$$

y  $s_\gamma = \text{sen}(\gamma)$ ,  $c_\gamma = \text{cos}(\gamma)$ . Al realizar las operaciones correspondientes se tiene

$$J_1(\eta_2) = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & -s_\psi c_\phi + c_\psi s_\theta s_\phi & s_\psi s_\phi + c_\psi c_\phi c_\theta \\ s_\psi c_\theta & c_\psi c_\phi + s_\phi s_\theta s_\psi & -c_\psi s_\phi + s_\theta s_\psi c_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

De igual manera la primera derivada del vector de los ángulos de Euler  $\eta_2$  con respecto al tiempo, está relacionada con el vector de velocidades del cuerpo rígido  $v_2$  a través de la siguiente transformación:

$$\dot{\eta}_2 = J_2(\eta_2)v_2 \quad (2.4)$$

con

$$J_2(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & s_\phi t_\theta & c_\phi t_\theta \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi/c_\theta & c_\phi/c_\theta \end{bmatrix}, t_\gamma = \tan(\gamma) \quad (2.5)$$

En esta última expresión la matriz  $J_2(\eta_2)$  no cumple la propiedad de ortogonalidad  $J_2^{-1}(\eta_2) \neq J_2^T(\eta_2)$  y se debe notar además que  $J_2(\eta_2)$  es singular para un ángulo  $\theta = \pm 90^\circ$ . Para barcos

## 2.3 Cinética

esto no es un problema ya que el espacio de trabajo para el ángulo de cabeceo es mucho menor, sin embargo esto supondría un problema para vehículos submarinos y para vehículos aéreos por lo que se necesita una representación equivalente en cuaterniones [21]. La relación anterior no es una transformación de coordenadas ya que los ángulos de Euler no lo son, simplemente expresan como el cuerpo rígido se encuentra orientado con respecto al marco inercial. La relación inversa entre  $\dot{\boldsymbol{\eta}}_2$  y  $\mathbf{v}_2$  puede ser escrita como:

$$\mathbf{v}_2 = J_2^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2)\dot{\boldsymbol{\eta}}_2$$

donde

$$J_2^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_\theta \\ 0 & c_\phi & c_\theta s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix}.$$

Combinando las ecuaciones (2.1) y (2.4) se obtiene el siguiente modelo cinemático:

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1(\boldsymbol{\eta}_2) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & J_2(\boldsymbol{\eta}_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \dot{\boldsymbol{\eta}} = J(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{v} \quad (2.6)$$

Este modelo como se indicó anteriormente expresa la posición y orientación de cualquier cuerpo rígido con respecto a un marco de referencia inercial. Los valores de entrada son velocidades lineales y angulares contenidas en el vector  $\mathbf{v}$  y no considera las fuerzas externas ni las causas que las originan, esto se aborda en detalle en la siguiente sección.

## 2.3. Cinética

Es la parte de la física que estudia los sistemas estáticos o en movimiento mediante el empleo de los conceptos de longitud, tiempo y masa. En el modelado de sistemas físicos, el modelo cinético, permite conocer como interactúa el sistema debido a sus propiedades físicas y geométricas. Para el caso de vehículos marinos también se incluyen los efectos debidos al ambiente en donde se desplaza el vehículo. El desarrollo de esta sección se realizó con base en [4] y [22].

### 2.3.1. Ecuaciones de movimiento del cuerpo rígido

Sea la segunda Ley de Newton en términos de conservación del momento lineal y angular respectivamente:

$$\int_V \frac{d}{dt} \left( \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) \rho_A dV = \int_V \rho_A g dV + \int_S f dS \quad (2.7)$$

$$\int_V \frac{d}{dt} \left( \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) \rho_A dV = \int_V \mathbf{r} \times \rho_A g dV + \int_S \mathbf{r} \times f dS \quad (2.8)$$

donde  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_O + \mathbf{r}_G$  es el vector que une el origen del marco inercial con el centro de gravedad del cuerpo rígido como se puede ver en la Figura (2.2). Las derivadas del tiempo de  $\mathbf{r}$  medidas en  $X, Y, Z$  y  $X_b, Y_b, Z_b$  están relacionadas a través de



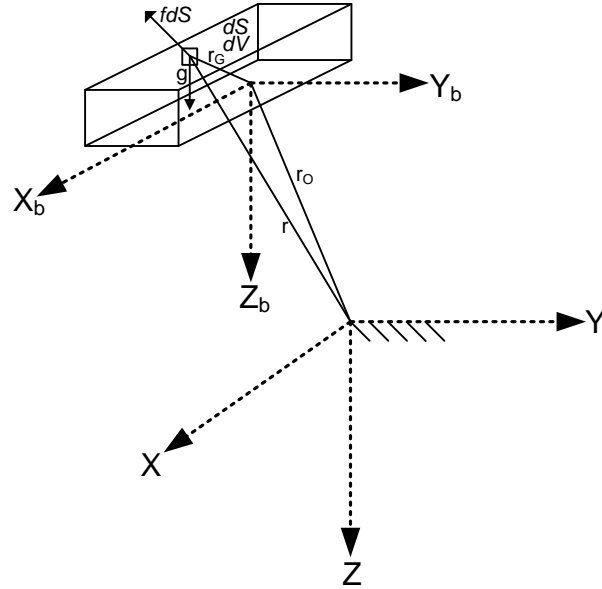


Figura 2.2: Marcos de referencia inercial (fijo a la tierra) y referencial (fijo al cuerpo).

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \dot{\mathbf{r}} + \mathbf{v}_2 \times \mathbf{r}. \quad (2.9)$$

En donde  $\frac{d\mathbf{r}}{dt}$  es la derivada del tiempo de  $\mathbf{r}$  en  $X, Y, Z$ ,  $\dot{\mathbf{r}}$  es la derivada del tiempo de  $\mathbf{r}$  en  $X_b, Y_b, Z_b$  y  $\mathbf{v}_2$  es el vector de velocidad angular. Sustituyendo  $\mathbf{r}$  en el lado izquierdo de la ecuación (2.7) se tiene lo siguiente:

$$\int_V \frac{d}{dt} \left( \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) \rho_A dV = \int_V \frac{d}{dt} \left( \frac{d\mathbf{r}_O}{dt} + \frac{d\mathbf{r}_G}{dt} \right) \rho_A dV = \int_V \left( \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} + \frac{d^2\mathbf{r}_G}{dt^2} \right) \rho_A dV \quad (2.10)$$

Donde se ha realizado el cambio de variable  $\mathbf{v}_1 = \frac{d\mathbf{r}_O}{dt}$ . Debido a que se está tratando con un cuerpo rígido se tiene que no existe cambio alguno entre los puntos contenidos dentro del mismo, esto es:  $\dot{\mathbf{r}}_G = 0$ . Con la suposición anterior y utilizando la ecuación (2.9) resultan las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{r}_G}{dt} &= \dot{\mathbf{r}}_G + \mathbf{v}_2 \times \mathbf{r}_G = \mathbf{v}_2 \times \mathbf{r}_G \\ \frac{d^2\mathbf{r}_G}{dt^2} &= \dot{\mathbf{v}}_2 \times \mathbf{r}_G + \mathbf{v}_2 \times \dot{\mathbf{r}}_G = \dot{\mathbf{v}}_2 \times \mathbf{r}_G + \mathbf{v}_2 \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{r}_G) \\ \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} &= \dot{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Sustituyendo las relaciones anteriores en la ecuación (2.10) se obtiene:

$$\int_V (\dot{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1 + \dot{\mathbf{v}}_2 \times \mathbf{r}_G + \mathbf{v}_2 \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{r}_G)) \rho_A dV = \int_V \rho_A g dV + \int_S f dS$$

y asumiendo una masa constante

## 2.3 Cinética

$$m = \int_V \rho_A dV, \quad (2.12)$$

la ecuación anterior se simplifica a la siguiente expresión:

$$m(\dot{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1 + \dot{\mathbf{v}}_2 \times \mathbf{r}_G + \mathbf{v}_2 \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{r}_G)) = \boldsymbol{\tau}_1 \quad (2.13)$$

en donde las fuerzas externas están incluidas en el vector  $\boldsymbol{\tau}_1$ .

Siguiendo un proceso similar para la ecuación (2.8) y usando las expresiones (2.11) se tiene

$$\int_V \left( \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) \rho_A dV + \int_V \mathbf{r} \times \frac{d}{dt} \left( \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) \rho_A dV = \int_V \mathbf{r} \times \rho_A g dV + \int_S \mathbf{r} \times f dS$$

Considerando nuevamente el vector  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_O + \mathbf{r}_G$  y que el producto cruz de un vector por si mismo es cero ( $\frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} = 0$ ) la ecuación anterior se convierte en

$$\int_V (\mathbf{r}_O + \mathbf{r}_G) \times \ddot{\mathbf{r}} \rho_A dV = \int_V (\mathbf{r}_O + \mathbf{r}_G) \times \rho_A g dV + \int_S (\mathbf{r}_O + \mathbf{r}_G) \times f dS$$

De la ecuación anterior se puede eliminar los términos correspondientes al momento lineal (2.7)

$$\mathbf{r}_O \times \underbrace{\int_V \ddot{\mathbf{r}} \rho_A dV - \int_V \rho_A g dV - \int_S f dS}_0 = 0$$

por lo que se obtiene

$$\int_V \mathbf{r}_G \times (\ddot{\mathbf{r}}_O + \ddot{\mathbf{r}}_G) \rho_A dV = \int_V \mathbf{r}_G \times \rho_A g dV + \int_S \mathbf{r}_G \times f dS \quad (2.14)$$

y sustituyendo los resultados de la ecuación (2.11) se tiene

$$\begin{aligned} \int_V \mathbf{r}_G \times (\dot{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1 + \dot{\mathbf{v}}_2 \times \mathbf{r}_G + \mathbf{v}_2 \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{r}_G)) \rho_A dV = \\ \int_V \mathbf{r}_G \times \rho_A dV + \int_S \mathbf{r}_G \times f dS. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Es posible reescribir el último término del lado izquierdo de la ecuación anterior utilizando la expansión del triple producto vectorial ( $a \times (b \times c) = b(a \cdot c) - c(a \cdot b)$ ) por lo que resulta la siguiente expresión

$$\begin{aligned} \int_V \mathbf{r}_G \times (\mathbf{v}_2 \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{r}_G)) \rho_A dV &= \int_V \mathbf{r}_G \times (\mathbf{v}_2(\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{r}_G) - \mathbf{r}_G(\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{v}_2)) \rho_A dV \\ &= \int_V \mathbf{r}_G \times \mathbf{v}_2(\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{r}_G) \rho_A dV - \int_V \underbrace{\mathbf{r}_G \times \mathbf{r}_G}_{0} (\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{v}_2) \rho_A dV \end{aligned}$$

## 2.3 Cinética

---

Aquí es posible utilizar la definición del tensor de inercia calculado con respecto al origen local del cuerpo rígido, la cual es la siguiente.

$$\begin{aligned}\int_V \mathbf{r}_G \times (\dot{\mathbf{v}}_2 \times \mathbf{r}_G) \rho_A dV &= I_o \dot{\mathbf{v}}_2 \\ \int_V \mathbf{r}_G \times \mathbf{v}_2 (\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{r}_G) \rho_A dV &= \mathbf{v}_2 \times I_o \mathbf{v}_2\end{aligned}$$

en donde

$$I_o = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix}$$

y los elementos  $I_x, I_y$  e  $I_z$  son los momentos de inercia alrededor de los ejes xyz y  $I_{xy}, I_{xz}$  e  $I_{yz}$  son los productos de inercia. Todos estos términos se definen como:

$$\begin{aligned}I_x &= \int_V (y^2 + z^2) \rho_A dV & , & \quad I_{xy} = \int_V xy \rho_A dV \\ I_y &= \int_V (x^2 + z^2) \rho_A dV & , & \quad I_{xz} = \int_V xz \rho_A dV \\ I_z &= \int_V (x^2 + y^2) \rho_A dV & , & \quad I_{yz} = \int_V yz \rho_A dV.\end{aligned}$$

Realizando todas las sustituciones correspondientes en la ecuación (2.15) y asumiendo una masa constante, finalmente se obtiene la siguiente ecuación:

$$m \mathbf{r}_G \times \dot{\mathbf{v}}_1 + m \mathbf{r}_G \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1) + I_o \dot{\mathbf{v}}_2 + \mathbf{v}_2 \times (I_o \mathbf{v}_2) = \boldsymbol{\tau}_2 \quad (2.16)$$

con el vector  $\boldsymbol{\tau}_2$  conteniendo a todos los momentos externos. Utilizando la notación SNAME descrita en la tabla 2.1 se recuerda que  $\boldsymbol{\tau}_1 = [X \ Y \ Z]^T$  es el vector de fuerzas externas,  $\boldsymbol{\tau}_2 = [K \ M \ N]^T$  son los momentos de las fuerzas externas,  $\mathbf{v}_1 = [u \ v \ r]^T$  es la velocidad del origen del cuerpo rígido,  $\mathbf{v}_2 = [p \ q \ r]^T$  es la velocidad angular alrededor del origen del cuerpo rígido y  $\mathbf{r}_G = [x_G \ y_G \ z_G]^T$  son las coordenadas del centro de gravedad del cuerpo rígido.

Los cuales siendo sustituidos en las ecuaciones (2.13) y (2.16) y desarrollando los productos vectoriales indicados dan como resultado las siguientes ecuaciones

## 2.3 Cinética

$$m[\dot{u} - vr + wq - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})] = X \quad (2.17)$$

$$m[\dot{v} - wp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(qp + \dot{r})] = Y \quad (2.18)$$

$$m[\dot{w} - uq + vp - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rq + \dot{p})] = Z \quad (2.19)$$

$$I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr - (\dot{r} + pq)I_{xz} + (r^2 - q^2)I_{yz} + (pr - \dot{q})I_{xy} \\ + m[y_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{v} - wp - ur)] = K \quad (2.20)$$

$$I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{xz} + (qp - \dot{r})I_{yz} \\ + m[z_G(\dot{u} - vr + wq) - x_G(\dot{w} - uq - vp)] = M \quad (2.21)$$

$$I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} + (rq - \dot{p})I_{xz} \\ + m[x_G(\dot{v} - wp + ur) - y_G(\dot{u} - vr - wq)] = N \quad (2.22)$$

Utilizando los vectores  $\mathbf{v} = [u \ v \ w \ p \ q \ r]^T$  como el vector de velocidades generalizado en el marco referencial y  $\boldsymbol{\tau}_{RB} = [X \ Y \ Z \ K \ M \ N]^T$  como el vector generalizado de fuerzas y momentos externos, las expresiones (2.17) - (2.22) se pueden reescribir de forma matricial como:

$$M_{RB}\dot{\mathbf{v}} + C_{RB}(\mathbf{v})\mathbf{v} = \boldsymbol{\tau}_{RB} \quad (2.23)$$

A partir de la ecuación (2.23) se tiene que la matriz de inercia del cuerpo rígido  $M_{RB}$  está dada por:

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -mx_G & 0 \\ 0 & -mz_G & my_G & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_G & 0 & -mx_G & -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -my_G & mx_G & 0 & -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Nótese que la matriz  $M_{RB}$  es simétrica, esto es:  $M_{RB} = M_{RB}^T$ .

La matriz con los términos de coriolis  $C_{RB}(\mathbf{v})$  está dada por:

$$C_{RB}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & C_{RB12} \\ -C_{RB12}^T & C_{RB22} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

con

$$C_{RB12} = \begin{bmatrix} m(y_G q + z_G r) & -m(x_G q - w) & -m(x_G r + v) \\ -m(y_G q + w) & m(z_G r + x_G p) & -m(y_G r - u) \\ -m(z_G p - v) & -m(z_G q + u) & m(x_G p + y_G q) \end{bmatrix}$$

y

$$C_{RB22} = \begin{bmatrix} 0 & -I_{yz}q - I_{xz}p + I_z r & I_{yz}r + I_{xy}p - I_y q \\ I_{yz}q + I_{xz}p - I_z r & 0 & -I_{xz}r - I_{xy}q + I_x p \\ -I_{yz} - I_{xy}p + I_y q & I_{xz}r + I_{xy}q - I_x p & 0 \end{bmatrix}$$

## 2.3 Cinética

El vector generalizado de fuerzas y momentos  $\boldsymbol{\tau}_{RB}$ , es la suma del vector de fuerzas y momentos hidrodinámicos  $\boldsymbol{\tau}_H$ , el vector de fuerzas y momentos de perturbaciones externas  $\boldsymbol{\tau}_E$  y el vector de fuerzas y momentos de control  $\boldsymbol{\tau}$ , esto es

$$\boldsymbol{\tau}_{RB} = \boldsymbol{\tau}_H + \boldsymbol{\tau}_E + \boldsymbol{\tau} \quad (2.26)$$

Estos vectores serán descritos en las siguientes secciones excepto el vector  $\boldsymbol{\tau}_E$  que será descrito con más detalle en el capítulo 3.

### 2.3.2. Fuerzas y momentos hidrodinámicos

Son fuerzas y momentos sobre el cuerpo rígido cuando el cuerpo es forzado a oscilar con frecuencia de las olas de excitación y no hay olas incidentes.

Estas fuerzas y momentos pueden ser identificados como la suma de tres componentes:

1. Masa añadida debido a la inercia del liquido alrededor del cuerpo rígido.
2. Amortiguación del potencial inducido por radiación debido a la energía llevada por las olas generadas en la superficie.
3. Fuerzas de restauración debido a fuerzas de Arquimedes (peso y flotabilidad).

$$\boldsymbol{\tau}_H = \underbrace{-M_A \dot{\mathbf{v}}}_1 - \underbrace{C_A(\mathbf{v})\mathbf{v}}_2 - \underbrace{D(\mathbf{v})\mathbf{v} - g(\boldsymbol{\eta})}_3 \quad (2.27)$$

La matriz  $M_A$  está dada por:

$$M_A = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

donde la notación SNAME ha sido utilizada. La notación utilizada indica la interacción entre cada una de las fuerzas y aceleraciones, por ejemplo (hablando del elemento 2,1): la fuerza de masa hidrodinámica añadida  $Y$  a lo largo del eje  $y$  debido a una aceleración  $\dot{u}$  en la dirección  $x$  (ver Fig. 2.3) se escribe como:

$$Y = -Y_{\dot{u}}\dot{u}, Y_{\dot{u}} := \frac{\partial Y}{\partial \dot{u}}$$

La matriz de coriolis y fuerzas centripetas hidrodinámicas está dada por

$$C_A(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

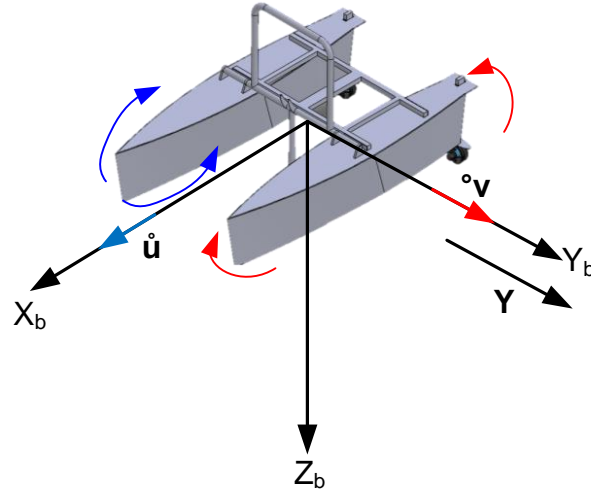


Figura 2.3: Fuerza resultante ( $Y$ ) a lo largo del eje  $Y_b$ , aceleración ( $\dot{u}$ ) a lo largo del eje  $X_b$ .

donde

$$\begin{aligned}
 a_1 &= X_{\dot{u}u} + X_{\dot{v}v} + X_{\dot{w}w} + X_{\dot{p}p} + X_{\dot{q}q} + X_{\dot{r}r}, \\
 a_2 &= Y_{\dot{u}u} + Y_{\dot{v}v} + Y_{\dot{w}w} + Y_{\dot{p}p} + Y_{\dot{q}q} + Y_{\dot{r}r}, \\
 a_3 &= Z_{\dot{u}u} + Z_{\dot{v}v} + Z_{\dot{w}w} + Z_{\dot{p}p} + Z_{\dot{q}q} + Z_{\dot{r}r}, \\
 b_1 &= K_{\dot{u}u} + K_{\dot{v}v} + K_{\dot{w}w} + K_{\dot{p}p} + K_{\dot{q}q} + K_{\dot{r}r}, \\
 b_2 &= M_{\dot{u}u} + M_{\dot{v}v} + M_{\dot{w}w} + M_{\dot{p}p} + M_{\dot{q}q} + M_{\dot{r}r}, \\
 b_3 &= N_{\dot{u}u} + N_{\dot{v}v} + N_{\dot{w}w} + N_{\dot{p}p} + N_{\dot{q}q} + N_{\dot{r}r}.
 \end{aligned}$$

La matriz de arrastre hidrodinámico o la matriz de amortiguamiento lineal potencial  $D(\mathbf{v})$ , puede ser modelada como:

$$D(\mathbf{v}) = - \begin{bmatrix} X_{u|u} + X_u & X_{v|v} + X_v & X_{w|w} + X_w & X_{p|p} + X_p & X_{q|q} + X_q & X_{r|r} + X_r \\ Y_{u|u} + Y_u & Y_{v|v} + Y_v & Y_{w|w} + Y_w & Y_{p|p} + Y_p & Y_{q|q} + Y_q & Y_{r|r} + Y_r \\ Z_{u|u} + Z_u & Z_{v|v} + Z_v & Z_{w|w} + Z_w & Z_{p|p} + Z_p & Z_{q|q} + Z_q & Z_{r|r} + Z_r \\ K_{u|u} + K_u & K_{v|v} + K_v & K_{w|w} + K_w & K_{p|p} + K_p & K_{q|q} + K_q & K_{r|r} + K_r \\ M_{u|u} + M_u & M_{v|v} + M_v & M_{w|w} + M_w & M_{p|p} + M_p & M_{q|q} + M_q & M_{r|r} + M_r \\ N_{u|u} + N_u & N_{v|v} + N_v & N_{w|w} + N_w & N_{p|p} + N_p & N_{q|q} + N_q & N_{r|r} + N_r \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

donde  $D(v) > 0$ . Esta matriz está compuesta a su vez por elementos cuadráticos y elementos lineales que cuyos valores, conforme la velocidad del vehículo se va incrementando, aumentan y esto provoca que la velocidad del vehículo esté limitada para cada uno de los grados de libertad.

## 2.3 Cinética

### Fuerzas y momentos de restauración

Estas fuerzas son aquellas que forzan al vehículo a tomar una posición de equilibrio sobre la superficie del agua, asumiendo que posee flotabilidad positiva (hacia arriba) y que no existen movimientos oscilatorios en la superficie. Sea  $\nabla$  el volumen desplazado por el vehículo,  $g$  la aceleración gravitacional (positiva hacia abajo) y  $\rho_{wa}$  la densidad del agua, el peso sumergido del vehículo y la fuerza de flotabilidad son, respectivamente:

$$\begin{aligned} W &= mg \\ B &= \rho_{wa}g\nabla \end{aligned} \quad (2.31)$$

Se denota la fuerza gravitacional  $\mathbf{f}_g$  que actúa sobre el vehículo a través de su centro de gravedad:  $\mathbf{r}_G = [x_G \ y_G \ z_G]^T$  y de igual manera que lo hace la fuerza de flotabilidad  $\mathbf{f}_b$  sobre el centro de flotabilidad:  $\mathbf{r}_B = [x_B \ y_B \ z_B]^T$ . Dichas fuerzas (gravitacional y de flotabilidad) solo tienen componentes sobre el eje  $z$  ya que son fuerzas opuestas y de igual magnitud, aunque las coordenadas en donde residen ambas fuerzas pueden cambiar y debido a esto, provocar un momento sobre el cuerpo rígido. En la Figura (2.4) se puede observar de forma más comprensiva los centros de gravedad  $\mathbf{r}_G$  y de flotabilidad  $\mathbf{r}_B$  sobre los cuales se ejercen las fuerzas gravitacionales y de flotabilidad,  $\mathbf{f}_G$  y  $\mathbf{f}_B$  respectivamente. Estas fuerzas pueden ser transformadas al sistema de coordenadas del marco referencial aplicando los resultados de la sección 2.1 a través de la matriz  $J_1(\boldsymbol{\eta}_2)$ ;

$$\mathbf{f}_g = J_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_b = J_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

donde  $J_1(\boldsymbol{\eta}_2)$  es una matriz de transformación de coordenadas definida en la sección 2.1.

Sea  $g(\boldsymbol{\eta}_2)$  el vector generalizado en el sistema de coordenadas del marco referencial que consiste en las fuerzas y momentos, gravitacionales y de flotabilidad, las fuerzas y momentos de restauración pueden ser escritos como:

$$\begin{aligned} g(\boldsymbol{\eta}_2) &= - \begin{bmatrix} f_g - f_b \\ \mathbf{r}_G \times \mathbf{f}_g - \mathbf{r}_B \times \mathbf{f}_b \end{bmatrix} \quad (2.33) \\ g(\boldsymbol{\eta}_2) &= \begin{bmatrix} (W - B)s_\theta \\ -(W - B)c_\theta s_\phi \\ -(W - B)c_\theta c_\phi \\ -(y_G W - y_B B)c_\theta c_\phi + (z_G W - z_B B)c_\theta s_\phi \\ (z_G W - z_B B)s_\theta + (x_G W - x_B B)c_\theta c_\phi \\ -(x_G W - x_B B)c_\theta s_\phi - (y_G W - y_B B)s_\theta \end{bmatrix} \quad (2.34) \end{aligned}$$

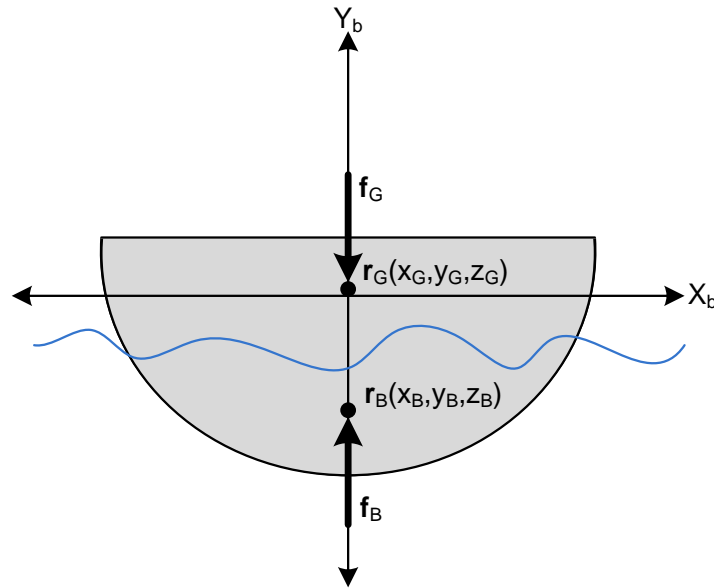


Figura 2.4: Diagrama de fuerzas de restauración y puntos de aplicación.

### 2.3.3. Fuerzas y momentos de perturbaciones externas

Este vector se describe de manera ampliada en el siguiente capítulo, describe las perturbaciones debido a las olas y al viento, mientras que para las corrientes marinas se describe un modelo dinámico que considera las velocidades de las corrientes.

### 2.3.4. Fuerzas y momentos de propulsión

Todo sistema posee entradas de control que permiten alterar los estados ya sea para, con una acción de control específico, llevar los estados a un objetivo deseado o bien estabilizar el sistema en un punto de equilibrio. Para el caso de un vehículo de superficie estas entradas de control son las fuerzas y momentos producidos por los propulsores acuáticos. Existe una gran diversidad de estos, siendo los más comunes los propulsores de hélices, superficies de control y combinaciones de configuración entre estos.

La distribución de estos actuadores en el vehículo determinará los grados de libertad que pueden controlarse, por ejemplo, si se coloca uno o varios actuadores para controlar específicamente la deriva hacia los costados del barco se estaría tratando de un vehículo completamente o sobre actuado respectivamente. No es muy común encontrar vehículos con más de dos propulsores ya que se produce un consumo energético más elevado para alimentar los propulsores excedentes, esto tiene un impacto directo en el tiempo de autonomía para navegar del vehículo. Aparte, se requieren técnicas especiales para asignar las señales de control ya que se tendrían más actuadores para controlar el movimiento en un solo grado de libertad. Un ejemplo de vehículo sobre actuado puede ser encontrado en [23] en donde se desarrolla un sistema de navegación, direccionamiento y control para un prototipo capaz de movimiento omnidireccional.



## 2.3 Cinética

---

Para el proposito del trabajo realizado, las fuerzas de control generalizadas están dadas por [24]:

$$\boldsymbol{\tau} = T(\boldsymbol{\alpha})\mathbf{f} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{f} = K\mathbf{u} \quad (2.35)$$

donde  $T(\boldsymbol{\alpha}) \in \mathbb{R}^{n \times r}$  es la matriz de configuración de  $r$  actuadores considerando un modelo de  $n$  grados de libertad,  $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}^p$  es un vector de  $p$  ángulos azimutales,  $K \in \mathbb{R}^{r \times r}$  es una matriz diagonal de coeficientes de fuerzas y  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^r$  son los comandos de actuadores y depende del tipo de actuador considerado. En el caso específico de un actuador tipo azimutal, que puede ser rotado un ángulo  $\Gamma$  alrededor su propio eje vertical, se tendrán dos componentes de fuerza en el plano horizontal  $F_x = F \cos(\Gamma)$  y  $F_y = F \sin(\Gamma)$ .

Los vectores  $\boldsymbol{\alpha}$  y  $\mathbf{u}$  son entradas de control definidas como:

$$\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \dots, \alpha_p]^T, \mathbf{u} = [u_1, \dots, u_r]^T \quad (2.36)$$

y las matrices  $K$  y  $T(\boldsymbol{\alpha})$  están dadas por:

$$K = \text{diag}\{k_1, \dots, k_r\}, T(\boldsymbol{\alpha}) = [\mathbf{t}_1, \dots, \mathbf{t}_r] \quad (2.37)$$

donde para un actuador tipo azimutal tendremos las siguientes componentes:

$$\mathbf{t}_i = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_i) \\ \sin(\alpha_i) \\ 0 \\ -l_{z_i} \sin(\alpha_i) \\ l_{z_i} \cos(\alpha_i) \\ l_{x_i} \sin(\alpha_i) - l_{y_i} \cos(\alpha_i) \end{bmatrix}, i = 1, \dots, r \quad (2.38)$$

siendo  $l_{x_i}$ ,  $l_{y_i}$  y  $l_{z_i}$  los brazos de palanca de los actuadores.

### Representación extendida de las fuerzas y momentos de propulsión para actuadores rotatorios.

Para controlar un barco se desean encontrar los vectores  $u$  y  $\alpha$  de la ecuación (2.35) esto supone un problema ya que la matriz  $T(\boldsymbol{\alpha})$  no es cuadrada y aún así lo fuera, los elementos dentro de ella dependen de los ángulos  $\alpha_i$  por estas razones la matriz  $T(\boldsymbol{\alpha})$  es no-lineal en términos de  $\alpha$ . Diversas estrategias se han propuesto para resolver este problema por métodos de optimización no lineales tales como ([25], [26]). Para simplificar, evadir el problema de optimización, se puede utilizar una representación alternativa de  $T(\boldsymbol{\alpha})$  en donde los propulsores rotatorios son considerados como dos fuerzas, una en cada eje en un plano horizontal (Fig. 2.5), esto es:

$$\begin{aligned} F_{x_i} &= F_i \cos(\alpha_i) \\ &= K_i u_i \cos(\alpha_i) \end{aligned} \quad (2.39)$$

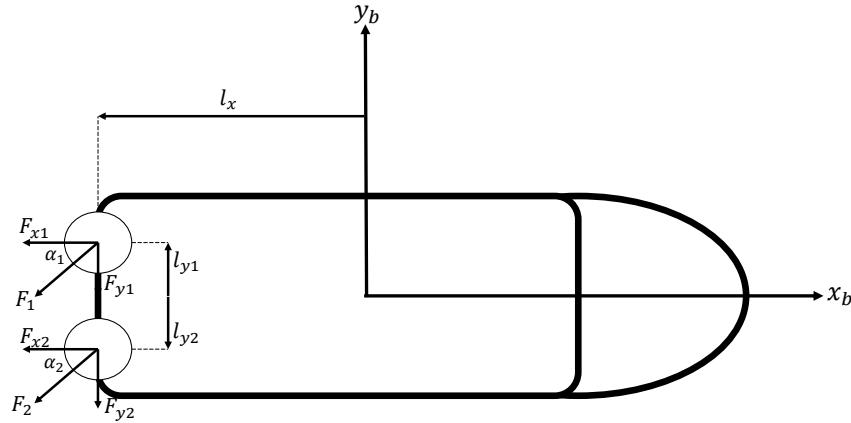


Figura 2.5: Vehículo marino con dos actuadores tipo azimutales.

$$\begin{aligned} F_{y_i} &= F_i \text{sen}(\alpha_i) \\ &= K_i u_i \text{sen}(\alpha_i) \end{aligned} \quad (2.40)$$

El vector de fuerzas extendidas se define como:

$$f_e := K_e u_e \quad (2.41)$$

tal que

$$\tau = T_e K_e u_e \quad (2.42)$$

Donde  $T_e, K_e$  son las matrices de configuración de propulsores y de coeficientes respectivamente y el vector  $u_e$  es el vector de entradas de control extendidas donde los controles azimutales están definidos como:

$$u_{ix} := u_i \cos(\alpha_i) \quad (2.43)$$

$$u_{iy} := u_i \text{sen}(\alpha_i) \quad (2.44)$$

Para ejemplificar, consideremos un vehículo que se mueve en un plano horizontal que cuenta con dos actuadores tipo azimutales colocados en la popa separados simétricamente entre sí (Fig. 2.5). Se considera que los actuadores deben generar las fuerzas  $X, Y$  y el momento  $N$  para desplazar el vehículo sobre el plano horizontal. De la Ecuación (2.37), la matriz  $T(\alpha)$  resulta en:

$$T(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_1) & \cos(\alpha_2) \\ \text{sen}(\alpha_1) & \text{sen}(\alpha_2) \\ lx_1 \text{sen}(\alpha_1) - ly_1 \cos(\alpha_1) & lx_2 \text{sen}(\alpha_2) - ly_2 \cos(\alpha_2) \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Utilizando la representación de fuerzas extendida de acuerdo a la Ecuación (2.42) la matriz  $T_e$  se puede escribir como

$$T_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -ly_1 & lx_1 & -ly_2 & lx_2 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

y el vector  $u_e$  de entradas de control extendidas resulta en

$$u_e = [u_{1x} \quad u_{1y} \quad u_{2x} \quad u_{2y}]^T \quad (2.47)$$

Es necesario notar que  $T_e$  de la Ecuación 2.46 es constante, mientras que  $T(\alpha)$  depende de  $\alpha$ . El vector  $u_e$  se puede obtener directamente de 2.42 a través del enfoque de la matriz pseudo-inversa y con los elementos del vector  $u_e$  de la Ecuación (2.47) se pueden mapear los pares  $(u_{1x}, u_{1y})$  y  $(u_{2x}, u_{2y})$  para encontrar las fuerzas y ángulos requeridos para el control azimutal. Esto se consigue de acuerdo a:

$$\begin{aligned} u_1 &= \sqrt{u_{1x}^2 + u_{1y}^2}, & \alpha_1 &= \text{atan2}(u_{1y}, u_{1x}) \\ u_2 &= \sqrt{u_{2x}^2 + u_{2y}^2}, & \alpha_2 &= \text{atan2}(u_{2y}, u_{2x}) \end{aligned} \quad (2.48)$$

## 2.4. Resumen

Finalmente al sustituir las ecuaciones (2.26) y (2.27) en (2.23) y tomando en cuenta las ecuaciones (2.6) y (2.35), resulta la siguiente expresión del modelo completo en seis grados de libertad para un vehículo marino:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = J(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{v} \quad (2.49)$$

$$M\dot{\mathbf{v}} = -C(\mathbf{v})\mathbf{v} - D(\mathbf{v})\mathbf{v} - g(\boldsymbol{\eta}_2) + \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_E \quad (2.50)$$

donde

$$\begin{aligned} M &= M_{RB} + M_A \\ C(\mathbf{v}) &= C_{RB}(\mathbf{v}) + C_A(\mathbf{v}) \end{aligned}$$

## 2.5. Reducción del modelo a tres grados de libertad

Es común asumir el desplazamiento de barcos solo en tres grados de libertad (Avance  $x$ , deriva  $y$  y guiñada  $\psi$ ) ya que gran parte de las consideraciones del diseño estructural del vehículo están realizadas de darle estabilidad transversal y longitudinal. De igual manera es posible despreciar la dinámica asociada con la elevación del vehículo asumiendo que el nivel del mar se encuentra siempre a un nivel en promedio constante.

Basado en lo anterior, para considerar solo el desplazamiento en tres grados de libertad se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:

## 2.5 Reducción del modelo a tres grados de libertad

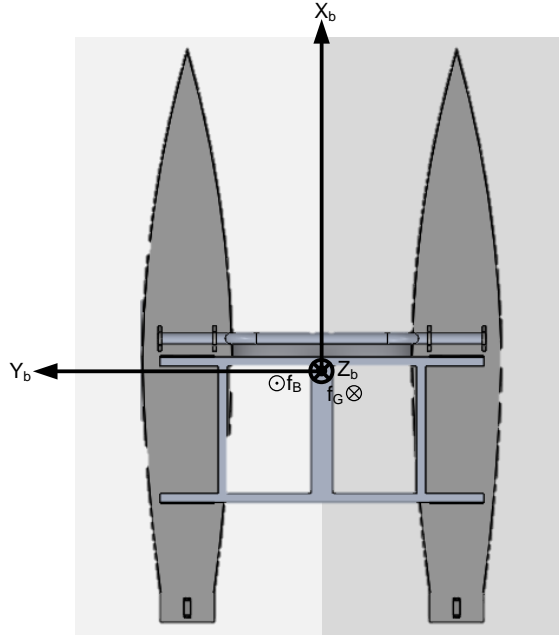


Figura 2.6: Plano de simetría  $xz$

- Las dinámicas asociadas con el alabeo, cabeceo y elevación son ignoradas ( $z = 0, w = 0, \phi = 0, p = 0, \theta = 0$  y  $q = 0$ ).
- El vehículo tiene una distribución de masa homogénea y plano de simetría en  $xz$  (babor a estribor) entonces

$$I_{xy}, I_{yz} = 0. \quad (2.51)$$

- El centro de flotabilidad y de gravedad se encuentran justo sobre el eje  $z$ .

Las últimas dos consideraciones se pueden observar en la Figura 2.6.

Tomando en cuenta las consideraciones anteriores, del modelo general (2.49, 2.50) es posible eliminar el vector  $g(\boldsymbol{\eta})$  ya que este vector depende únicamente de las dinámicas y variables que son ignoradas. Para vehículos en donde estas variables tienen importante relevancia (por ejemplo: vehículos submarinos), este vector no puede ser eliminado del modelo matemático debido a que su espacio de trabajo si involucra el ángulo de cabeceo y alabeo y el desplazamiento vertical.

Considerando entonces los nuevos vectores de estado  $\boldsymbol{\eta} = [x \ y \ \psi]$  y  $\mathbf{v} = [u \ v \ r]$ , el modelo (2.49, 2.50) es reducida al modelo simplificado en tres grados de libertad que tiene la siguiente forma,

## 2.5 Reducción del modelo a tres grados de libertad

---

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = J_1(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{v} \quad (2.52)$$

$$M_1\dot{\mathbf{v}} = -C_1(\mathbf{v})\mathbf{v} - D_1(\mathbf{v})\mathbf{v} + \boldsymbol{\tau}_E + \boldsymbol{\tau} \quad (2.53)$$

Donde las matrices  $J_1(\boldsymbol{\eta})$ ,  $M_1(\boldsymbol{\eta})$ ,  $C_1(\boldsymbol{\eta})$  y  $D_1(\boldsymbol{\eta})$  tienen la siguiente forma:

$$J_1(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad M_1 = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & mx_g - Y_{\dot{r}} \\ 0 & mx_g - Y_{\dot{r}} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix},$$

$$C_1(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -(m - Y_{\dot{v}})v \\ 0 & 0 & (m - X_{\dot{u}})u \\ (m - Y_{\dot{v}})v & -(m - X_{\dot{u}})u & 0 \end{bmatrix}, \quad D_1(\mathbf{v}) = - \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & Y_r \\ 0 & N_v & N_r \end{bmatrix}$$

y en los vectores  $\boldsymbol{\tau}_E$  y  $\boldsymbol{\tau}$  se ignoran las dinámicas asociadas a los estados eliminados. La no-simetría en los barcos sobre el plano yz (proa a popa) implica que los términos fuera de la diagonal principal de las matrices  $M_1$  y  $D_1(\mathbf{v})$  no son cero, sin embargo son muy pequeños en magnitud comparados con los términos de la diagonal por lo que pueden ser ignorados.



# Capítulo 3

## Perturbaciones ambientales

En este capítulo se aborda el estudio del vector de perturbaciones ambientales. Los modelos matemáticos para aproximar las perturbaciones debido a las olas y el viento son presentados y también el modelo para las corrientes oceánicas, finalmente, el modelo dinámico que incluye todas las perturbaciones también es presentado.

Es común utilizar el principio de superposición para diseñar esquemas de control al considerar las perturbaciones debido a las olas generadas por el viento y el viento [22], en general es una buena aproximación ya que en realidad, las perturbaciones presentan altas no-linealidades y propiedades aditivas y multiplicativas con respecto a las ecuaciones de movimiento del vehículo. El vector  $\tau_E$  se describe como la suma de estas perturbaciones por olas y viento.

El vector  $\tau_E$  puede ser representado de la siguiente manera:

$$\tau_E = \tau_E^{wa} + \tau_E^{wi} \quad (3.1)$$

y según el modelo (2.52, 2.53), de la sección 2.5 es considerado como un vector de perturbaciones que se suma a los momentos y fuerzas de control (Fig. 3.1).

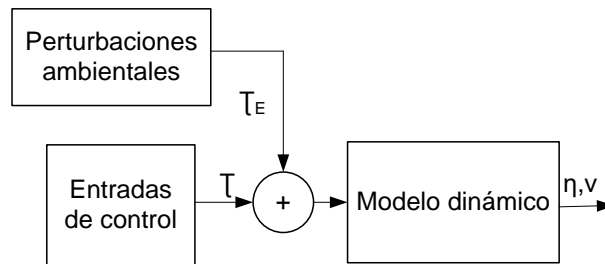


Figura 3.1: Diagrama de inclusión de las perturbaciones ambientales.

## 3.1. Fuerzas y momentos inducidos por las olas

### 3.1.1. Modelo de olas

Una ola es una ondulación del agua producida sobre la superficie del mar debido a la acción del viento. Generalmente, las olas se mueven sobre la superficie del mar a muchas velocidades diferentes y su efecto finaliza en las playas o zonas costeras. También su dinámica depende de muchos parámetros, como la velocidad, la distancia a la costa, la profundidad del mar, etc. Existen varios trabajos que abordan el modelado y la generación de olas para diferentes propósitos ([27], [28], [29]) y, en general, para la conversión de energía como [30] y [31]. Para este documento se usa un modelo de primer orden de onda como una perturbación.

El vector  $\tau_E^{wa}$  de las olas inducidas está dado por:

$$\tau_E^{wa} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \rho_{wa} g B L T \cos(\beta) s_i(t) \\ \sum_{i=1}^N -\rho_{wa} g B L T \sen(\beta) s_i(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^N \frac{1}{24} \rho_{wa} g B L (L^2 - B^2) \sen(2\beta) s_i^2(t) \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

donde  $\beta$  es el ángulo de encuentro del vehículo (Figura 3.2),  $\rho_{wa}$  es la densidad del agua,  $L$ ,  $B$  y  $T$  son la longitud, ancho y calado del vehículo respectivamente. Cabe notar que el efecto del oleaje es apreciable sobre las dinámicas de  $x$ ,  $y$  y  $\psi$ .

Ignorando las componentes de alto orden, la pendiente de la ola  $s_i(t)$  para la componente  $i$ -ésima se define como:

$$s_i(t) = A_i \frac{2\pi}{\lambda_i} \sen(\omega_{ei}t + \phi_i), \quad (3.3)$$

donde  $A_i$  y  $\lambda_i$  son la amplitud y la longitud de onda respectivamente,  $\omega_{ei}$  es la frecuencia de encuentro y  $\phi_i$  es una fase aleatoria uniformemente distribuida y constante con tiempo en  $[0, 2\pi)$  correspondiente a la componente de la ola  $i$ .

## 3.2. Fuerzas y momentos inducidos por el viento

### 3.2.1. Modelo de viento

El viento juega un papel importante en la dinámica de los vehículos marinos debido a que su espacio de trabajo es principalmente en zonas abiertas sujetas a los cambios climatológicos en donde se pueden encontrar rachas de viento que interactúan con el vehículo. Está definido como el movimiento del aire relativo a la superficie de la tierra y se consideran dos casos principales para el estudio de las fuerzas y momentos inducidos por el viento. El primero de ellos es cuando el vehículo se encuentra en reposo (velocidad igual a cero) y el segundo es cuando el vehículo se encuentra en movimiento, a continuación se describen ambos casos.



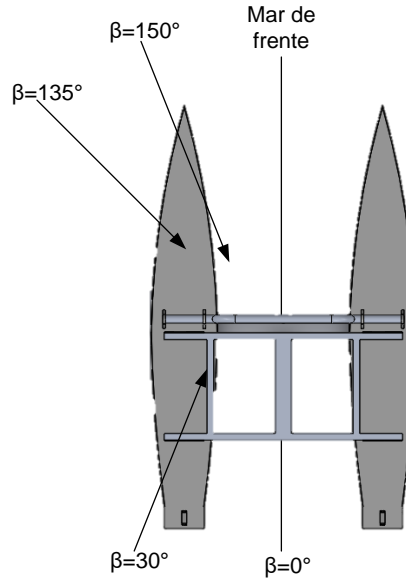


Figura 3.2: Definición del ángulo de encuentro con las olas.

- Para el vehículo en reposo el vector  $\tau_E^{wi}$  está dado por

$$\tau_E^{wi} = \frac{1}{2} \rho_{wi} V_w^2 \begin{bmatrix} C_X(\gamma_w) A_{Fw} \\ C_Y(\gamma_w) A_{Lw} \\ C_Z(\gamma_w) A_{Fw} \\ C_K(\gamma_w) A_{Lw} H_{Lw} \\ C_M(\gamma_w) A_{Fw} H_{Fw} \\ C_N(\gamma_w) A_{Lw} L \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

donde  $\rho_{wi}$  es la densidad del aire,  $V_w$  es la velocidad del viento,  $A_{Fw}$  y  $A_{Lw}$  es el área proyectada frontal y lateral respectivamente, al mismo tiempo  $H_{Fw}$  y  $H_{Lw}$  son los centroides sobre la línea del agua de  $A_{Fw}$  y  $A_{Lw}$  respectivamente y  $\gamma_w$  es el ángulo del viento relativo al frente del vehículo y está dado por

$$\gamma_w = \psi - \beta_w - \pi$$

con  $\beta_w$ , la dirección del viento (Fig. 3.3). Todos los coeficientes del viento  $C_X(\gamma_w)$ ,  $C_Y(\gamma_w)$ ,  $C_Z(\gamma_w)$ ,  $C_K(\gamma_w)$ ,  $C_M(\gamma_w)$  y  $C_N(\gamma_w)$  son obtenidos por simulación computacional o experimentos en tunel de viento [32].

- Para el vehículo en movimiento la perturbación debida al viento toma como parámetros principales la velocidad de viento relativa ( $V_{rw}$ ) y el ángulo relativo con respecto al desplazamiento del vehículo ( $\gamma_{rw}$ ) ya que se tiene que distinguir entre la velocidad que tiene el vehículo propio y la velocidad de las corrientes. Esto se puede explicar de la siguiente manera: Suponga que el USV está desplazándose con velocidad constante en dirección positiva sobre el eje  $X$  y que se tiene la perturbación del viento con velocidad constante y dirección contraria al desplazamiento del vehículo, entonces la velocidad  $u$

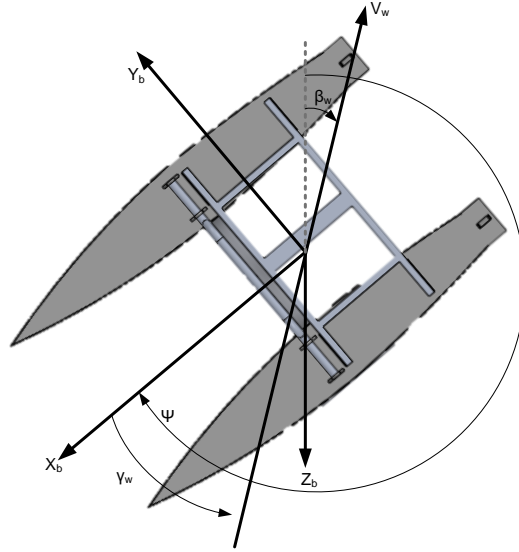


Figura 3.3: Definición del ángulo del viento relativo  $\gamma_w$

del USV se verá reducida por el viento que tiene en contra, en caso contrario (viento a favor del desplazamiento del vehículo) la velocidad  $u$  está siendo aumentada por la misma acción del viento. Cualquiera de los casos y con direcciones diferentes el viento relativo tendrá componentes de perturbación sobre el desplazamiento del vehículo.

El vector  $\tau_E^{wi}$  para el USV en movimiento está dado por

$$\tau_E^{wi} = \frac{1}{2} \rho_{wi} V_{rw}^2 \begin{bmatrix} C_X(\gamma_{rw}) A_{Fw} \\ C_Y(\gamma_{rw}) A_{Lw} \\ C_Z(\gamma_{rw}) A_{Fw} \\ C_K(\gamma_{rw}) A_{Lw} H_{Lw} \\ C_M(\gamma_{rw}) A_{Fw} H_{Fw} \\ C_N(\gamma_{rw}) A_{Lw} L \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

donde

$$V_{rw} = \sqrt{u_{rw}^2 + v_{rw}^2},$$

$$\gamma_{rw} = -\arctan2(v_{rw}, u_{rw})$$

con

$$u_{rw} = u - V_w \cos(\beta_w - \psi)$$

$$v_{rw} = v - V_w \sin(\beta_w - \psi)$$

## 3.3. Fuerzas y momentos inducidos por las corrientes oceánicas

### 3.3.1. Modelos de corrientes

Las corrientes marinas son desplazamientos de agua producidos dentro del mar. Pueden ser originados por variaciones en la temperatura, salinidad y densidad entre los diferentes volúmenes de agua, también pueden ser producidos por la fricción del viento en la superficie del agua.

Las olas y el viento se pueden agregar al modelo dinámico (2.49, 2.50) por superposición, pero las corrientes marinas no se deben considerar por superposición en el modelo matemático. En lugar de eso, las fuerzas y los momentos debidos a las corrientes marinas se pueden tener en cuenta reemplazando el vector de velocidad generalizado  $v$  en los términos hidrodinámicos por el vector de velocidades relativas:

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{v}_c \quad (3.6)$$

donde  $\mathbf{v}_c \in \mathbb{R}^6$  es el vector de velocidades de las corrientes marinas generalizadas de un fluido irrotacional expresado en el marco referencial. Este vector de velocidades tiene la siguiente forma

$$\mathbf{v}_c = [u_c, v_c, w_c, 0, 0, 0]^T \quad (3.7)$$

con  $\mathbf{v}_c^b = [u_c, v_c, w_c]^T$  obtenido a través de

$$\mathbf{v}_c^b = J_1(\boldsymbol{\eta}_2)^T \mathbf{v}_c^E \quad (3.8)$$

$\mathbf{v}_c^E \in \mathbb{R}^3$  es el vector de velocidades de las corrientes medido en el marco inercial.

### 3.3.2. Generador de velocidades y direcciones

En un ambiente marino real las condiciones de las perturbaciones son siempre distintas e inciertas ya que depende de varios factores como la velocidad del viento, velocidad de las corrientes, velocidad de las olas, altitud, zona geográfica, temporada del año, entre otros factores creando perturbaciones con efectos aleatorios.

Dependiendo de la zona geográfica es posible simular las condiciones ambientales del lugar realizando mediciones *in situ* durante un periodo de tiempo prolongado que permita obtener las condiciones características del lugar. Otra forma es tener los modelos matemáticos que describen a las perturbaciones y proporcionar parámetros aleatorios que puedan simular diferentes condiciones ambientales.

Para la generación de las velocidades de las corrientes marinas y su dirección, se utilizan *procesos de Gauss-Markov* de primer orden. Sea la velocidad actual de las corrientes denotada por  $V_c$ , el ángulo de las corrientes relativo al marco inercial como  $\alpha_c$  y el ángulo de ataque

### 3.4 Modelo perturbado

---

relativo a la proa como  $\beta_c$ . Entonces, las siguientes ecuaciones definen los procesos de primer orden de Gauss-Markov

$$\dot{V}_c + \mu_1 V_c = w_1 \quad (3.9)$$

$$\dot{\alpha}_c + \mu_2 \alpha_c = w_2 \quad (3.10)$$

$$\dot{\beta}_c + \mu_3 \beta_c = w_3 \quad (3.11)$$

donde,  $w_i$  ( $i=1,2,3$ ) son procesos de ruido blanco Gaussiano de media igual a cero y  $\mu_i \geq 0$ , ( $i=1,2,3$ ) son constantes. Si  $\mu = 0$  entonces las ecuaciones anteriores se reducen a lo que se conoce como *pasos aleatorios* que corresponde a la simple integración del ruido blanco Gaussiano. Finalmente, el vector  $\mathbf{v}_c^E$  puede ser obtenido a través de la siguiente relación

$$\mathbf{v}_c^E = \begin{bmatrix} V_c \cos(\alpha_c) \cos(\beta_c) \\ V_c \sin(\beta_c) \\ V_c \sin(\alpha_c) \cos(\beta_c) \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

para ser incluida posteriormente en la Ecuación (3.8).

Estos parámetros no solo son utilizados para las corrientes marinas, sino también para la dirección de las olas por lo que el ángulo de encuentro con las corrientes es el mismo que el ángulo de encuentro con las olas. La inclusión del generador de velocidades y direcciones en este trabajo le da una mayor relevancia ya que el vehículo se encuentra sujeto a perturbaciones que cambian y que no son constantes en el tiempo.

### 3.4. Modelo perturbado

A partir de la definición de las perturbaciones anteriores, es posible reescribir el modelo matemático del vehículo móvil que incluye las perturbaciones que fueron descritas en este capítulo. El nuevo modelo en términos del vector de velocidades relativas es:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = J(\boldsymbol{\eta}_2) \mathbf{v}_r + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_c^E \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$M \dot{\mathbf{v}}_r + C(\mathbf{v}_r) \mathbf{v}_r + D(\mathbf{v}_r) \mathbf{v}_r = \boldsymbol{\tau}_E + \boldsymbol{\tau} \quad (3.14)$$

El vector  $\mathbf{v}_c^E$  que representa las velocidades de las corrientes medidas en el marco inercial es considerado en la Ecuación (3.13) ya que estas perturbaciones también afectan al desplazamiento del vehículo a nivel cinemático. La respuesta del modelo ante distintas entradas será abordada en el siguiente capítulo.

# Capítulo 4

## Simulación del modelo matemático en lazo abierto.

Para cualquier sistema físico al que se desea aplicar una técnica de control resulta esencial contar con el modelo matemático que describe el comportamiento del mismo y realizar una simulación para poder experimentar, sin la necesidad de poner en marcha el sistema físico y sin los riesgos que pueda llevar. En esta sección se presenta la simulación del modelo matemático desarrollado para el USV “Delfin Explorador I” en el software Simulink de MATLAB®.

### 4.1. Simulación del modelo cinemático.

El modelo cinemático (Secc. 2.2) solo contempla el movimiento de un cuerpo rígido (cambios de posición) sin tomar en cuenta las fuerzas que producen dicho cambio. La Ecuación (2.52) representa este modelo para el cual las entradas son el vector de velocidad lineal ( $m/s$ ) y angular ( $rad/s$ ),  $\mathbf{v} = [u \ v \ r]^T$ , y la salida del modelo es el derivada del vector de posición y orientación,  $\dot{\boldsymbol{\eta}} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{\psi}]^T$ , cuya integral es igual a la posición y orientación del cuerpo rígido.

Este modelo indica que si una velocidad lineal constante es inducida, por ejemplo en el eje X del marco inercial asumiendo un ángulo inicial  $\psi = 0$ , entonces el cuerpo rígido se desplazará a dicha velocidad sobre el eje X. Integrando esta dinámica se obtiene la posición, para la cual se deberá obtener una línea recta con pendiente igual a la velocidad inducida. Este ejemplo se ilustra en la figura (4.1), las condiciones iniciales para ilustrar el ejemplo son  $\boldsymbol{\eta} = [0, 0, 0]^T$ .

Para el caso en que se induce una velocidad lineal constante en el eje X y una velocidad angular constante sobre el eje Z entonces se tendrán respuestas en las dinámicas  $\dot{x}, \dot{\psi}$  y también sobre  $\dot{y}$  ya que al cambiar el ángulo  $\psi$  se tendrá una componente de desplazamiento sobre el eje Y. Este ejemplo se ilustra en la figura (4.2).

## 4.2 Simulación del modelo cinético

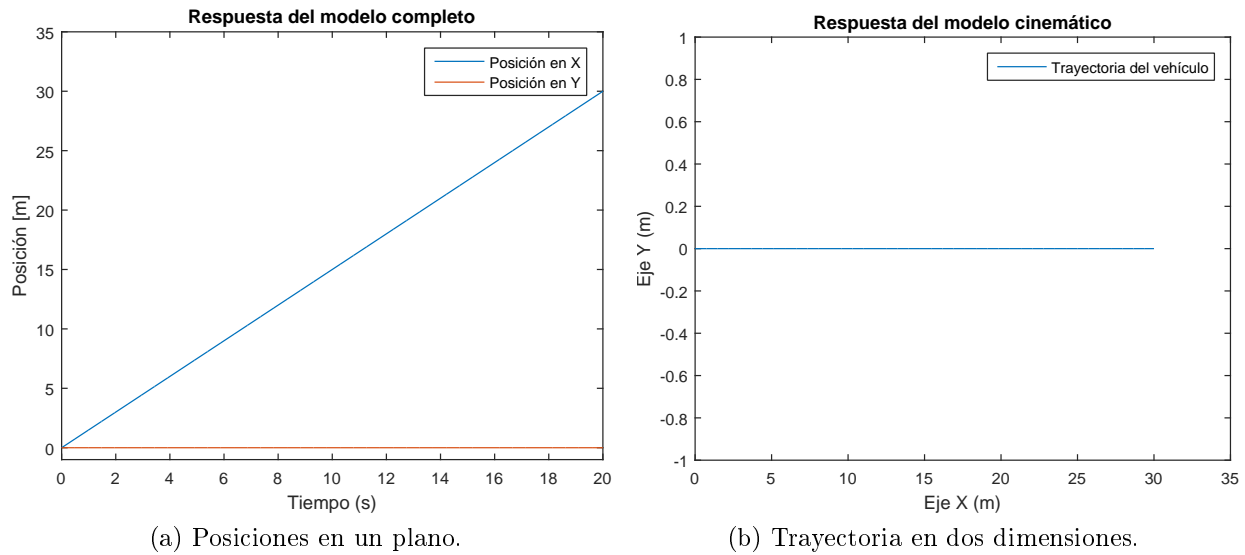


Figura 4.1: Respuesta del modelo cinemático con entrada constante  $u$  igual a  $1.5 \text{ m/s}$ .

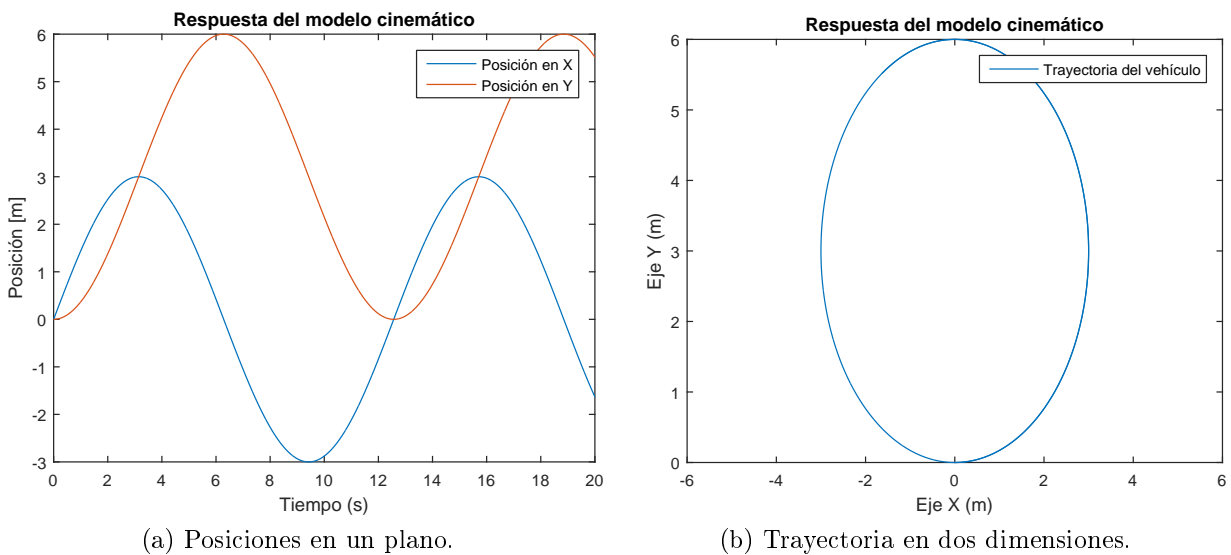


Figura 4.2: Respuesta del modelo cinemático con entrada constante  $u$  igual a  $1.5 \text{ m/s}$  en  $u$  y  $0.5 \text{ rad/s}$  en  $r$ .

## 4.2. Simulación del modelo cinético

El modelo cinético reproduce los sistemas estáticos o en movimiento considerando las fuerzas que lo originan a diferencia de un estudio cinemático, este modelo incluye los conceptos de longitud, tiempo y masa. El modelo cinético se encuentra definido por la Ecuación (2.53). Las entradas de este modelo están dadas por el vector  $\tau$  que representa las fuerzas de propulsión, que para el caso específico de un USV son producidas por los actuadores acuáticos. La salida del modelo cinético son las derivadas de los elementos del vector  $\mathbf{v}$  cuya integración devuelve las velocidades lineales y angulares del cuerpo rígido.

## 4.2 Simulación del modelo cinético

---

Si a este modelo se le introduce una fuerza en una de las componentes entonces el cuerpo rígido sufrirá un cambio en su velocidad, mas aún si la fuerza es constante en el caso ideal entonces se producirá una aceleración equivalente considerando las propiedades físicas del vehículo. La respuesta del modelo cinético ante una fuerza constante es la de un sistema de primer orden (Fig. 4.3), en donde la señal de salida converge a un valor nominal en un tiempo finito, este efecto se produce debido a los componentes cuadráticos de la matriz de arraste hidrodinámico que es la fuerza que se opone al avance del vehículo, las condiciones iniciales para esta simulación son  $\mathbf{v} = [0, 0, 0]^T$ . Los efectos de las fuerzas sobre cada uno de los ejes y momentos tiene una respuesta similar pero no igual a la respuesta del modelo cinemático.

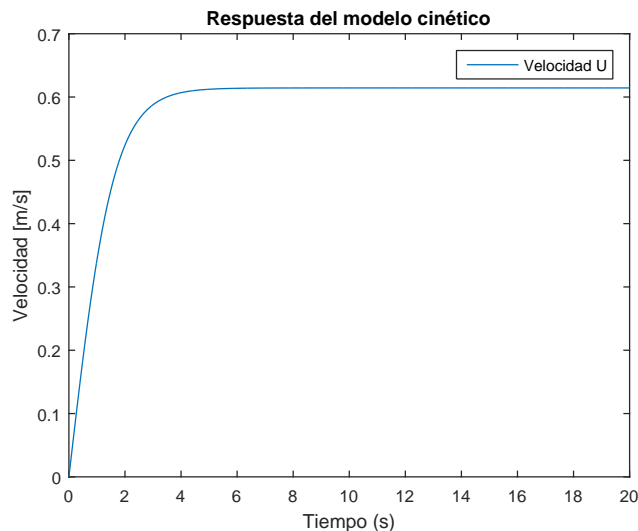


Figura 4.3: Respuesta del modelo cinético con una fuerza de entrada constante igual a 5 N en el eje X.

Cabe mencionar que la respuesta de este sistema simulado tiene una relación directa con la masa del vehículo, sus momentos de inercia que dependen directamente de la masa y de la determinación de los coeficientes de las matrices de masa añadida hidrodinámica y de la matriz de arrastre hidrodinámico, todos estos propios del ambiente en el que se desplaza el vehículo esto es, la superficie marina.

La determinación de los parámetros de las matrices mencionadas anteriormente es una tarea compleja a realizar en tuneles de viento y albercas adecuadas para este tipo de estudio sobre todo de los coeficientes cruzados (e.g. una fuerza en la dirección X debido a una aceleración angular alrededor del eje Z). Para simplificar el modelo matemático y la identificación de los parámetros, los términos cruzados que se encuentran fuera de la diagonal principal de las matrices  $M_1$  y  $D_1(\mathbf{v})$  son ignorados debido a que el vehículo tiene simetría en el plano XY (simplifica a la diagonal principal la matriz de masa añadida), solamente se desplaza en una dirección de avance (hacia proa) por lo que no existen términos cruzados y su desplazamiento es a bajas velocidades por lo que se pueden ignorar los términos de alto orden en la matriz de arrastre hidrodinámico y tomar en cuenta solo los elementos de la diagonal principal.

### 4.3 Simulación del modelo completo

---

Para determinar los parámetros de la matriz de arrastre hidrodinámico se utilizó el software SolidWorks® simulando un flujo laminar y turbulento de 0 a 3 m/s en donde se obtiene los coeficientes de la curva cuadrática obtenida. En la matriz de masa añadida se utilizó el criterio de que la masa añadida corresponde a un porcentaje del 30 al 70 % de los parámetros de la matriz de inercia.

### 4.3. Simulación del modelo completo

El modelo completo del USV está conformado por la unión del modelo cinético y el modelo cinemático junto con todas sus propiedades, siendo la salida del modelo cinético la entrada al modelo cinemático esto quiere decir que al inducir una fuerza en cualquiera de los ejes se tendrá un cambio de posición y velocidad en el mismo, esto se puede observar en las Figuras 4.4 y 4.5, las condiciones iniciales para estos experimentos son  $\boldsymbol{\eta} = [0, 0, 0]^T$  y  $\boldsymbol{v} = [0, 0, 0]^T$ . La Figura 4.4 es muy similar al resultado mostrado por la simulación del modelo cinético (Fig. 4.1), sin embargo se puede observar que existe un retraso en la respuesta del sistema en la Figura 4.4a en comparación a la Figura 4.1a esto se debe a que la simulación del modelo completo ya considera las fuerzas que se oponen al desplazamiento del vehículo, producidas por el vehículo y por el líquido, contrario a la primera simulación en donde solo se consideraba el desplazamiento en un espacio ideal. De igual forma en las Figuras 4.1b y 4.4b se puede observar la posición final que alcanza el vehículo, siendo menor en la Figura 4.4b por las mismas razones antes expuestas.

Para los resultados de la Figura 4.5 se puede realizar una comparación aproximada con los de la Figura 4.2. En la Figura 4.2a las curvas de la respuesta del sistema tienden a ser más suaves con oscilaciones muy similares entre ellas, a comparación de la Figura 4.5a en donde se observan oscilaciones grandes al principio y oscilaciones más pequeñas pero con mayor frecuencia al final de la respuesta, este comportamiento se repite para ambas dinámicas en los ejes X e Y. En las Figuras 4.2b y 4.5b se ve la trayectoria descrita por ambas respuestas, siendo en la Figura 4.2b el resultado una trayectoria en forma ovalada que parece repetirse a diferencia de la Figura 4.5b en donde se pueden observar la trayectoria que forma una espiral con forma irregular.

### 4.4. Simulación de los actuadores azimutales

Los actuadores representan los mecanismos físicos a través de los cuales se obtienen las fuerzas y momentos en el marco referencial del vehículo, en la sección 2.3.4 se presentó el modelo matemático de dichos actuadores y se debe tomar en cuenta que las entradas de control para este modelo son: el ángulo azimutal  $\alpha$  y la señal de control  $u$  que para este caso es una señal de PWM (*Pulse Width Modulation, Modulación por Ancho de Pulso*) la cual está acotada entre 1100 y 1900  $\mu s$  con una banda muerta en los 1500  $\mu s$ . Lo anterior es con el objeto de tener un umbral a partir del cual se puede cambiar el giro de las hélices y poder inducir un giro invertido en las propelas de los actuadores. La fuerza generada por los actuadores correspondiente al valor PWM inducido está entre -40 N y 50 N aproximadamente, esta fuerza



#### 4.4 Simulación de los actuadores azimutales

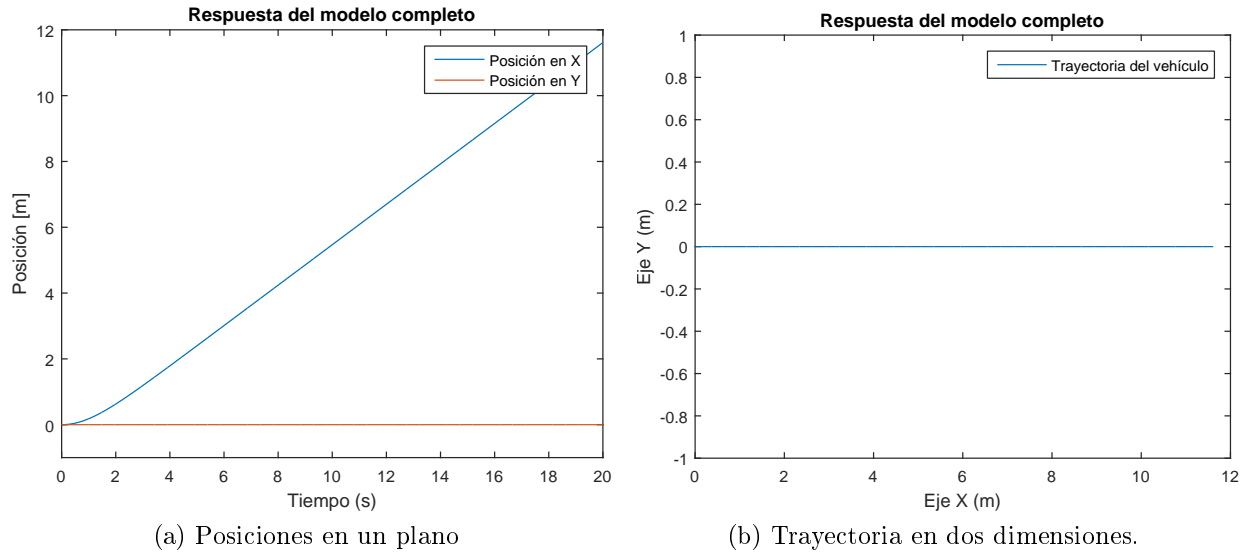


Figura 4.4: Respuesta del modelo completo con una fuerza de entrada constante igual a 5 N en el eje X.

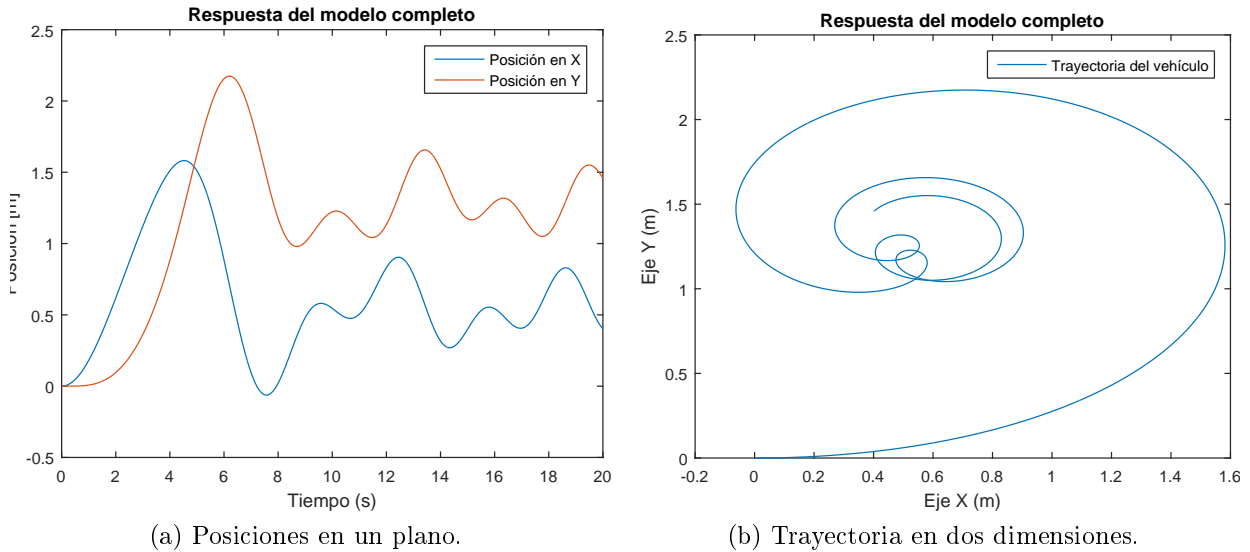
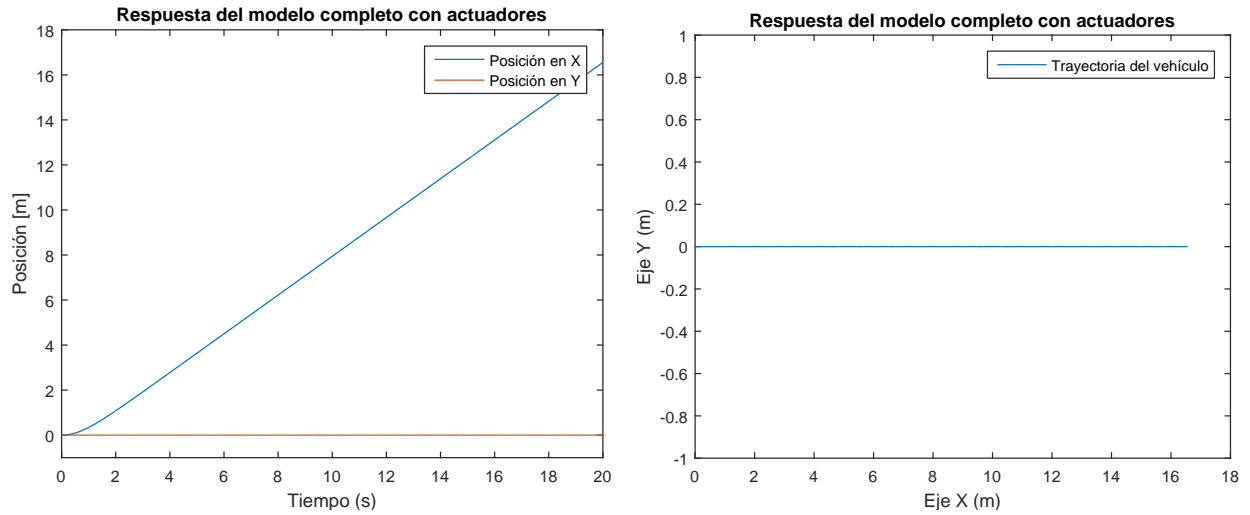


Figura 4.5: Respuesta del modelo completo con una fuerza de entrada constante igual a 5 N en el eje X y momento de 1 N sobre el eje Z.

generada se utiliza como entrada al modelo dinámico del vehículo.

Para verificar el modelo de los actuadores se proponen 2 experimentos, el primero en donde se coloca una señal  $u_{1,2} = 5\text{N}$  y  $\alpha_{1,2} = 0^\circ$  y el segundo con  $u_{1,2} = 5\text{N}$  y  $\alpha_{1,2} = 15^\circ$ . Los resultados de las trayectorias generadas por el vehículo se muestran en las Figuras 4.6 y 4.7. Las condiciones iniciales para estos experimentos fueron  $\boldsymbol{\eta} = [0, 0, 0]^T$ .

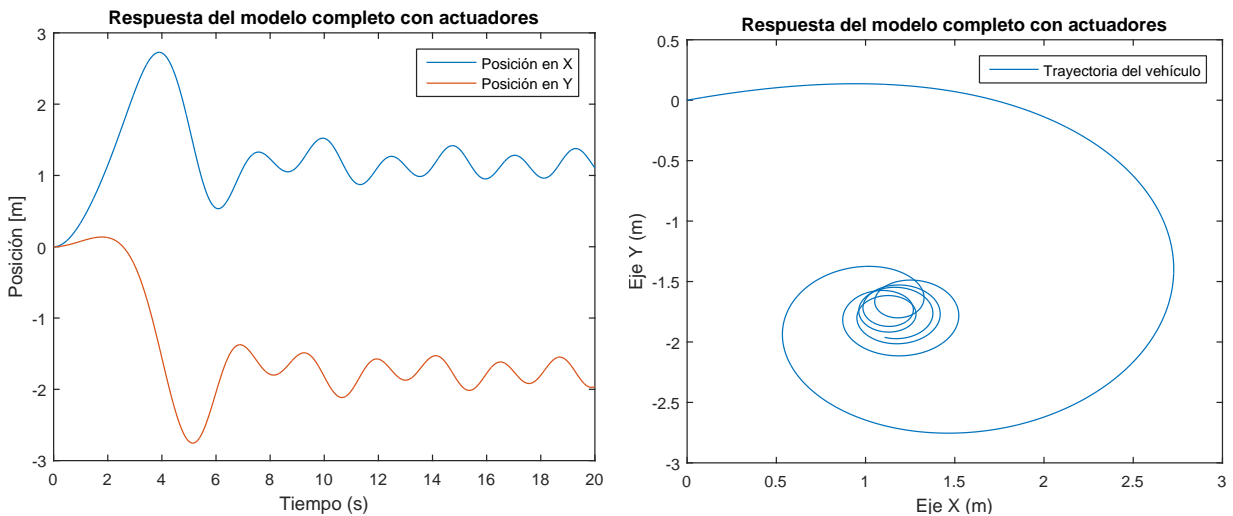
## 4.4 Simulación de los actuadores azimutales



(a) Posiciones en un plano.

(b) Trayectoria en dos dimensiones.

Figura 4.6: Simulación del modelo completo con actuadores (Experimento 1).



(a) Posiciones en un plano.

(b) Trayectoria en dos dimensiones.

Figura 4.7: Simulación del modelo completo con actuadores (Experimento 2).

A partir de este punto y en los experimentos posteriores, se consideran para los actuadores las condiciones dadas en los experimentos de esta sección y un tercer experimento con la ausencia de fuerzas de propulsión ya que se muestran en las secciones siguientes los resultados de la inclusión de las perturbaciones ambientales descritas en el capítulo anterior.

## 4.5. Simulación de las perturbaciones ambientales (olas inducidas)

A partir de la Ecuación 3.2 se tiene una aproximación para describir el comportamiento de las olas inducidas debido al ambiente sobre el que se desplaza el vehículo, el ángulo de encuentro es aquel formado entre la popa y la dirección incidente de las olas, en la práctica se puede asumir que esta dirección es constante y que tiene poca variación. El efecto de estas perturbaciones sobre el vehículo se puede apreciar en la deriva que tiene el mismo cuando se encuentra navegando, ya que en un ambiente ideal el comportamiento del vehículo es similar al de los experimentos en la sección anterior, sin embargo al inducir las fuerzas y momentos aleatorios ocasionados por las olas se produce dicha deriva. Con el fin de reproducir algunos de los efectos ambientales sobre el vehículo es que se incluye este modelo en la simulación. Los parámetros utilizados para simular los efectos de las olas son:  $i = \{1..,10\}$ ,  $A_i = [0,0.2]$  (m),  $\lambda_i = [0,100]$  (m) y  $\omega_{ei} = [0, 0,785]$  rad/s. El ángulo de encuentro  $\beta$  es generado aleatoriamente por los procesos de Gauss-Markov descritos en la sección 3.3.2.

En la Figura 4.8 pueden ser observados los efectos de las olas sobre la posición del vehículo cuando se pretende navegar en línea recta y en la Figura 4.9 se reproduce el experimento 2 bajo la presencia de las olas. Por último en la Figura 4.10 se observa el tercer experimento en donde ninguna fuerza de propulsión se encuentra actuando y el vehículo se desplaza solamente debido a los efectos de las olas.

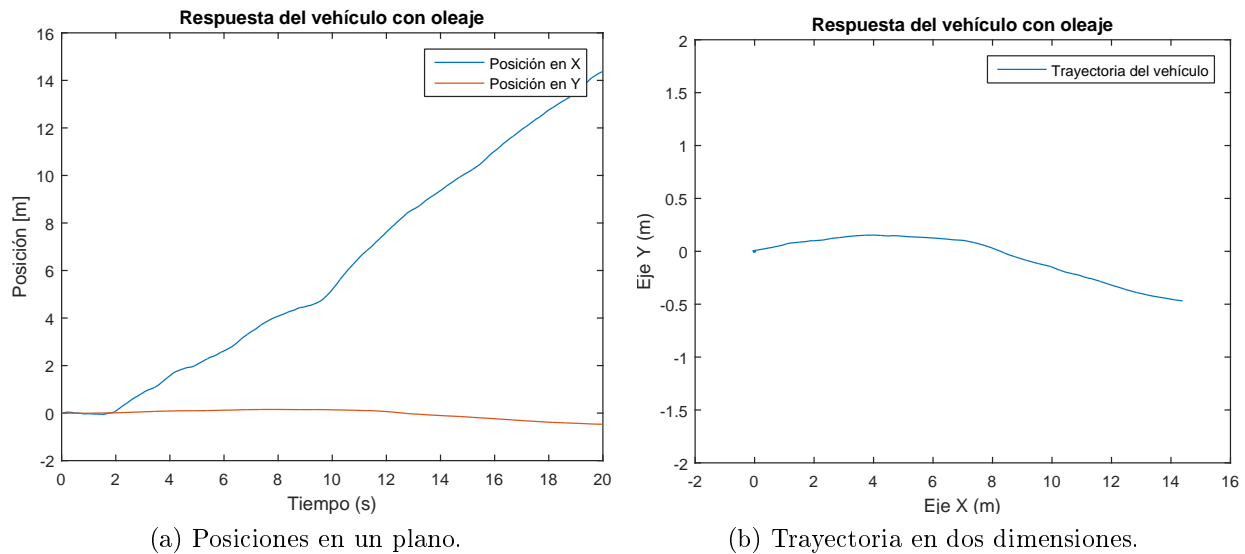


Figura 4.8: Experimento 1 incluyendo olas inducidas (desplazamiento en línea recta).

Como es visto en la Figura 4.8a, la respuesta del sistema difiere en gran medida de los resultados ideales (Fig. 4.6a), es donde se puede comprender mejor los efectos de las olas sobre la dinámica del sistema ya que el vehículo comienza a derivar, es decir pierde su rumbo que llevaba originalmente y esto se debe al efecto de las olas golpeando el barco en distintas direcciones. También en la Figura 4.9a se observan los mismos efectos oscilatorios en la respuesta

## 4.6 Simulación de las perturbaciones ambientales (corrientes inducidas)

del sistema, sin embargo, las oscilaciones tienen periodos y amplitudes desiguales aunque siguen el patrón de disminuir su amplitud e incrementar su frecuencia pero con una deriva hacia su parte negativa. En la Figura 4.9b se observan las espirales con formas irregulares que se forman por la trayectoria del vehículo.

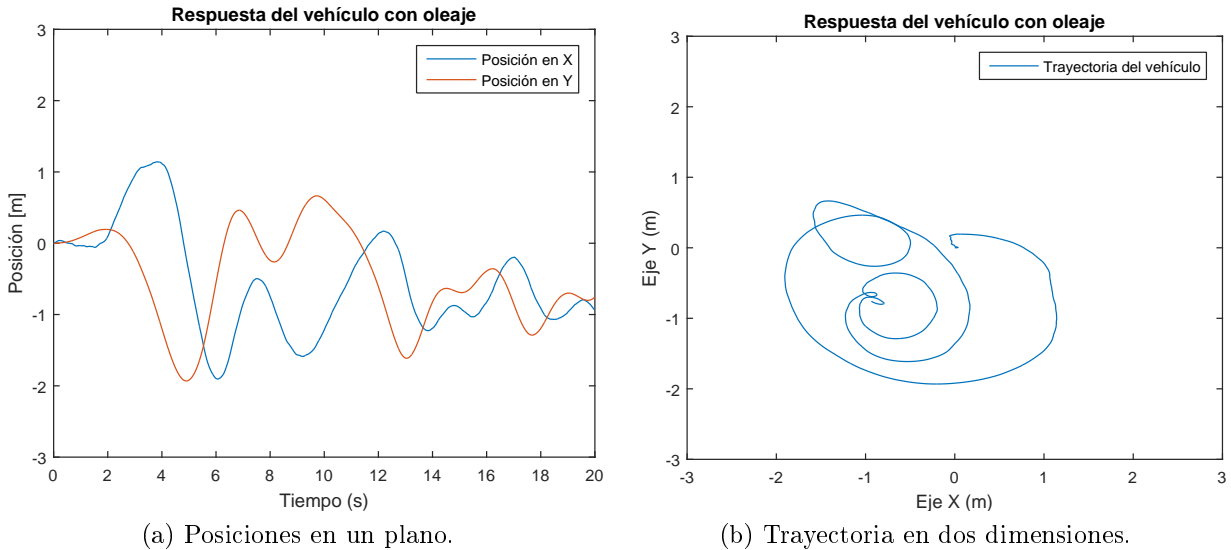


Figura 4.9: Experimento 2 incluyendo olas inducidas (desplazamiento con actuadores a  $15^\circ$ ).

Por último, en la Figura 4.10 se logra comprender y observar de manera más clara los efectos de las olas, en la Figura 4.10b se observa para el eje Y que el efecto tiende a ser siempre hacia el lado negativo del eje. Para el eje X en un primer intervalo de tiempo el efecto se observa hacia el lado negativo del eje, mientras que para un segundo intervalo de tiempo, el vehículo tiende a regresar hacia la posición inicial, es decir tiene un efecto de vaivén.

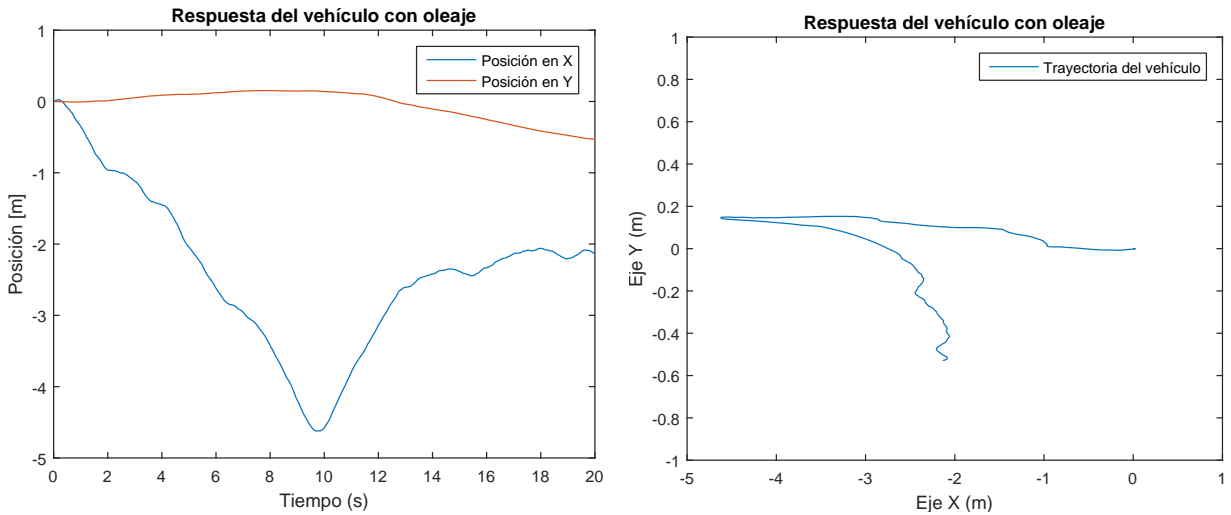
## 4.6. Simulación de las perturbaciones ambientales (corrientes inducidas)

Otra perturbación ambiental considerada son las corrientes inducidas cuyos efectos pueden ser vistos sobre el modelo a través de la Ecuación 3.13 y 3.14. Las velocidades de las corrientes, ángulo de ataque y ángulo de las corrientes son generados automáticamente por las Ecuaciones 2.10 - 2.11, procesos de Gauss-Markov, de la sección 3.3.2.

En las Figuras 4.11, 4.12 y 4.13 se muestran los efectos de las corrientes sobre las trayectorias del vehículo al reproducir los experimentos 1, 2 y 3 respectivamente.

En la Figura 4.11a no son tan notorios los efectos de las corrientes a simple vista, se necesita observar el desplazamiento que tiene el vehículo sobre el eje X para ver que el vehículo se ha desplazado a una mayor distancia, mientras que para el eje Y el vehículo tiene apenas un

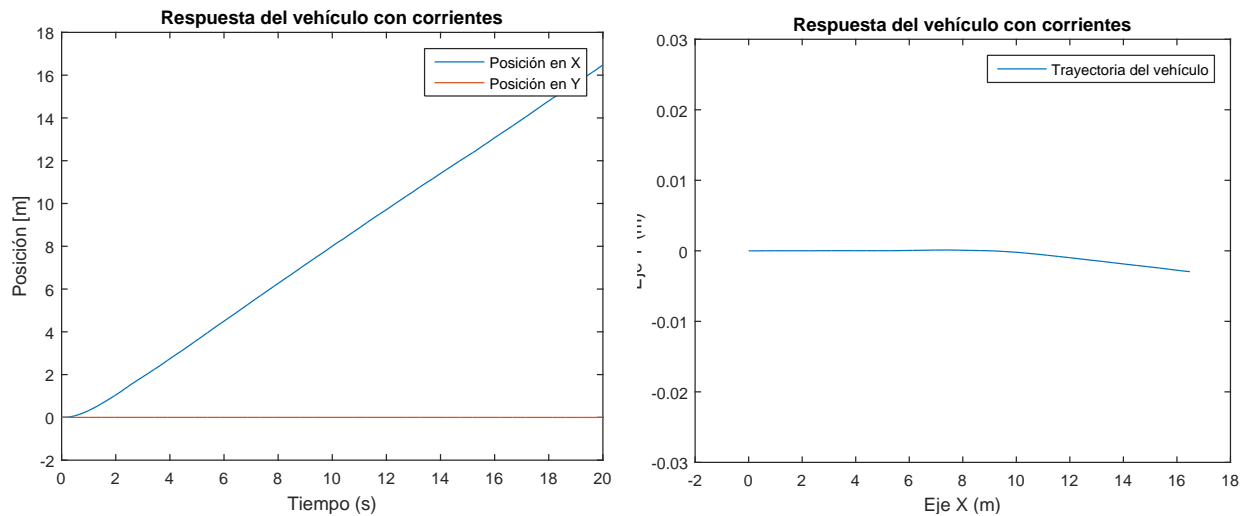
## 4.6 Simulación de las perturbaciones ambientales (corrientes inducidas)



(a) Posiciones en un plano.

(b) Trayectoria en dos dimensiones.

Figura 4.10: Experimento 3 incluyendo olas inducidas (desplazamiento sin fuerzas de propulsión).



(a) Posiciones en un plano.

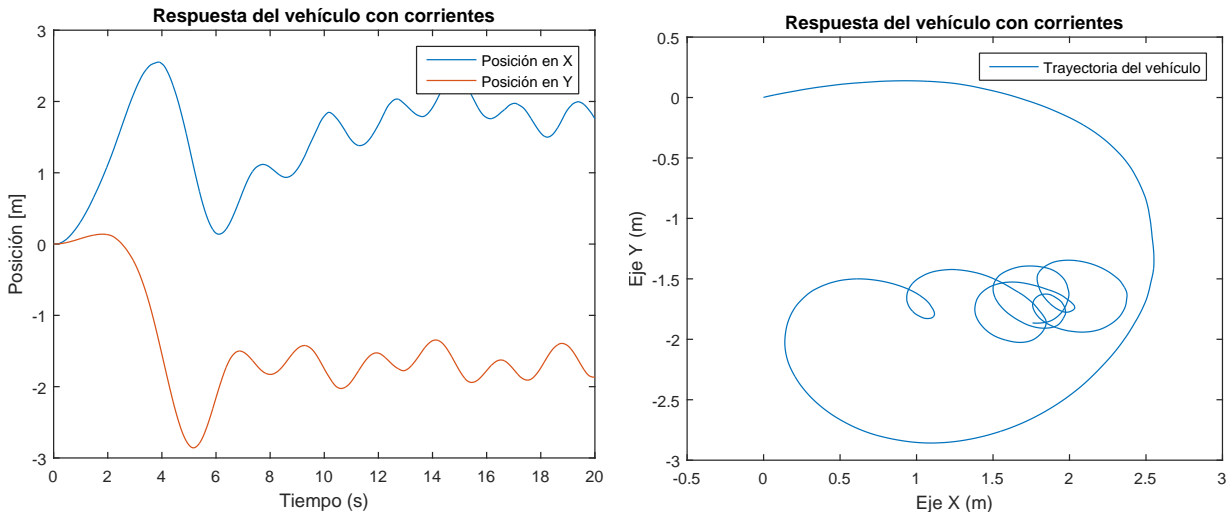
(b) Trayectoria en dos dimensiones.

Figura 4.11: Experimento 1 incluyendo corrientes inducidas (desplazamiento en línea recta).

ligero cambio apreciable. En la siguiente Figura (4.11b) se puede observar la magnitud del cambio que tiene el vehículo en ambos ejes, navega de forma cercana a una línea recta.

Para la Figura 4.12 se aborda el experimento en donde los actuadores están orientados a  $15^\circ$ , en la Figura 4.12b se forma la espiral que se ha formado en los experimentos anteriores, con la diferencia que tiende a derivar más hacia la parte positiva del eje X mientras que para el eje Y las magnitudes permanecen muy similares a los de las secciones 2.15 y 4.4.

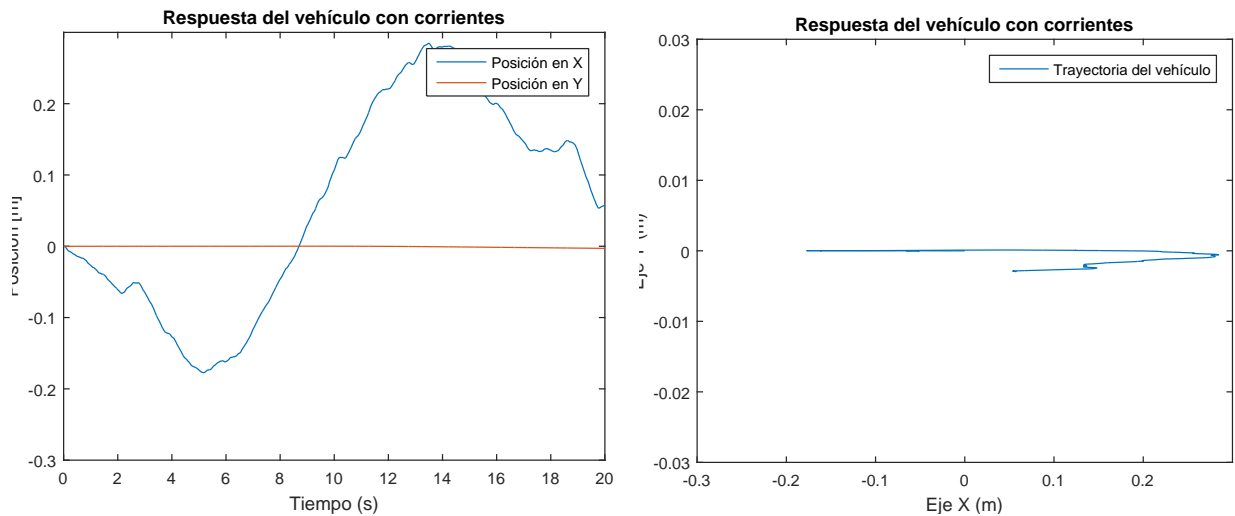
## 4.6 Simulación de las perturbaciones ambientales (corrientes inducidas)



(a) Posiciones en un plano.

(b) Trayectoria en dos dimensiones.

Figura 4.12: Experimento 2 incluyendo corrientes inducidas (desplazamiento con actuadores a  $15^\circ$ ).



(a) Posiciones en un plano.

(b) Trayectoria en dos dimensiones.

Figura 4.13: Experimento 3 incluyendo corrientes inducidas (desplazamiento sin fuerzas de propulsión).

Finalmente en la Figura 4.13 se observa el efecto aislado de las corrientes sobre el vehículo cuando no existen fuerzas de propulsión, los efectos son siempre más notables sobre el eje X que sobre el eje Y en donde se observa solo un pequeño desplazamiento hacia el lado negativo del eje.

## 4.7. Simulación de las perturbaciones ambientales (olas y corrientes inducidas)

En esta sección se muestran los resultados de las simulaciones de los efectos producidos por las olas y corrientes marinas cuando ocurren conjuntamente en un ambiente real, cabe destacar que al ser fenómenos naturales tienen un comportamiento que no es predecible, sin embargo se puede realizar una aproximación como la que se presenta a continuación. En las Figuras 4.14, 4.15 y 4.16 se muestran los resultados (respuestas del sistema y trayectorias resultantes) de las tres simulaciones realizadas del vehículo bajo la influencia de las olas y corrientes inducidas.

Los efectos de ambas perturbaciones que afectan al vehículo mientras pretende navegar en línea recta se muestran en la Figura 4.14 donde se observa que existe una deriva sobre el eje Y. Los resultados de los efectos combinados sobre este experimento son muy similares al experimento realizado con las olas (Secc. 4.5), esto se debe a que los efectos debidos a las corrientes son muy pequeños en comparación a los de las olas.

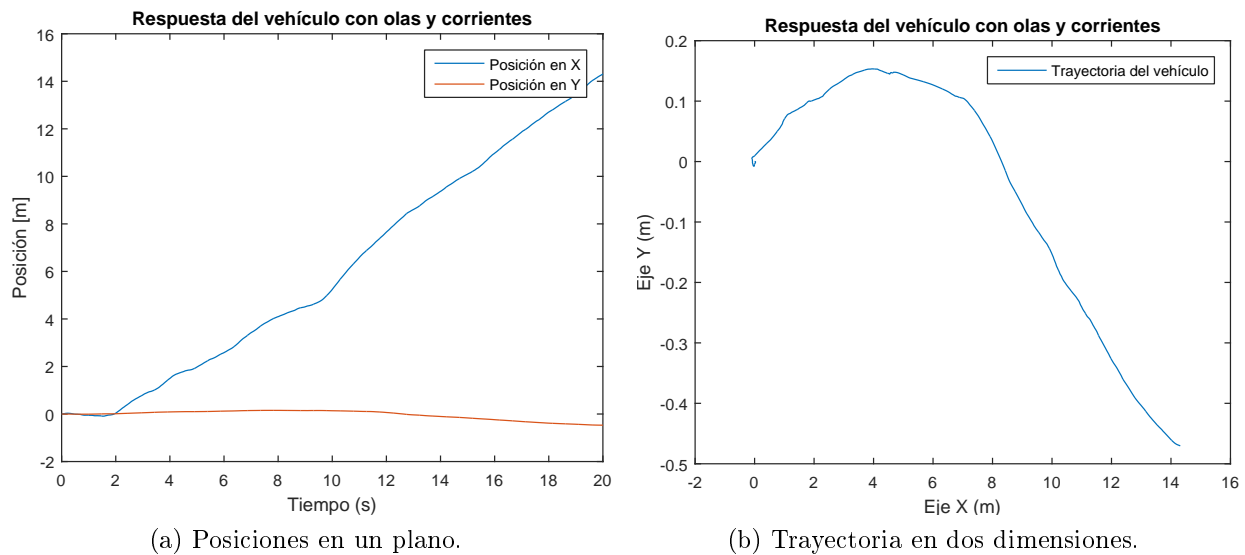
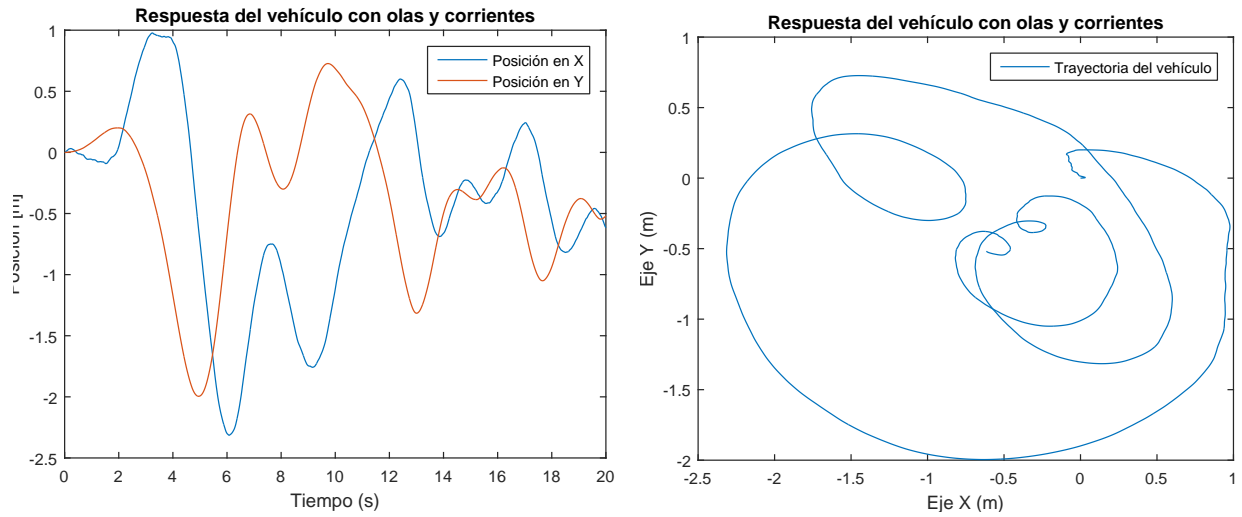


Figura 4.14: Experimento 1 incluyendo olas y corrientes inducidas (desplazamiento en línea recta).

Para el segundo experimento mostrado en la Figura 4.15 se pueden ver las oscilaciones en los estados (Fig. 4.15a) y en la trayectoria del vehículo (Fig. 4.15b) se observa que se forman dos semi óvalos que predominan, estas espirales ya se habían mostrado en los experimentos anteriores, con la diferencia de que la deriva provocada por una de las dos perturbaciones, hace que las espirales se formen en coordenadas distintas.

En el tercer experimento realizado en esta sección se muestran los efectos que tienen ambas perturbaciones cuando se pretende que el vehículo se encuentre en estado de reposo. El

## 4.7 Simulación de las perturbaciones ambientales (olas y corrientes inducidas)

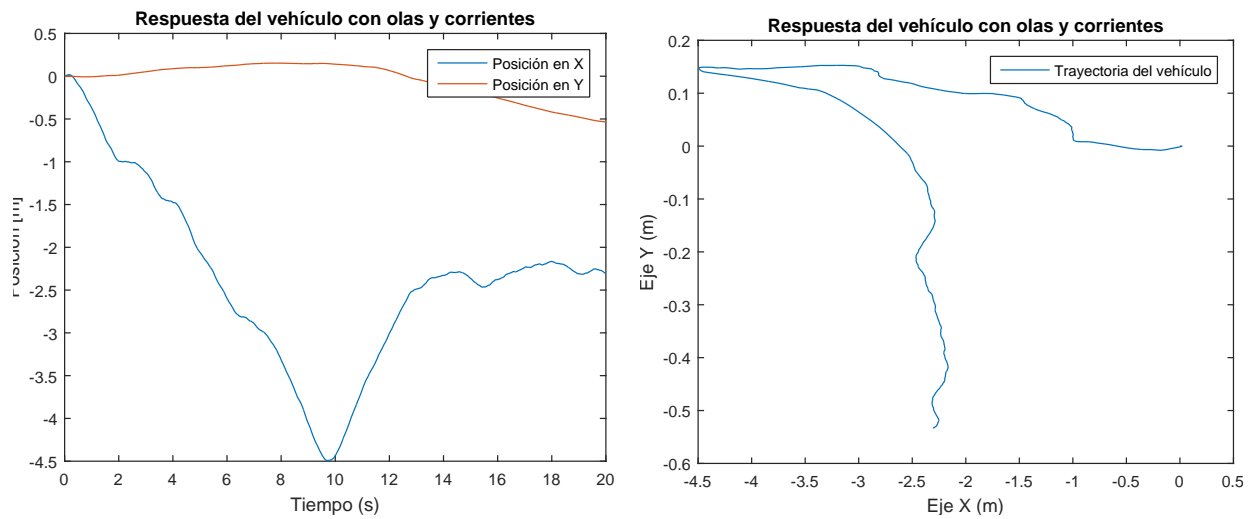


(a) Posiciones en un plano.

(b) Trayectoria en dos dimensiones.

Figura 4.15: Experimento 2 incluyendo olas y corrientes inducidas (desplazamiento con actuadores a  $15^\circ$ ).

resultado mostrado en la Figura 4.16b es bastante similar al resultado mostrado en la Figura 4.10b, por lo que se muestra que siempre predominan los efectos debidos a las olas.



(a) Posiciones en un plano.

(b) Trayectoria en dos dimensiones.

Figura 4.16: Experimento 3 incluyendo olas y corrientes inducidas (desplazamiento sin fuerzas de propulsión).



## 4.8. Simulación de las perturbaciones ambientales (viento)

Otra de las perturbaciones que se incluyeron en la simulación del modelo dinámico del vehículo y a las cuales también se encuentra expuesto en un ambiente real son aquellas ocasionadas por el viento. En el capítulo anterior se realizó una descripción del modelo matemático que describe el comportamiento del viento. En las Figuras (4.17-4.19) se muestran los resultados de cada uno de los tres experimentos realizados.

Los resultados de la simulación cuando el vehículo se pretende desplazar en una línea recta se pueden apreciar en la Figura 4.17. Los efectos del viento sobre el eje X (línea azul) casi no pueden ser apreciados esto se debe a que el área frontal del vehículo es en medida menor que el área lateral, por lo que el viento siempre tendrá un efecto mayor sobre los costados que en el frente. Lo antes mencionado se puede apreciar si se observan los resultados sobre el eje Y (línea roja), para la Figura 4.17a se observa un ligero cambio sobre su trayectoria a partir del segundo 10 de la simulación, este comportamiento se observa mejor en la Figura 4.17b en donde se ve el comportamiento en forma de oscilaciones. Estas oscilaciones se forman debido a que la dirección del viento no es constante, sino que es tomada a partir del generador de velocidades y direcciones descrito en la sección 3.3.2.

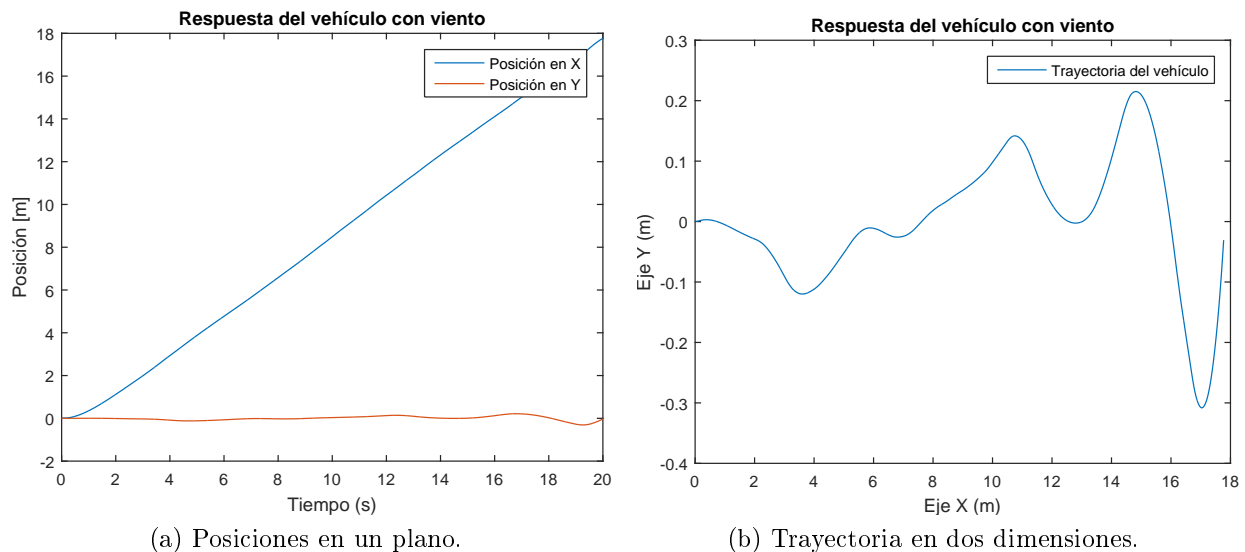


Figura 4.17: Experimento 1 incluyendo perturbación por viento (desplazamiento en línea recta).

En la Figura 4.18 se tienen los resultados obtenidos al rotar los actuadores del vehículo  $15^\circ$ . Se puede observar que para el eje X, el vehículo tiene un cambio en su posición que lo lleva alrededor de los 6-7 m y por el efecto del viento y la fuerza ejercida por los actuadores, se mantiene oscilado en ese rango, es decir, no avanza más. Para el eje Y se observa también que la respuesta tiene un sobreimpulso alrededor del segundo seis de la simulación y a partir

## 4.9 Efectos combinados de olas, corrientes y viento

de ese tiempo, su respuesta empieza a decrecer con oscilaciones constantes. Estos comportamientos se pueden apreciar de mejor forma sobre la Figura 4.18b.

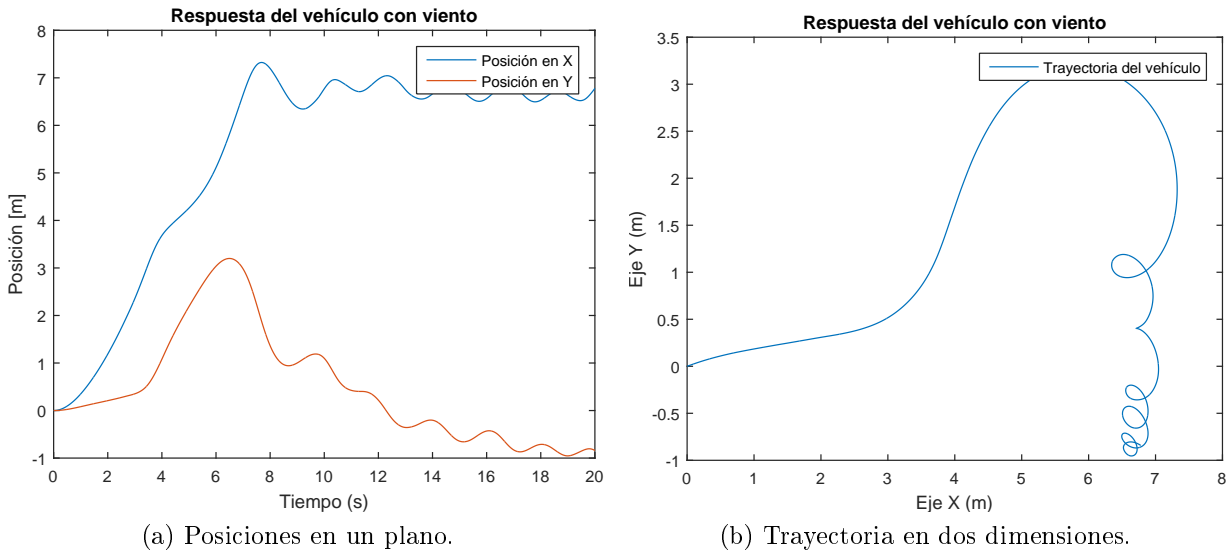


Figura 4.18: Experimento 2 incluyendo perturbación por viento (desplazamiento con actuadores a  $15^\circ$ ).

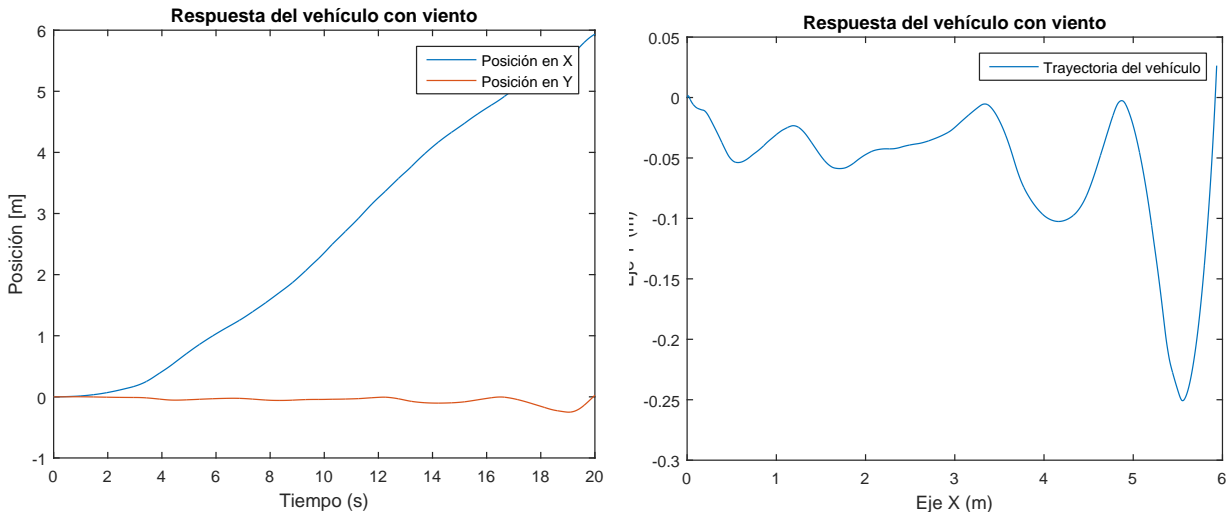
Finalmente para la inclusión de los efectos del viento, la Figura 4.19 muestra los resultados de la respuesta del sistema cuando no existen fuerzas que actúen sobre el vehículo. Las figuras muestran que existe un desplazamiento sobre el eje X (no mayor al observado en el experimento 1) con ligeros cambios en su pendiente. Para el eje Y de nueva cuenta se observan ligeras oscilaciones a partir del segundo 12 de la simulación, estas oscilaciones son pequeñas y en la Figura 4.19b se pueden apreciar de mejor forma. la trayectoria descrita por ambas respuestas X y Y se observa en la misma figura.

## 4.9. Efectos combinados de olas, corrientes y viento

Como última sección de este capítulo se presentan los efectos de las tres perturbaciones principales (olas, corrientes y viento), se presume que el comportamiento será una combinación de todos los resultados presentados anteriormente.

Para la Figura 4.20 se observa el resultado obtenido al inducir una fuerza constante positiva sobre el eje X, los resultados muestran que para el eje X existe un crecimiento en su amplitud, cuyo comportamiento no es completamente lineal, ya que se presentan cambios en su pendiente. Para el eje Y existe un decrecimiento monótono que se dá a partir del segundo 10 de la simulación, este comportamiento fué más notorio cuando se presentaron los resultados de los efectos debido a las olas y corrientes inducidas juntas. El máximo desplazamiento logrado para el eje X es de menos de 16 metros, mientras que para el eje Y es de casi 3.5 metros.

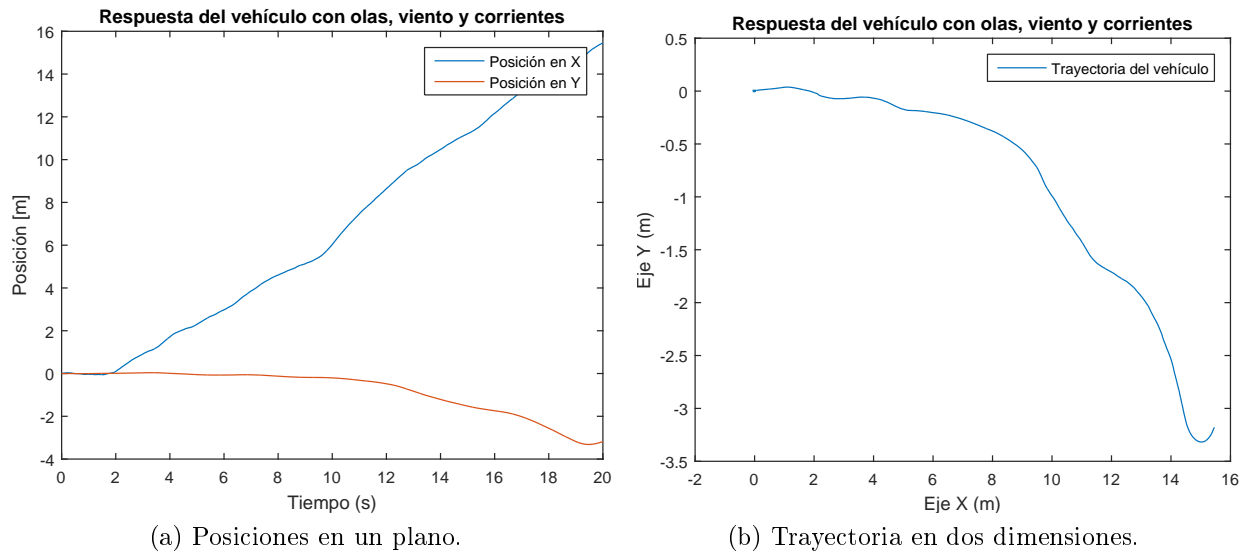
## 4.9 Efectos combinados de olas, corrientes y viento



(a) Posiciones en un plano.

(b) Trayectoria en dos dimensiones.

Figura 4.19: Experimento 3 incluyendo perturbación por viento (desplazamiento sin fuerzas de propulsión).



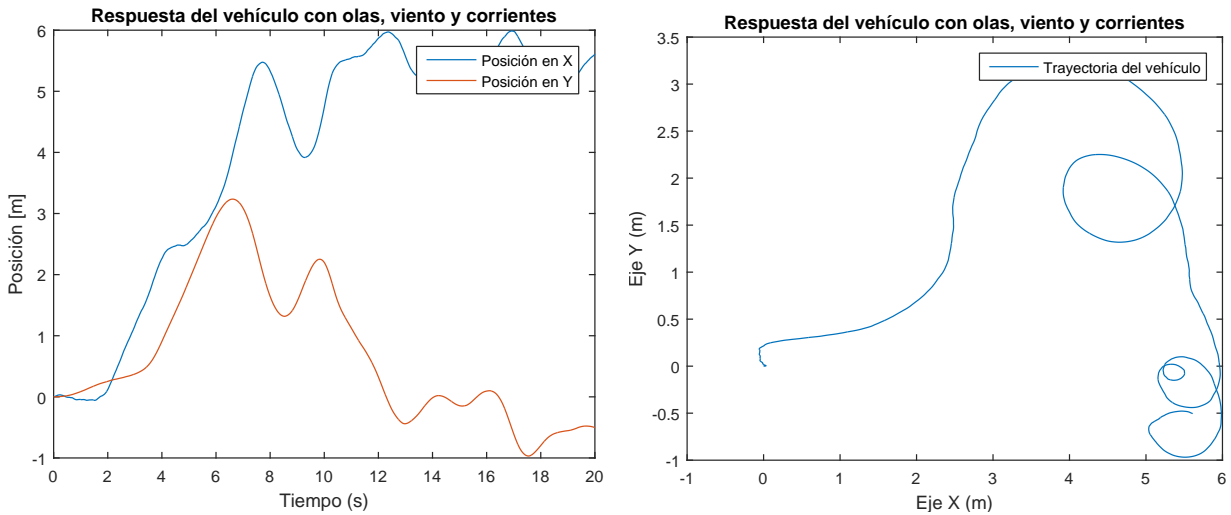
(a) Posiciones en un plano.

(b) Trayectoria en dos dimensiones.

Figura 4.20: Experimento 1 incluyendo efectos de olas, corrientes y viento (desplazamiento en línea recta).

Continuando con los resultados, en la Figura 4.21 se muestran las oscilaciones producidas al configurar los actuadores a  $15^\circ$ , en 4.21a se ven las respuestas de forma individual y se puede observar oscilaciones descritas por cada una de ellas, estas oscilaciones se clarifican en la trayectoria mostrada en la Figura 4.21b en donde se forman espirales de formas irregulares conforme el tiempo de simulación avanza.

## 4.9 Efectos combinados de olas, corrientes y viento

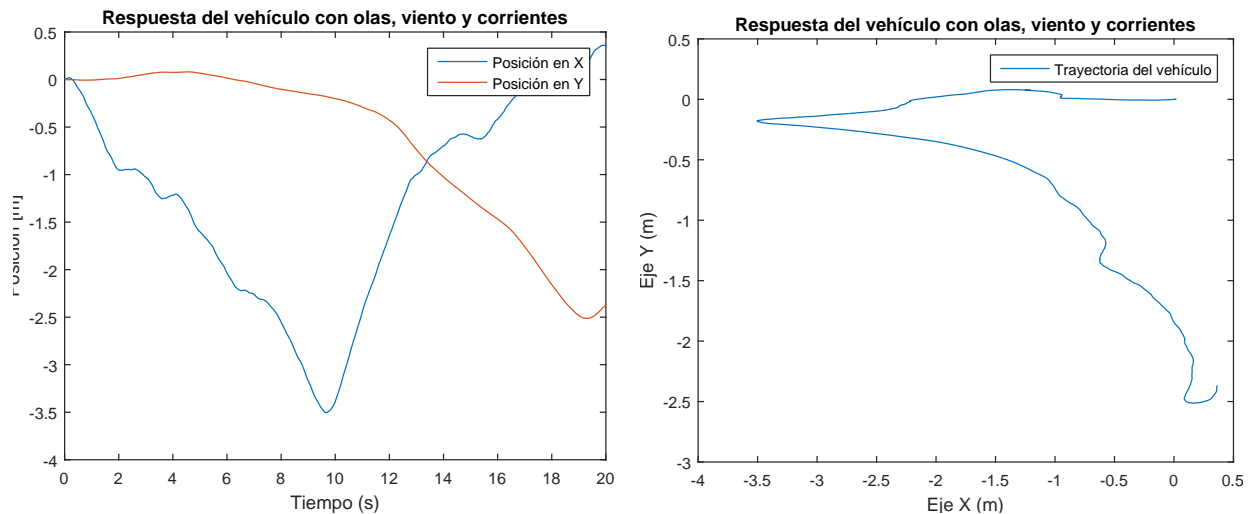


(a) Posiciones en un plano.

(b) Trayectoria en dos dimensiones.

Figura 4.21: Experimento 2 incluyendo efectos de olas, corrientes y viento (desplazamiento con actuadores a  $15^\circ$ ).

Por último, los resultados de realizar el experimento 3 considerando los efectos de las tres perturbaciones en el modelo dinámico se muestran en la Figura 4.22, aquí es notorio el efecto de “vaivén” producido por los efectos de las perturbaciones, ya que como se mencionó anteriormente, los parámetros de direcciones y velocidades son tomados directamente del generador.



(a) Posiciones en un plano.

(b) Trayectoria en dos dimensiones.

Figura 4.22: Experimento 3 incluyendo efectos de olas, corrientes y viento (desplazamiento sin fuerzas de propulsión).

# Capítulo 5

## Diseño del controlador robusto.

En este capítulo se aborda el diseño de la ley de control que gobernará el sistema propuesto en los capítulos anteriores, este controlador deberá ser robusto ante las perturbaciones propuestas para el correcto desempeño del vehículo.

Un sistema móvil autónomo (Un USV para este caso) necesita a su vez otro sistema que le dicte hacia donde debe dirigirse, con que velocidad y dirección para poder así cumplir con su objetivo propuesto de navegación autónoma. Estos sistemas se conocen como sistemas de Orientación, Navegación y Control, en inglés GNC (*Guidance, Navigation and Control*), que contiene los tres subsistemas mencionados para un buen desempeño del vehículo.

Cada uno de estos subsistemas tiene tareas específicas y diferentes, que se especifican como [33]:

- **Orientación:** Es la acción o el sistema que continuamente proporciona las variables deseadas (posición, dirección, velocidad y aceleración) del vehículo para ser utilizadas como referencias por el sistema de control.
- **Navegación:** Es la ciencia de determinar la posición, orientación y distancia al objetivo de un vehículo móvil en todo momento, en algunas ocasiones también se determina la velocidad y aceleración del mismo. Esto se logra combinando la información de diferentes sensores tales como sistemas de posicionamiento global y unidades de medición inercial que a su vez contienen giroscopios, acelerómetros y brújulas. No siempre es suficiente con solo tener la información de estos sensores, ya que en un ambiente real, están siempre sujetos a incertidumbres en la medición por lo que es necesario contar con algoritmos computacionales que permitan procesar y filtrar la información disponible para tener una medición más certera. Diversos trabajos como [34] y [35] han propuesto diferentes métodos como observadores y filtros para determinar la posición y orientación de un vehículo marino. La navegación ha sido desde tiempos muy lejanos un factor crucial para quienes navegaban, al tener que encontrar las rutas más cortas, seguras y económicas para la operación de los vehículos que se utilizaban.
- **Control:** Es el subsistema que está encargado de determinar las fuerzas y momentos necesarios que el vehículo necesita desarrollar para lograr un objetivo de control. Este

subsistema siempre trabaja en conjunto con los subsistemas de orientación y navegación para que estos dos últimos formulen dicho objetivo de control. Entre los objetivos de control se encuentran: optimización de la energía, regulación de punto de ajuste, seguimiento de trayectoria, seguimiento de ruta y control de maniobras.

En [23] y [36] se presentan dos trabajos que desarrollan sistemas GNC para vehículos marinos, el primero para un USV totalmente actuado y el segundo para el seguimiento de ruta de un barco. El tercero de los tres subsistemas que conforman al sistema GNC (Control) es el objeto de estudio en este capítulo. En este subsistema se pueden integrar diferentes algoritmos de control basados en el modelo, basados en la retroalimentación de estados o bien una combinación de varios tipos de controladores. En la Figura 5.1 se puede observar el flujo de las señales para un sistema GNC.

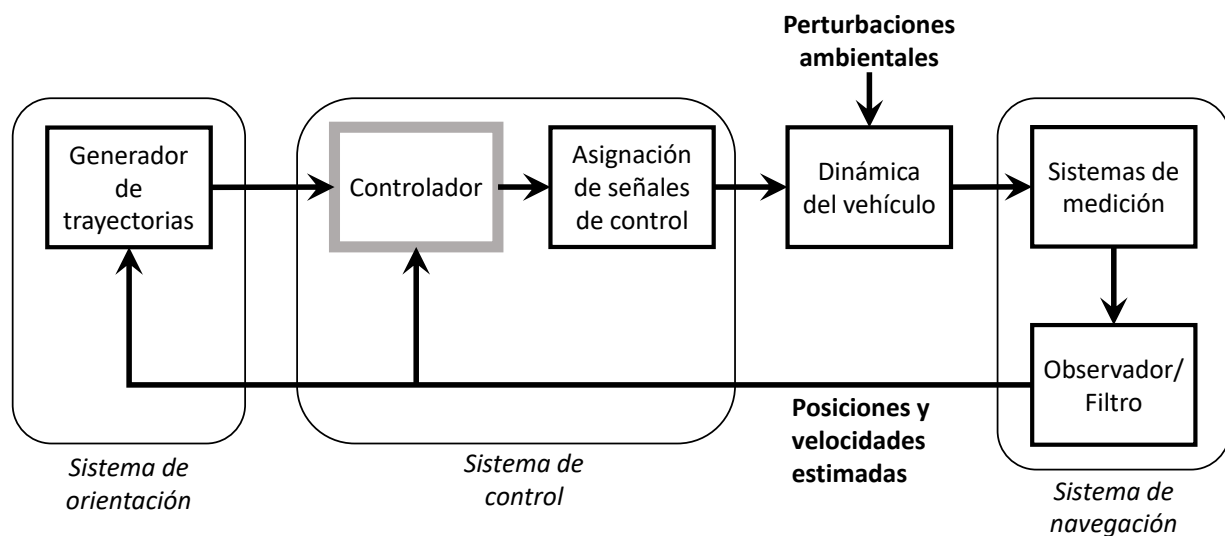


Figura 5.1: Flujo de señales del sistema GNC.

Dentro de los objetivos de control más comunes se encuentran:

1. Regulación del punto de ajuste (*Setpoint regulation*): Consiste en el objetivo de control más común y básico, en el que la señal deseada es propuesta por un operador humano y es de tipo constante invariante en el tiempo. Ejemplos de esta tarea de control son: control de velocidad, profundidad, orientación y posicionamiento dinámico de un vehículo marino.
2. Seguimiento de trayectorias (*Trajectory tracking*): Este objetivo de control se da cuando se tiene una referencia que está parametrizada en función del tiempo, i.e. una trayectoria en la que la velocidad no siempre es la misma a lo largo del trayecto, por lo que el vehículo marino debe seguir referencias de posición y velocidad que dependen del tiempo. Algunos ejemplos son: control de maniobras, de cambio de curso, cambio de velocidad, entre otros.
3. Seguimiento de ruta (*Path following*): Esto consiste en seguir una ruta predefinida y que es independiente del tiempo, es decir el tiempo en que se realiza esta tarea es

## 5.1 Ley de control basada en control clásico (Proporcional - Derivativo)

---

irrelevante. Este tipo de objetivo de control es común para el tránsito de barcos en viajes largos o vehículos utilizados para exploración de volúmenes de agua.

Para este trabajo se consideran controladores para las tareas 1. y 3.

### 5.1. Ley de control basada en control clásico (Proporcional - Derivativo)

Sea el sistema perturbado descrito por las Ecuaciones 3.13 y 3.14:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = J(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{v}_r + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_c^E \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

$$M\dot{\mathbf{v}}_r + C(\mathbf{v}_r)\mathbf{v}_r + D(\mathbf{v}_r)\mathbf{v}_r = \boldsymbol{\tau}_E + \boldsymbol{\tau} \quad (5.2)$$

con la matriz de masas definida positiva y constante en el tiempo ( $M = M^T > 0, \dot{M} = 0$ ), la matriz de coriolis y fuerzas centripetas  $C(\mathbf{v}_r) = -C^T\mathbf{v}_r$  es anti-simétrica y la matriz de amortiguamiento  $D(\mathbf{v}_r) > 0$  es estrictamente positiva.

Para posterior comparación con el controlador no lineal por modos deslizantes se propone una ley de control basada en un controlador no lineal Proporcional Derivativo (PD) similar al propuesto en [37].

Definimos  $\mathbf{e}$  como el error de posición medido en el marco inercial. Sea  $\boldsymbol{\eta}_d = [x_d, y_d, \psi_d]^T$  el vector de posición y orientación deseada del vehículo en el marco inercial, entonces el vector de error está dado por:

$$\mathbf{e} = \boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_d \quad (5.3)$$

Utilizando la matriz de transformación  $J(\boldsymbol{\eta}_2)$  descrita en la sección 2.5 este error puede ser llevado al marco referencial del vehículo, lo que conlleva a la siguiente ley de control PD no lineal

$$\boldsymbol{\tau} = K_p J(\boldsymbol{\eta}_2)^T \mathbf{e} + K_d [J(\dot{\boldsymbol{\eta}}_2)^T \mathbf{e} + J(\boldsymbol{\eta})^T \dot{\mathbf{e}}] \quad (5.4)$$

Siendo  $K_p$  y  $K_d$  matrices diagonales positivas que representan las ganancias proporcional y derivativa respectivamente del controlador. Estas ganancias son sintonizadas manualmente en la simulación para obtener el menor error en estado estable posible.

### 5.2. Ley de control basada en control robusto (Control por Modos Deslizantes)

Es deseable que el sistema perturbado 3.13, 3.14 sea robusto ante las perturbaciones que fueron descritas en el capítulo 3, también es deseable que el controlador usado sea robusto

## 5.2 Ley de control basada en control robusto (Control por Modos Deslizantes)

ante los errores de modelado e incertidumbres en los parámetros del modelo. Ejemplos de este tipo de controladores son [11] en donde utilizan un controlador adaptable no lineal para maniobrar con experimentos en laboratorios y [38] quienes utilizan la misma técnica pero para seguimiento de ruta. En esta sección una ley de control basada en Control por Modos Deslizantes (SMC, Sliding Mode Control) ([39], [40]) es diseñada para cumplir con los objetivos de control. El procedimiento de diseño es tomado de [41].

El Control por Modos Deslizantes es una técnica de control no lineal que tiene como principales propiedades la exactitud, robustez y es de fácil implementación y sintonización. Los sistemas SMC son diseñados para llevar los estados del sistema hacia una superficie particular en el espacio de estados llamada superficie de deslizamiento. Una vez que la superficie de deslizamiento ha sido alcanzada, el controlador hace que los estados permanezcan en un vecino cercano de la superficie de deslizamiento. Está dividido entonces en dos partes, la primera involucra el diseño de una superficie de deslizamiento tal que el movimiento deslizante satisfaga las especificaciones de diseño. La segunda parte se enfoca en seleccionar la ley de control que hará que la superficie de conmutación sea atractiva para los estados del sistema.

Existen dos ventajas principales del SMC, en primer lugar, el comportamiento dinámico del sistema se puede adaptar a la elección particular de una función de deslizamiento y en segundo lugar, la respuesta en lazo cerrado se vuelve totalmente insensible a incertidumbres particulares. Este principio se extiende a incertidumbres en los parámetros del modelo, perturbaciones y a no-linealidades acotadas.

Desde un punto de vista práctico el SMC permite controlar procesos no lineales sujetos a perturbaciones externas e incertidumbres en el modelo, por lo que es una buena elección para el presente trabajo.

### 5.2.1. Definiciones en control por modos deslizantes

*Definición 5.1* La estructura en un controlador de estructura variable [39] está gobernada por el signo de una función vectorial  $s(\mathbf{x})$  que se define como la *función de conmutación*. Una función de conmutación se asume ser  $m$  dimensional y lineal.

$$s(\mathbf{x}) = C\mathbf{x} \quad (5.5)$$

donde

$$s(\mathbf{x}) = [s_1(\mathbf{x}), s_2(\mathbf{x}), \dots, s_m(\mathbf{x})]^T \quad (5.6)$$

y

$$C = [c_1^T, c_2^T, \dots, c_m^T]^T \quad (5.7)$$

así

$$s_i(\mathbf{x}) = c_i^T \mathbf{x} \quad (5.8)$$

Cada escalar de la función de conmutación  $s_i(\mathbf{x})$  describe una superficie lineal  $s_i(\mathbf{x}) = 0$ , la cual está definida como *superficie de deslizamiento*.



## 5.2 Ley de control basada en control robusto (Control por Modos Deslizantes)

*Definición 5.2* Sea  $\mathbf{x}_0$  el estado inicial del sistema al tiempo inicial  $t_0$ ,  $\mathbf{x}(t)$  el estado del sistema al tiempo  $t$  y  $S$  una superficie de conmutación que incluye al origen  $\mathbf{x} = 0$ .

Si para cualquier  $\mathbf{x}_0$  en  $S$ , se tiene un  $\mathbf{x}(t)$  en  $S$  para todo  $t > t_0$ , entonces  $\mathbf{x}(t)$  es un *movimiento deslizante* o *modo deslizante* del sistema.

*Definición 5.3* Si todos los puntos en  $S$  son puntos finales, o sea, para cualquier punto en  $S$  existen trayectorias que lo alcanzan desde ambos lados de  $S$ , entonces la superficie de conmutación  $S$  se llama *superficie de deslizamiento*.

*Definición 5.4* La condición bajo la cual un estado se moverá hacia una superficie de deslizamiento y la alcanza se llama *condición de alcance*.

El diseño de un controlador por modos deslizantes involucra dos pasos fundamentales, el primero es la selección de una superficie de deslizamiento estable en el espacio de estados/error sobre el cual el movimiento deberá ser restringido. Segundo paso fundamental es la síntesis de una ley de control la cual hace que la superficie de deslizamiento elegida sea atractiva para los estados del sistema.

### 5.2.2. Diseño de la superficie de deslizamiento

Considere un sistema de orden  $n$  representado por

$$\dot{x}_i = x_{i+1}, i = 1, 2, \dots, n - 1 \quad (5.9)$$

$$\dot{x}_n = -a_n x_n + \dots + a_1 x_1 + Bu \quad (5.10)$$

La superficie de deslizamiento se propone como en la definición 5.1

$$s(t) = C_s x(t)$$

El vector  $C_s$  consiste de coeficientes que describen la superficie de deslizamiento en términos del vector de estado  $x(t)$ . Los valores de  $s$  especifican la distancia de un punto a la superficie de deslizamiento,  $s = 0$  implica que el punto se encuentra sobre la superficie de deslizamiento. La superficie deslizante definida de esta manera se le llama *hiperplano*. La superficie no necesariamente tiene que ser un plano (o línea en el caso de un sistema de segundo orden) siempre, la superficie puede tener cualquier forma. En ese caso, el vector  $C_s$  es el gradiente de la superficie deslizante. Si la superficie deslizante es un plano, entonces el gradiente de la matriz es la matriz misma.

#### Propiedades de la función de deslizamiento

- El orden de la función de deslizamiento es menor que el orden de la planta (ver [39]).
- La función de deslizamiento no depende de la ley de control ni de la dinámica de la planta y está determinado por los parámetros de la función de deslizamiento solamente.

## 5.2 Ley de control basada en control robusto (Control por Modos Deslizantes)

Definimos la superficie de deslizamiento como

$$s = c_{s1}x_1 + c_{s2}x_2 + \dots + c_{sn-1}x_{n-1} + x_n = 0 \quad (5.11)$$

$$\dot{x}_n = -c_{s1}x_1 - c_{s2}x_2 - \dots - c_{sn-1}x_{n-1} \quad (5.12)$$

$$\dot{x}_n = -c_{s1}x_2 - c_{s2}x_3 - \dots - c_{sn-2}x_{n-1} + \sum_{i=1}^{n-1} c_{sn-1}c_{si}x_i \quad (5.13)$$

Por lo tanto, la dinámica de la función de deslizamiento depende solamente de los parámetros de la superficie  $C_s$ .

- La estabilidad del sistema está confinada a la superficie de deslizamiento.

Considere el siguiente sistema en forma regular

$$\dot{x}_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 \quad (5.14)$$

$$\dot{x}_2 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + Bu \quad (5.15)$$

y la superficie de deslizamiento propuesta como

$$s = \begin{bmatrix} k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Entonces la dinámica del sistema confinada a la superficie deslizante  $s = kx_1 + x_2$  está dada por

$$\dot{x}_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 = (A_{11} - A_{12}k)x_1 \quad (5.17)$$

Si  $k$  está elegida tal que  $A_{11} - A_{12}k$  tenga eigenvalores en el lado izquierdo del plano solamente, entonces la dinámica de  $x_1$  es estable. Dado que  $kx_1 + x_2 = 0$ , la dinámica de  $x_2$  también es estable. Entonces si la superficie deslizante está diseñada como  $s = C_s x = kx_1 + x_2$ , entonces la dinámica del sistema confinada a  $s = 0$  es estable.

- El modo deslizante debe iniciar en un tiempo finito.

En la fase de deslizamiento, el punto al que nos referimos se supone que se mueve a lo largo de la superficie escogida. Esto al mismo tiempo indica que la superficie deslizante debe ser tal que tenga en ambos lados trayectorias de estado correspondientes a las dos estructuras que entran en ella. Como se describió al inicio de esta sección,  $s$  indica la distancia del punto con respecto a la superficie, por lo cual, valores positivos de  $s$  indican que el punto se encuentra por encima de la superficie y valores negativos de  $s$  que el punto está por debajo de la superficie.  $\dot{s}$  es la razón de cambio de la distancia del punto a la superficie de deslizamiento.

## 5.2 Ley de control basada en control robusto (Control por Modos Deslizantes)

Para que el movimiento deslizante exista en la superficie se debe cumplir la siguiente condición

$$s\dot{s} < 0 \quad (5.18)$$

Esta es la llamada *condición de alcance* mencionada en la definición 5.4, sin embargo esta condición no es suficiente para el deslizamiento. Consideremos el siguiente ejemplo:

$$\dot{s} = -s, \quad (5.19)$$

$$s\dot{s} = -s^2, \forall s \neq 0. \quad (5.20)$$

Para el cual, la solución para  $s(t)$  está dado por

$$s(t) = e^{-t}s(0) \quad (5.21)$$

Esta solución implica que  $s(t) = 0$  conforme  $t \rightarrow \infty$  por lo que lleva un tiempo finito en alcanzar la superficie conforme se acerca.

Existen diferentes enfoques para asegurar que los estados convergan a la superficie de deslizamiento en un tiempo finito. A continuación se presenta el enfoque de *Lyapunov* para la condición de alcance.

Se escoge una función de Lyapunov candidata

$$V(x, t) = s^T s \quad (5.22)$$

Una condición global de alcance es

$$\dot{V}(x, t) < 0 \quad (5.23)$$

cuando  $s \neq 0$ . Un tiempo de alcance finito se garantiza cuando 5.23 se modifica a

$$\dot{V}(x, t) < -\epsilon \quad (5.24)$$

cuando  $s \neq 0$  y  $\epsilon > 0$

Para el caso específico del sistema visto en los capítulos anteriores, se desea que el error entre los estados y estados deseados sea cero o cercano a cero y como los estados del sistema siempre convergen a la superficie deslizante entonces se propone una superficie deslizante en función del error como una ecuación diferencial de primer orden:

$$\sigma(\mathbf{e}) = \dot{\mathbf{e}} + c\mathbf{e} \quad (5.25)$$

en donde  $c > 0$  es el único parámetro de la superficie de deslizamiento, el error y su dinámica están definidos como

$$\begin{aligned} \mathbf{e} &= \boldsymbol{\eta}_d - \boldsymbol{\eta} \\ \dot{\mathbf{e}} &= \dot{\boldsymbol{\eta}}_d - \dot{\boldsymbol{\eta}} \end{aligned} \quad (5.26)$$

## 5.2 Ley de control basada en control robusto (Control por Modos Deslizantes)

con el vector  $\boldsymbol{\eta}_d = [x_d, y_d, \psi_d]^T$  cuyos elementos son los estados deseados del sistema y el vector  $\boldsymbol{\eta} = [x, y, \psi]^T$  que representa a los estados actuales del sistema. La idea principal del SMC es llevar la superficie de control  $\sigma(e)$  a cero y una vez alcanzada, hacer que los estados permanezcan en un vecino cercano a cero.

### 5.2.3. Diseño de la ley de control

Partimos del sistema (5.1, 5.2) y reescribimos la ecuación 5.2 como

$$\dot{\mathbf{v}}_r = M^{-1}(f(\mathbf{v}_r) + \boldsymbol{\tau}_E) + M^{-1}\boldsymbol{\tau} \quad (5.27)$$

en donde los elementos correspondientes a las matrices de coriolis y fuerzas centripetas y de amortiguamiento han sido agrupados en la función  $f(\mathbf{v}_r) = C(\mathbf{v}_r)\mathbf{v}_r + D(\mathbf{v}_r)\mathbf{v}_r$ , las dinámicas del error están descritas como

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\boldsymbol{\eta}}_d - J(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{v}_r + \mathbf{v}_c^E \quad (5.28)$$

$$\ddot{\mathbf{e}} = \ddot{\boldsymbol{\eta}}_d - (J(\dot{\boldsymbol{\eta}}_2)\mathbf{v}_r + J(\boldsymbol{\eta}_2)\dot{\mathbf{v}}_r - \underbrace{\dot{\mathbf{v}}_c^E}_0) \quad (5.29)$$

Ya que se trata con un vector de corrientes irrotacionales, la derivada del vector  $\dot{\mathbf{v}}_c^E = 0$

#### Analisis de estabilidad

Sea  $V$  una función de Lyapunov candidata escogida como

$$V = \frac{1}{2}\sigma^2 \quad (5.30)$$

Con el objetivo de proveer estabilidad asintótica para el sistema (5.1,5.2) alrededor del punto de equilibrio  $\sigma = 0$  las siguientes condiciones deben cumplirse:

1.  $\dot{V} < 0$  para  $\sigma \neq 0$
2.  $\lim_{|\sigma| \rightarrow \infty} V = \infty$

La condición 2. se cumple en la ecuación 5.30. Con el objetivo de alcanzar la convergencia en tiempo finito (estabilidad global en tiempo finito) la condición 1. se puede modificar a

$$\dot{V} \leq -\sqrt{2L}\sqrt{V}, L > 0 \quad (5.31)$$

Separando variables e integrando la desigualdad 5.38 sobre el intervalo de tiempo  $0 \leq \tau \leq t$

$$\int \frac{dV}{dt} \leq -\sqrt{2L} \int \sqrt{V} \rightarrow \int \frac{dV}{\sqrt{V}} \leq -\sqrt{2L} \int dt \quad (5.32)$$

$$2\sqrt{V} \leq -\sqrt{2L}t|_0^t \quad (5.33)$$

$$2(\sqrt{V(t)} - \sqrt{V(0)}) \leq -\sqrt{2L}t \quad (5.34)$$

## 5.2 Ley de control basada en control robusto (Control por Modos Deslizantes)

y se obtiene

$$\sqrt{V(t)} \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}Lt + \sqrt{V(0)}. \quad (5.35)$$

En consecuencia  $V(t)$  llega a cero en un tiempo finito  $t_r$  que está acotado por

$$t_r \leq \frac{\sqrt{2V(0)}}{L} \quad (5.36)$$

La derivada de 5.30 se escribe como

$$\dot{V} = \sigma \dot{\sigma} \quad (5.37)$$

$$= \sigma [M^{-1}(f(\mathbf{v}_r) + \boldsymbol{\tau}_E) + M^{-1}\boldsymbol{\tau}] \quad (5.38)$$

Asumiendo

$$\boldsymbol{\tau} = M[u - M^{-1}(f(\mathbf{v}_r))] \quad (5.39)$$

Entonces la Ecuación 5.38 puede ser reescrita a

$$\dot{V} = \sigma(M^{-1}\boldsymbol{\tau}_E + u) \quad (5.40)$$

$$= \sigma M^{-1}\boldsymbol{\tau}_E + \sigma u \quad (5.41)$$

$$\leq |\sigma|\alpha + \sigma u \quad (5.42)$$

donde  $\alpha = M^{-1}\boldsymbol{\tau}_E$  es la dinámica no deseada del sistema.

Seleccionando

$$u = -K \text{sign}(\sigma), K > 0 \quad (5.43)$$

con

$$\text{sign}(\sigma) = \begin{cases} -1 & \text{if } \sigma > 0 \\ 1 & \text{if } \sigma < 0 \\ \in [-1, 1] & \text{if } \sigma = 0 \end{cases}$$

y sustituyendo  $u$  en 5.42 se obtiene

$$\dot{V} \leq |\sigma|\alpha - |\sigma|K = |\sigma|(\alpha - K). \quad (5.44)$$

Tomando en cuenta 5.30, la Ecuación 5.38 puede ser modificada a

$$\dot{V} \leq -\sqrt{2}L\sqrt{\frac{1}{2}\sigma^2} = -L|\sigma|. \quad (5.45)$$

Igualando 5.44 y 5.45

$$0 \leq |\sigma|(\alpha - K) = -L|\sigma| \quad (5.46)$$

### 5.3 Algoritmo de asignación de señales de control

---

se puede determinar la ganancia  $K$  del controlador que asegura la estabilidad asintótica que resulta en

$$K = \alpha + L \quad (5.47)$$

Finalmente la ley de control robusto por modos deslizantes es

$$\tau = M(-K \text{sign}(\sigma) + M^{-1}f(\mathbf{v}_r)) \quad (5.48)$$

### 5.3. Algoritmo de asignación de señales de control

Como es sabido, de la sección 2.3.4 se tiene la representación extendida de las fuerzas y momentos de propulsión, sin embargo, como se mostró en el ejemplo de esa misma sección la matriz  $T_e$  no es cuadrada, por lo que obtener una solución para  $u_e$  a partir de la Ecuación 2.42 no es posible por metodos convencionales. Por tal motivo es necesario utilizar el enfoque de la matriz pseudo-inversa para matrices no cuadradas, a este enfoque se le conoce también como la matriz pseudo-inversa de *Moore-Penrose* [42].

Sea  $T \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , entonces existe una única matriz  $T^\dagger \in \mathbb{R}^{n \times m}$  que satisface las siguientes cuatro condiciones:

1.  $TT^\dagger T = T$
2.  $T^\dagger TT^\dagger = T^\dagger$
3.  $T^\dagger T = (T^\dagger T)^T$
4.  $TT^\dagger = (TT^\dagger)^T$

Estas condiciones se denominan condiciones de *Penrose*. La pseudoinversa de  $T_e$  está definida entonces por

$$T_e^\dagger = T_e^T (T_e T_e^T)^{-1} \quad (5.49)$$

y a través de este enfoque se puede obtener una solución para  $u_e$  de la forma

$$u_e = K^{-1} T_e^\dagger \tau \quad (5.50)$$

y las señales de entrada  $u_{1,2}$  y ángulos  $\alpha_{1,2}$  se obtienen a través de:

$$\begin{aligned} u_1 &= \sqrt{u_{1x}^2 + u_{1y}^2}, & \alpha_1 &= \text{atan2}(u_{1y}, u_{1x}) \\ u_2 &= \sqrt{u_{2x}^2 + u_{2y}^2}, & \alpha_2 &= \text{atan2}(u_{2y}, u_{2x}) \end{aligned} \quad (5.51)$$

# Capítulo 6

## Resultados del controlador

Se considera la implementación de las leyes de control 5.4 y 5.48 del capítulo anterior sobre la dinámica del USV descrito en los capítulos anteriores. Para evaluar el desempeño de los controladores, se propone someter cada uno a tres pruebas:

- 1) Mantener su posición en el origen. Los estados deseados del sistema son  $\boldsymbol{\eta}_d = [0, 0, 0]^T$ .
- 2) Desplazamiento a una posición constante. En esta tarea los estados deseados del sistema son:  $\boldsymbol{\eta}_d = [5, 5, \pi/4]^T$ , el vehículo deberá desplazarse a esa posición y permanecer ahí.
- 3) Seguimiento de una trayectoria. El vehículo deberá desplazarse siguiendo una ruta tipo senoidal con amplitud de 10 metros, los estados deseados del sistema son:  
 $\boldsymbol{\eta}_d = [t, 10\text{sen}(0,2t), \arctan(\dot{y}_d/\dot{x}_d)]^T$

Cada controlador (PD, SMC) es sometido a las tres mismas pruebas. Para cada simulación los estados iniciales son  $\boldsymbol{\eta}(0) = [0, 0, 0]^T$  y el tiempo de simulación es de 50 segundos, los valores numéricos para los parámetros del modelo dinámico se presentan en la Tabla 6.1.

Un esquema de como las perturbaciones son incluidas en la simulación se presenta en la Figura 6.1 para facilitar la comprensión del lector.

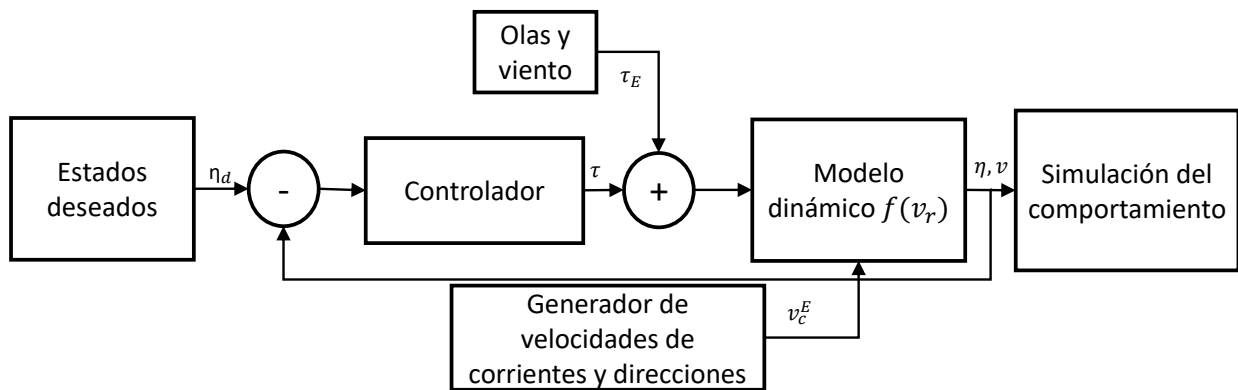


Figura 6.1: Diagrama de la interacción de las perturbaciones ambientales y el modelo.

## 6.1 Resultados del controlador PD

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
$m$	10.09 [Kg]	$X_{u u}$	14.1041
$x_G, y_G, z_G$	0 [m]	$X_u$	-0.5262
$I_x$	1.47 [Kg·m <sup>2</sup> ]	$Y_{v v}$	0.03725
$I_y$	1.91 [Kg·m <sup>2</sup> ]	$Y_v$	0.1690
$I_z$	2.81 [Kg·m <sup>2</sup> ]	$Z_{w w}$	3.6611
$I_{xy}, I_{yz}$	0 [Kg·m <sup>2</sup> ]	$Z_w$	0.0408
$I_{xz}$	0.1 [Kg·m <sup>2</sup> ]	$K_{p p}$	0.0037
$X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}$	3.027	$K_p$	0.0069
$K_{\dot{p}}$	0.441	$M_{q q}$	4.4726
$M_{\dot{q}}$	0.573	$M_q$	-0.0544
$N_{\dot{r}}$	0.843	$N_{r r}$	0.1663
$g$	9.81 [m/s <sup>2</sup> ]	$N_r$	0.0913
$\rho_{wi}$	1.2 [Kg/m <sup>3</sup> ]	$x_B, y_B$	0 [m]
$\nabla$	?	$z_B$	-0.15 [m]
$\rho_{wa}$	1000 [Kg/m <sup>3</sup> ]		

Tabla 6.1: Lista de los valores numéricos de los parámetros del modelo dinámico. Los términos no enlistados aquí se asume que son cero.

### 6.1. Resultados del controlador PD

Esta primera tarea se le conoce como posicionamiento dinámico, consiste en que el vehículo debe conservar su posición durante un tiempo finito contrarrestando los efectos de las perturbaciones que existan en el ambiente. Comunmente, el posicionamiento dinámicos se lleva a cabo en buques de carga y descarga de materiales, ya que algunos pueden ser materiales tóxicos y su derrame en el agua puede tener severas afectaciones al ecosistema y pérdidas económicas. También las plataformas ocupan esta técnica para mantener su posición cuando se encuentran explorando o extrayendo crudo en el mar.

En la Figura 6.2 se observan los resultados que tiene la ley de control PD, en la subfigura 6.2a se muestran los estados de forma individual, estos estados presentan oscilaciones de hasta 0.1 metro en sus picos más altos enfatizados mayormente para el eje X, mientras que para el eje Y las oscilaciones tienen una amplitud de hasta 0.05 metros, el ángulo de cabeceo de igual forma presenta oscilaciones pequeñas en comparación a los otros dos estados. En la Figura 6.2b se muestra la trayectoria que describen los estados del sistema.

Por otra parte en la Figura 6.3a se muestra la evolución de los errores durante la simulación, para la línea en color azul, que representa el error en el estado  $x$  se puede observar que se presentan oscilaciones de mayor amplitud esto es el efecto de las olas y el viento que son comportamientos periódicos.

En las Figuras 6.3b y 6.4 se muestran las señales de control, fuerzas para los ejes X e Y y momento para el eje Z, que controlan la posición del vehículo. Se puede observar de las



## 6.1 Resultados del controlador PD

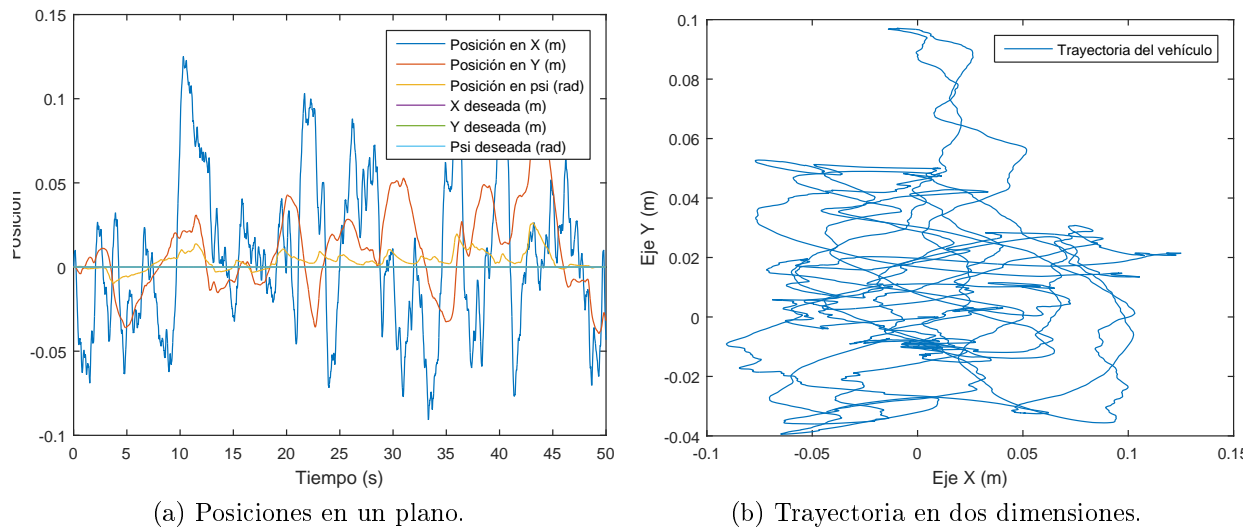


Figura 6.2: Resultados del controlador PD para la prueba 1) (estados del sistema).

figuras que no presentan amplitudes mayores a 1 N en ninguno de los tres estados, salvo en el eje X que es donde se tienen las amplitudes más grandes debido también a que los efectos de las perturbaciones se ven más pronunciados sobre este eje.

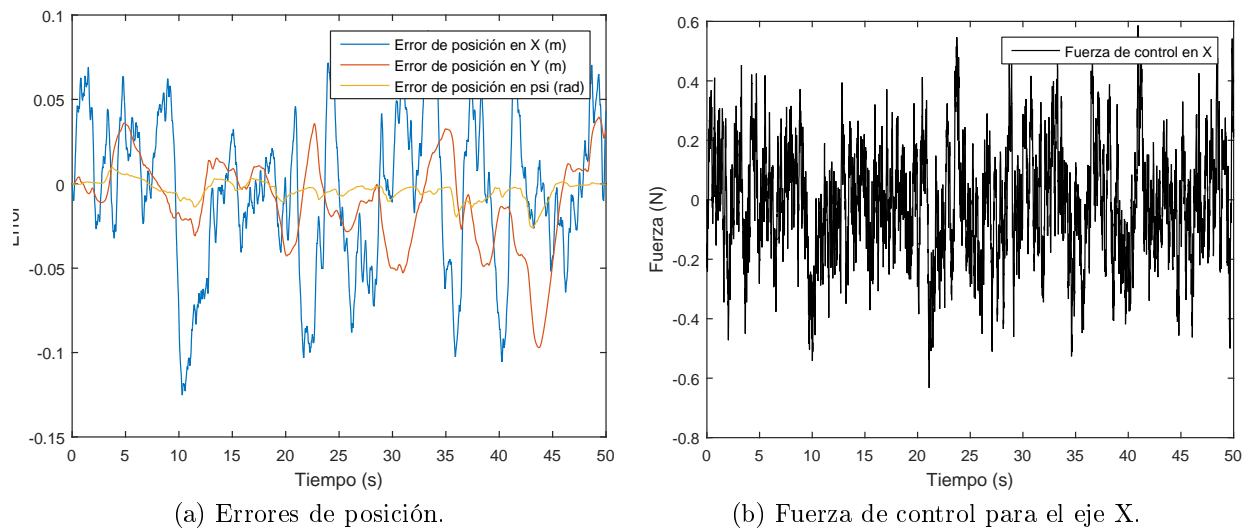


Figura 6.3: Resultados del controlador PD para la prueba 1) (errores y señal de control en X).

Los resultados de la prueba 2) para el controlador PD se observan en las Figuras 6.5-6.7. Esta prueba es muy similar a la anterior con la diferencia de que el vehículo tiene que desplazarse a una posición específica.

## 6.1 Resultados del controlador PD

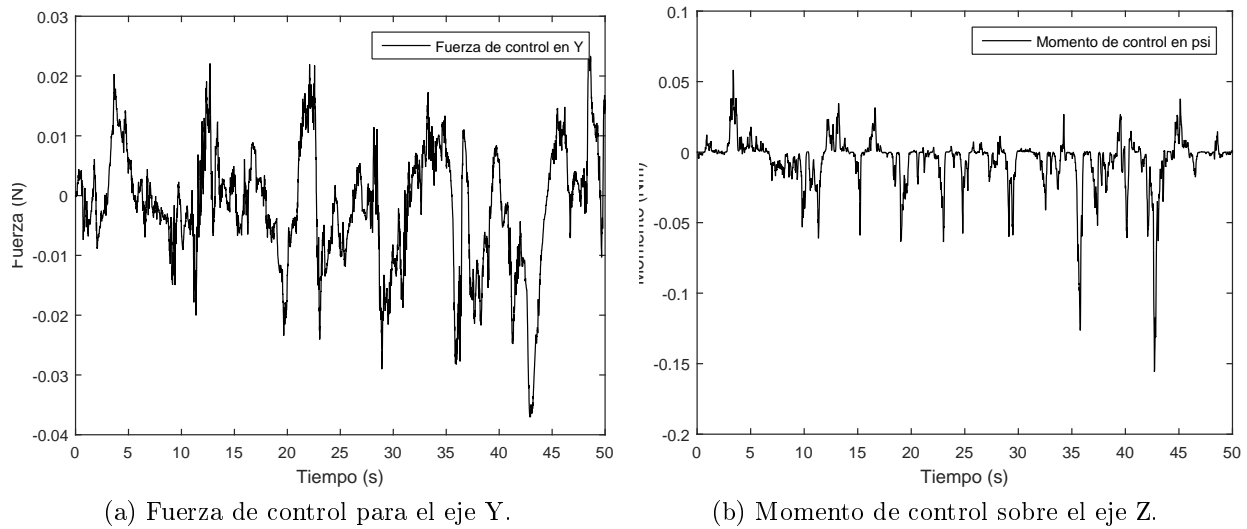


Figura 6.4: Resultados del controlador PD para la prueba 1) (señales de control en Y y Z).

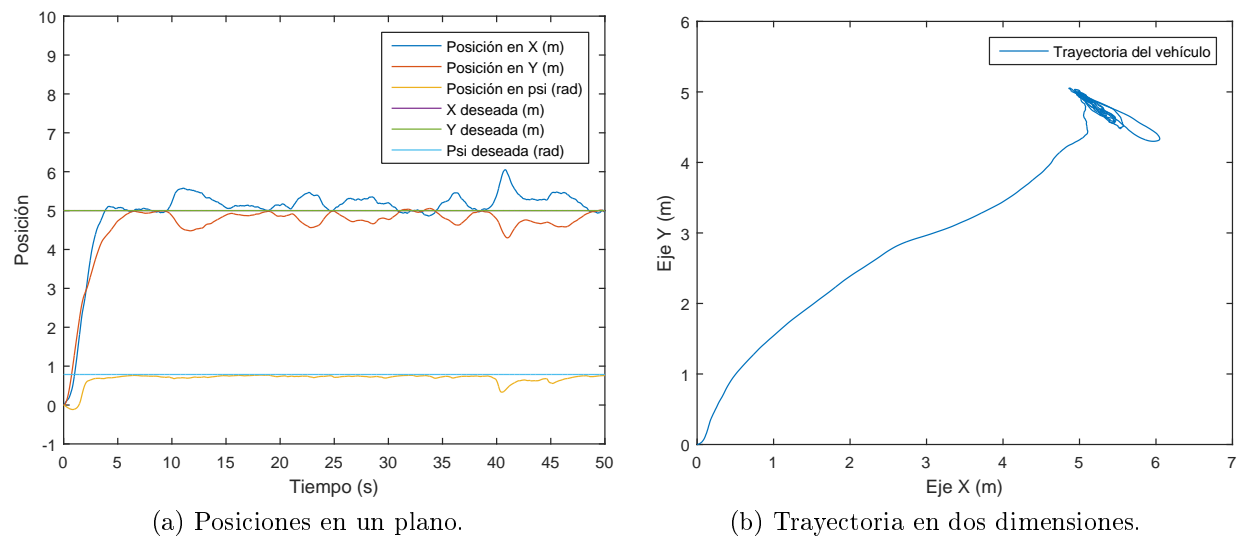


Figura 6.5: Resultados del controlador PD para la prueba 2) (estados del sistema).

La Figura 6.5a muestra los estados del sistema, ambos estados no presentan sobreimpulsos en el tiempo de estabilización, es a partir de alcanzar la referencia deseada cuando los estados  $(x, y)$  tienen oscilaciones irregulares, el estado  $x$  por arriba de la referencia deseada y el estado  $(y)$  por debajo de la referencia. El estado  $\psi$  en el régimen transitorio decae en un primer momento de la simulación, sin embargo logra alcanzar la referencia deseada ( $\pi/4$ ) y mantenerse sin oscilaciones mayores.

Para todos los estados, aproximadamente en el segundo 40, se presenta una perturbación que afecta sobre los tres estados de interés, sin embargo al final del tiempo de simulación logran

## 6.1 Resultados del controlador PD

recuperar la referencia deseada. En la siguiente Figura (6.5b) se puede observar la trayectoria que forman los estados  $x$  e  $y$ .

La Figura 6.6a muestra como los errores disminuyen conforme el tiempo transcurre, sin embargo las oscilaciones que se tienen conforme transcurre la simulación muestran que los errores no logran converger totalmente a cero. En las Figuras 6.6b y 6.7 se muestran las señales de control aplicadas para cada uno de los ejes, se puede observar que en 6.6b la fuerza de control inicial es de alrededor de 6 N que antes de los primeros cinco segundos de simulación a un valor oscilatorio cercano a cero, esto es debido a que el vehículo ya no requiere más fuerzas que lo desplacen, en cambio, solo requiere conservar su posición. En la fuerza de control del eje Y (Fig. 6.7a) sucede un caso similar, sin embargo la fuerza inicial es de menos de 2 N. Para el eje Z (Fig. 6.7b) se repite el fenómeno de las fuerzas de control anteriores con una oscilación pronunciada en los primeros 5 segundos de simulación, un valor máximo de aproximadamente 1.6 N·m y mínimo de 1.5 N·m y oscilaciones pequeñas positivas.

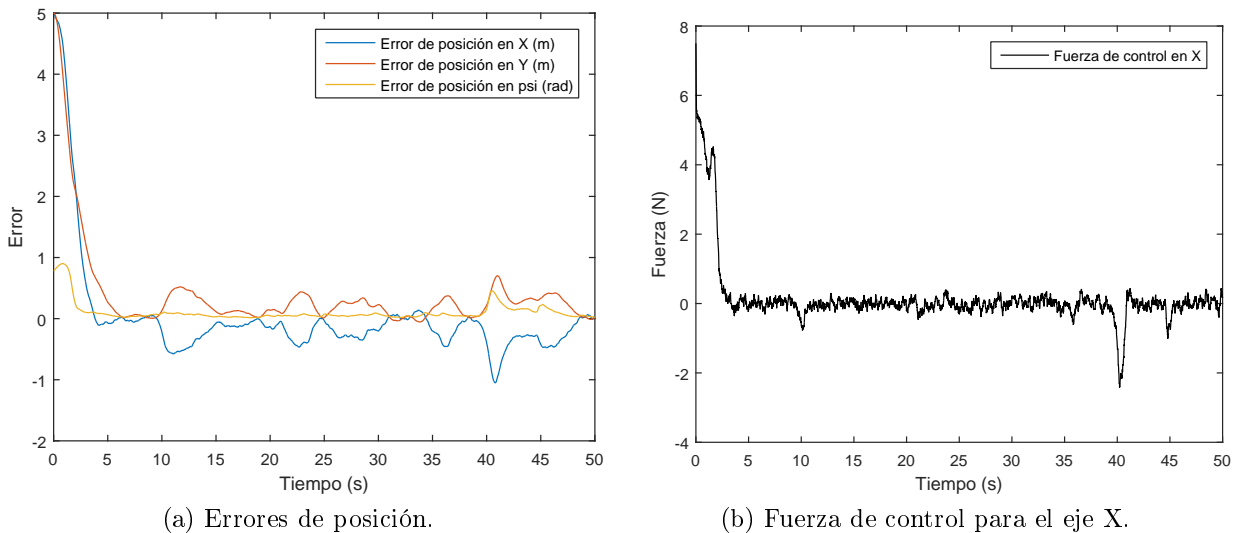


Figura 6.6: Resultados del controlador PD para la prueba 2) (errores y señal de control en X).

Por último, para el controlador PD, los resultados del tercer experimento se observan en las Figuras 6.8-6.10. Los resultados de la trayectoria del barco pueden ser vistos en la Figura 6.8b en donde es posible apreciar la forma senoidal producida por las trayectorias del barco. En la Figura 6.8a sin embargo, se puede observar para los estados  $x$  y  $y$  que existe un desfase entre la señal de referencia deseada y la respuesta obtenida. Para el estado  $\psi$  el seguimiento presenta una buena respuesta y solo se observa aproximadamente a partir del segundo 42 que los efectos de las perturbaciones desvían el rumbo del vehículo.

## 6.1 Resultados del controlador PD

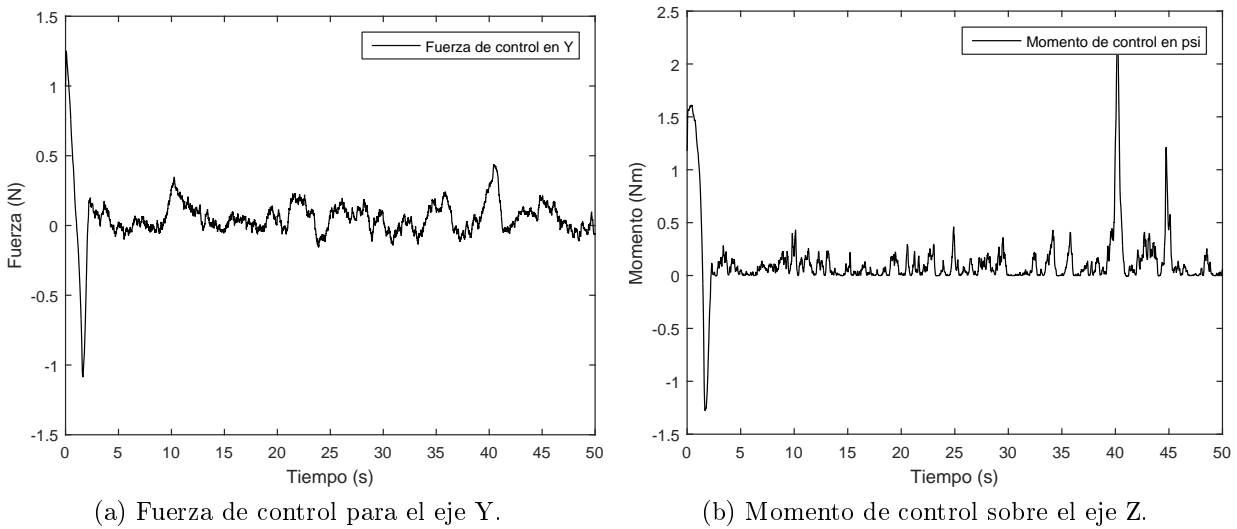


Figura 6.7: Resultados del controlador PD para la prueba 2) (señales de control en Y y Z).

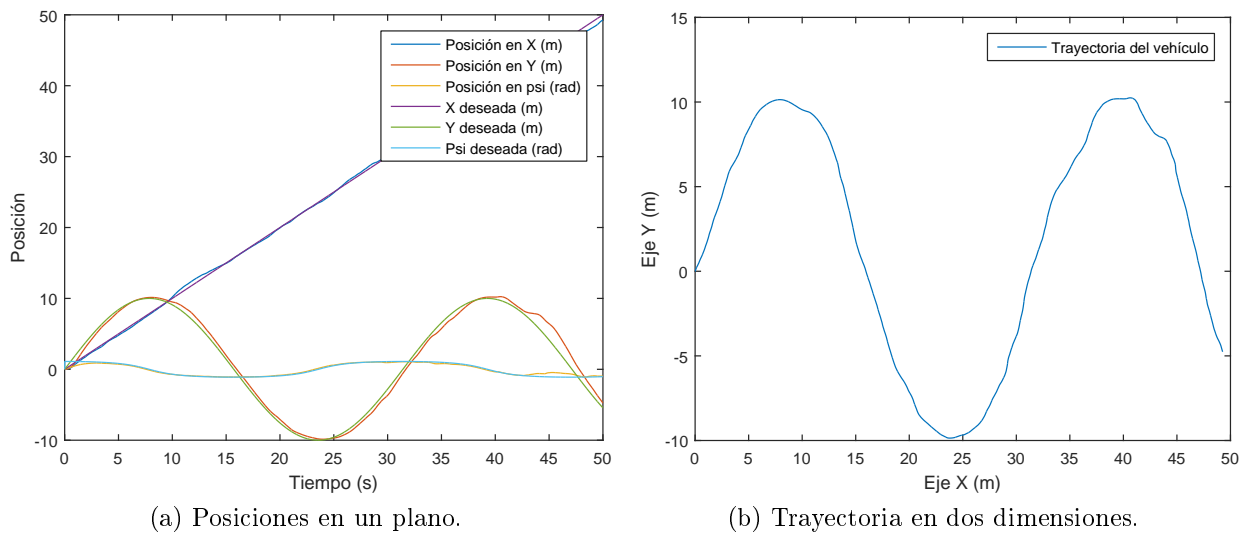


Figura 6.8: Resultados del controlador PD para la prueba 3) (estados del sistema).

En la Figura 6.9a se observan los errores en los estados, para los estados  $x$  y  $y$  se puede apreciar un error que presenta frecuentemente variaciones irregulares durante todo el tiempo de simulación y en el tiempo 45 de la simulación se presenta la oscilación negativa más grande, ocasionada sobre el estado  $y$ .

Las señales de control se observan en las Figuras 6.9b y 6.10. Las amplitudes de estas señales de control, para los ejes X y Y no exceden de 3.5 N y 1 N ninguna de ellas respectivamente, mientras que para el momento alrededor del eje Z se observa que tiene un sobre tiro muy grande al inicio de la simulación alcanzando casi 200 N, posteriormente la señal de control

## 6.1 Resultados del controlador PD

permanece en niveles relativamente similares a los de la fuerza de control Y.

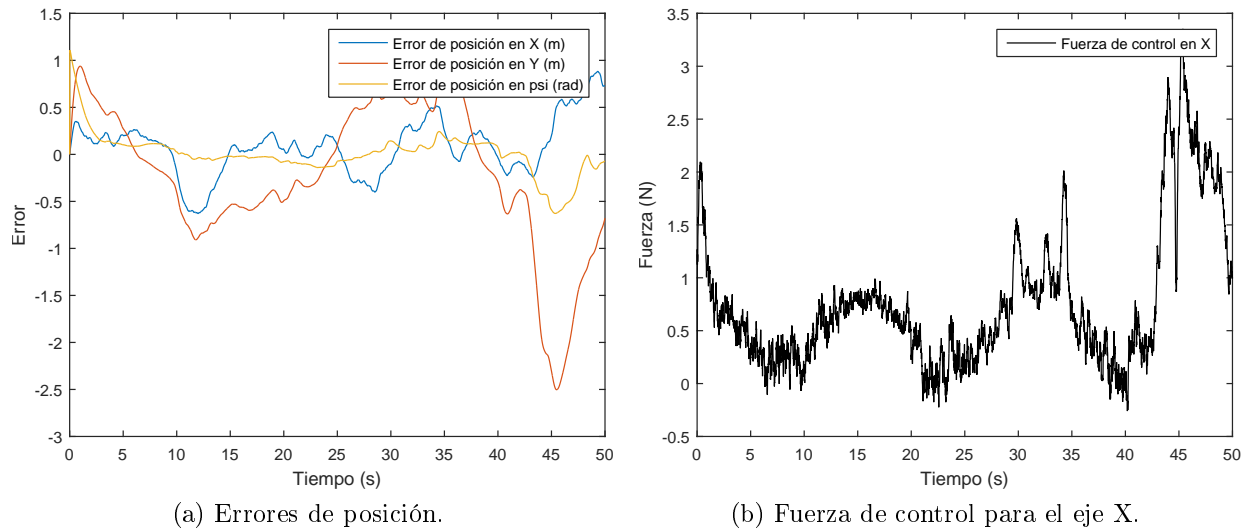


Figura 6.9: Resultados del controlador PD para la prueba 3) (errores y señal de control en X).

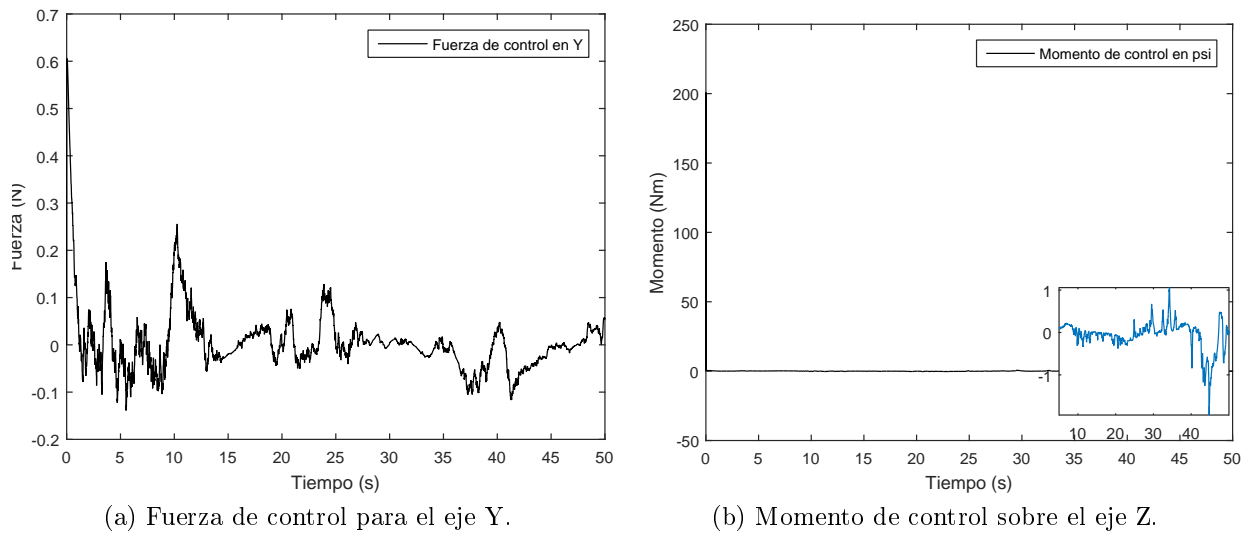


Figura 6.10: Resultados del controlador PD para la prueba 3) (señales de control en Y y Z).

## 6.2. Resultados del controlador SMC

En esta sección se presentan los resultados del controlador por modos deslizantes, se prueba su desempeño realizando las mismas tres tareas de la sección anterior. La comparación entre el desempeño entre ambos controladores se presenta en el siguiente capítulo.

El desempeño del controlador por modos deslizantes para la prueba 1) se presenta en las Figuras 6.11-6.13. En la primera Figura 6.11a se muestran los estados del sistema, los estados permanecen muy cercanos a cero, con variaciones máximas de 0.06 m esto representa apenas 6 cm. También se observa que a pesar de que las variaciones son pequeñas, otras oscilaciones pero de alta frecuencia en los estados también se presentan. Este efecto de oscilaciones de pequeña amplitud a alta frecuencia se conoce como *chattering* y es un fenómeno producido debido a la naturaleza discontinua del controlador, esta es una de las principales desventajas de la implementación del control por modos deslizante ya que como se observa en las Figuras 6.12b y 6.13 las señales de control presentan discontinuidades que pueden afectar a los actuadores desgastandolos y haciendolos menos eficientes.

La Figura 6.11b presenta la trayectoria descrita por el vehículo bajo el controlador SMC, se aprecian las oscilaciones pero desde la perspectiva de dos dimensiones y también se muestra que estas oscilaciones son de muy baja amplitud.

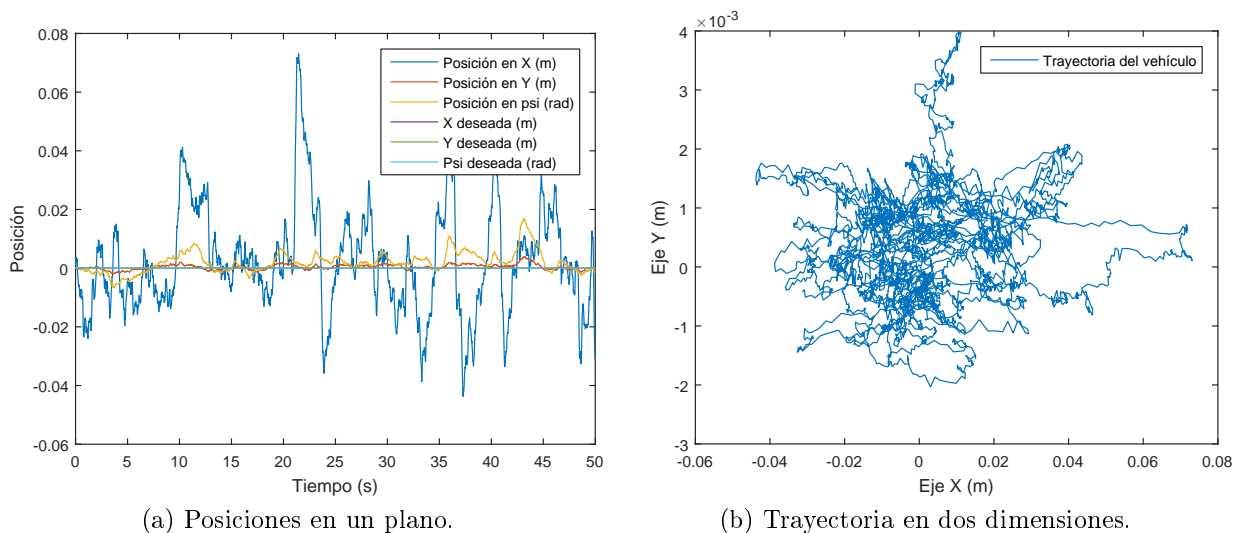


Figura 6.11: Resultados del controlador SMC para la prueba 1) (estados del sistema).

La siguiente Figura (6.12a) muestra la evolución del error en el tiempo, se puede ver que también se presenta el efecto de chattering. Este error a pesar del efecto chattering es muy pequeño, con variaciones apenas de 4 cm, lo que haría físicamente que el barco a simple vista se viera en reposo pero más de cerca se vería una ligera vibración sobre su movimiento. Las señales de control para los tres estados se pueden apreciar en las Figuras 6.12b-6.13, las amplitudes no superan los 80 N sin embargo la frecuencia es muy alta, esto en la práctica,

## 6.2 Resultados del controlador SMC

con actuadores que presentan limitaciones mecánicas, es imposible de implementar ya que propicia el desgaste y reduce el tiempo de vida de los actuadores.

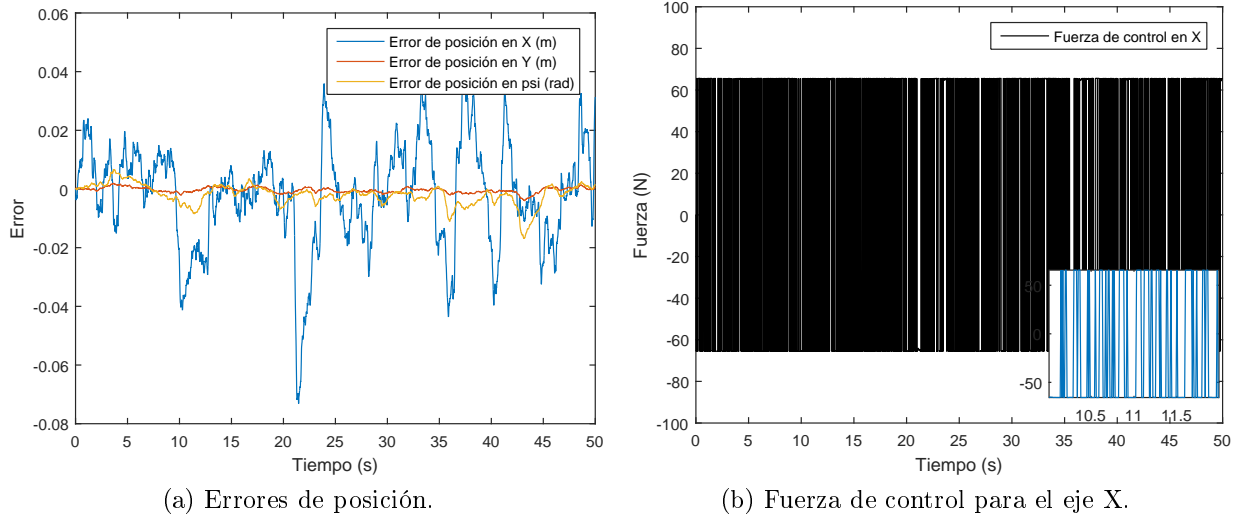


Figura 6.12: Resultados del controlador SMC para la prueba 1) (errores y señal de control en X).

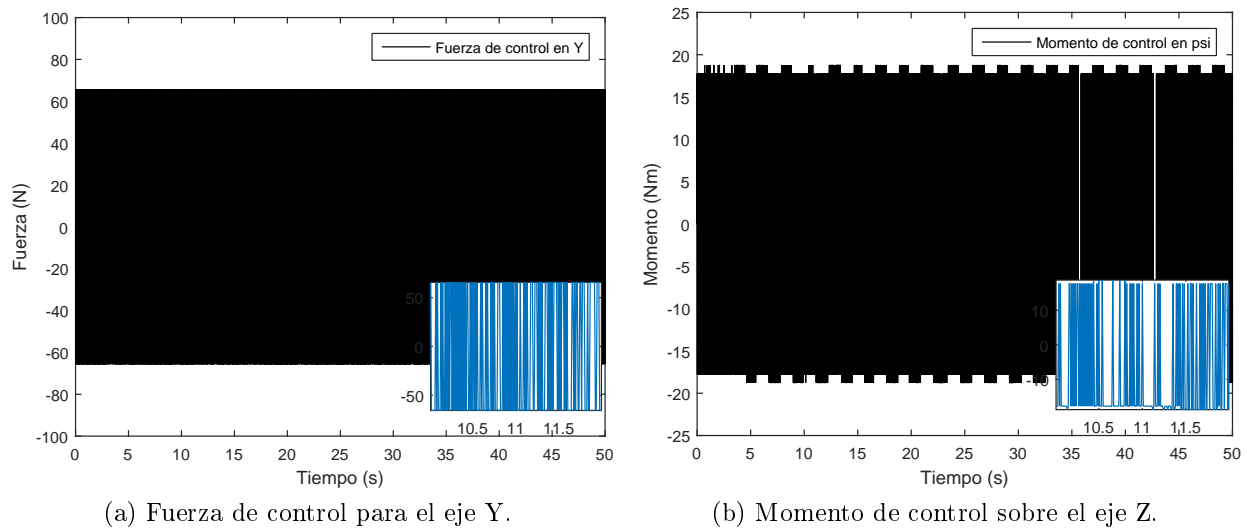


Figura 6.13: Resultados del controlador SMC para la prueba 1) (señales de control en Y y Z).

Continuando con los resultados, en la Figura 6.14 se pueden apreciar los resultados de la prueba 2), recordando que para este experimento los estados deseados son  $\eta_d = [5, 5, \pi/4]^T$ , se puede observar que, sobre el comportamiento de los estados del vehículo, se tiene una

## 6.2 Resultados del controlador SMC

respuesta favorable.

En la Figura 6.14a se observan los estados de forma individual, para el estado  $x$  (línea azul) se observa un sobreimpulso negativo en los primeros cinco segundos de la simulación, no obstante el estado converge al valor deseado de una forma suave y sin oscilaciones, posteriormente todos los estados permanecen en los valores deseados. Para el estado  $\psi$  se observa al tiempo 5 de la simulación que pierde su valor de referencia, esto es debido a una fuerza externa producida por las perturbaciones, no obstante antes de los 10 segundos de simulación converge a su valor nominal y se mantiene oscilando por debajo de él.

La trayectoria formada por los estados se observa en la Figura 6.14b donde el sobreimpulso del estado  $x$  mencionado anteriormente, se traduce en una desviación de la posición deseada, a pesar de esto, el sistema es capaz de llegar a la posición deseada y permanecer ahí.

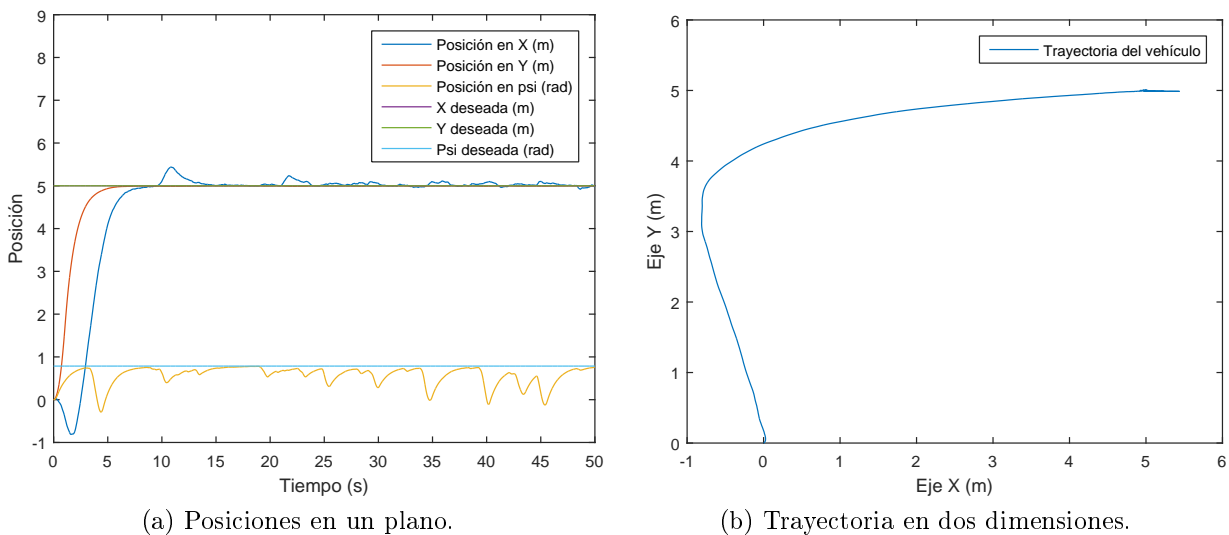


Figura 6.14: Resultados del controlador SMC para la prueba 2) (estados del sistema).

Los errores convergen de forma exponencial en un tiempo finito como se puede ver en la Figura 6.15a excepto el error para el estado  $x$  que como se mencionó anteriormente presenta un sobreimpulso. Estos errores muestran el buen desempeño del controlador SMC ya que al llegar a cero, permanecen ahí o en un vecino cercano a él. Este es el comportamiento deseado del control por modos deslizantes.

Por último para el experimento 2), las señales de control pueden ser vistas en las Figuras 6.15b-6.16. De estos resultados se puede ver que las señales control superan los 100 N de fuerza para los ejes X y Y pero esto no sucede para el estado  $\psi$  donde el momento no supera los 30 N·m.



## 6.2 Resultados del controlador SMC

Durante los primeros segundos de la simulación no se observa el efecto chattering sobre las señales de control, esto es debido a la primera etapa del controlador SMC, *fase de alcance*, pero una vez alcanzado el estado deseado comienza a ser más notorio el efecto chattering.

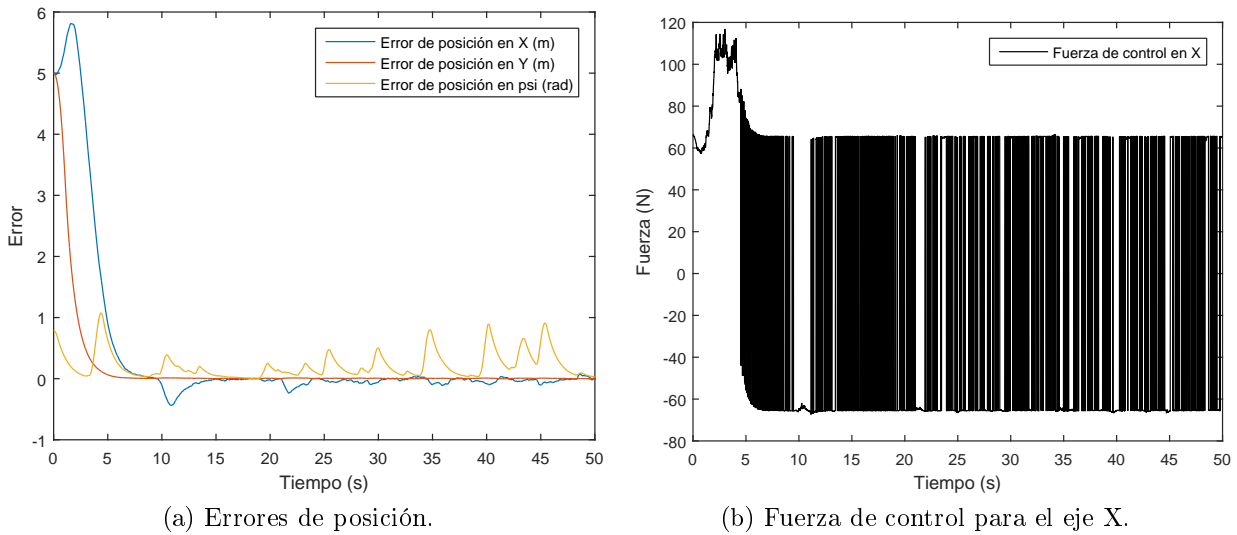


Figura 6.15: Resultados del controlador SMC para la prueba 2) (errores y señal de control en X).

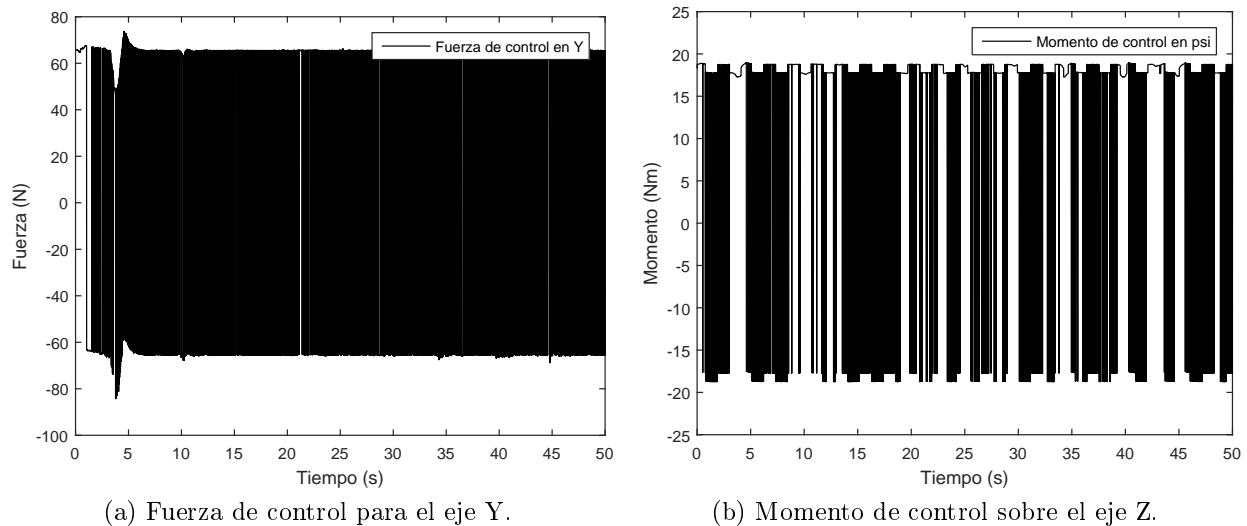


Figura 6.16: Resultados del controlador SMC para la prueba 2) (señales de control en Y y Z).

## 6.2 Resultados del controlador SMC

Por último, los resultados de la prueba 3) realizada con el controlador SMC se pueden observar en la Figura 6.17. Las subfiguras 6.17a y 6.17b muestran los estados del sistema y la trayectoria generada, se aprecia con claridad la forma senoidal deseada. Es posible darse cuenta que para los primeros cinco segundos de la simulación el vehículo tarda en incorporarse a la señal deseada en el eje X. También, para el estado  $\psi$  es posible notar que el seguimiento presenta un error oscilatorio durante todo el periodo de la simulación. En una implementación real esto podría verse como una oscilación en el cabeceo del vehículo.

En la siguiente subfigura 6.18a se muestran los errores donde convergen a cero y permanecen oscilando a alta frecuencia alrededor del cero pero no salen de ahí.

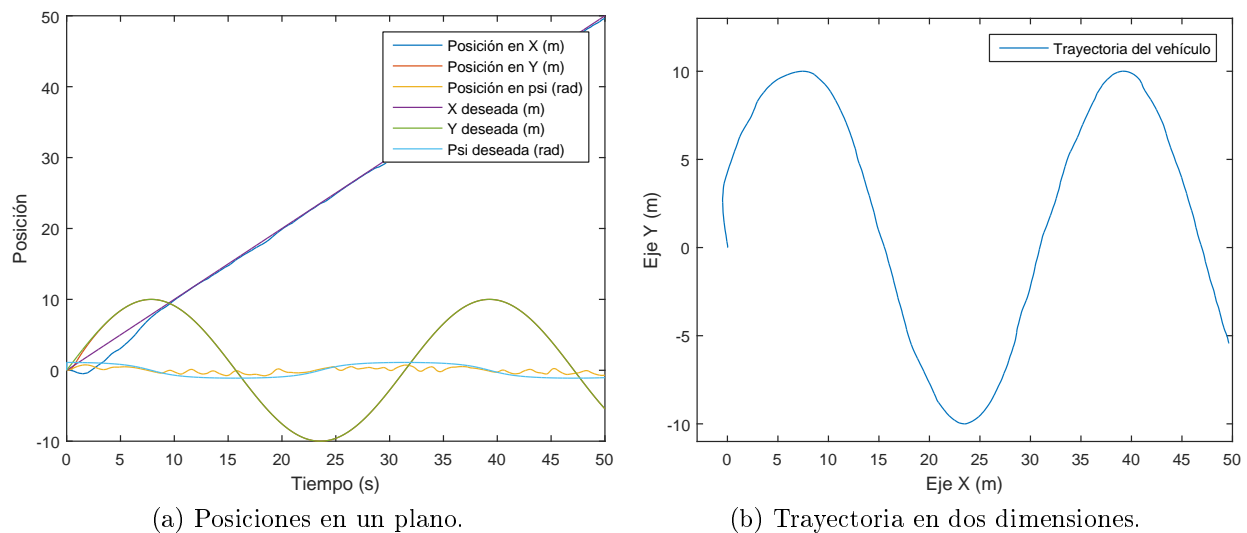


Figura 6.17: Resultados del controlador SMC para la prueba 3) (estados del sistema).

Las Figuras 6.18b-6.19 permiten observar las señales de control generadas por el controlador donde se observan picos de hasta 150 N en las amplitudes para las señales de los ejes X y Y y picos que no superan los 25 N para el estado  $\psi$ . En todo el tiempo de simulación se observan las oscilaciones de alta frecuencia típicas del SMC.

La evaluación entre los resultados de ambos controladores presentados en este capítulo se aborda en el siguiente capítulo de conclusiones.

## 6.2 Resultados del controlador SMC

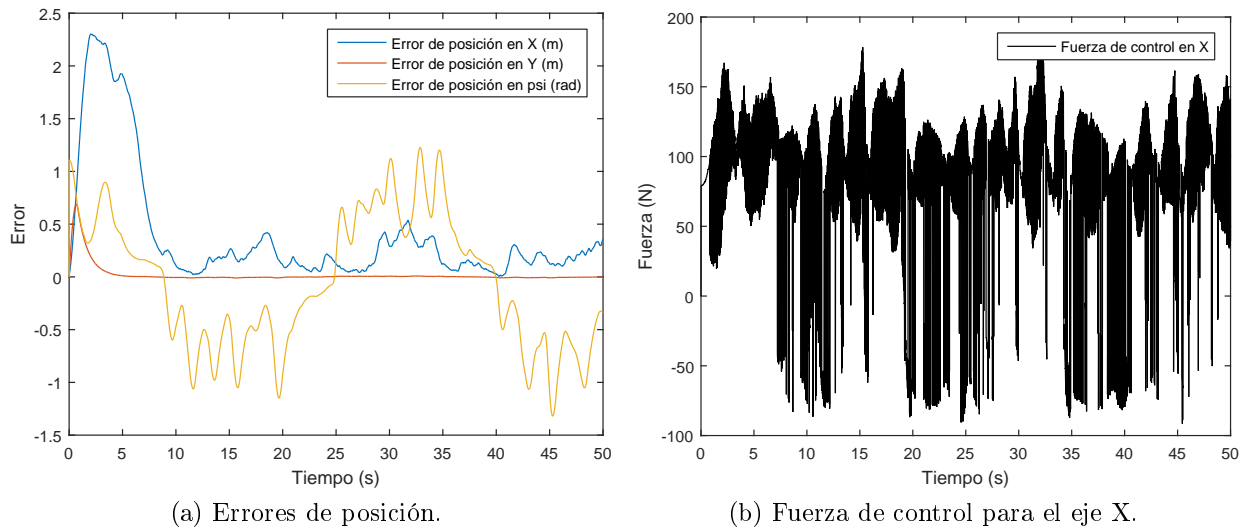


Figura 6.18: Resultados del controlador SMC para la prueba 3) (errores y señal de control en X).

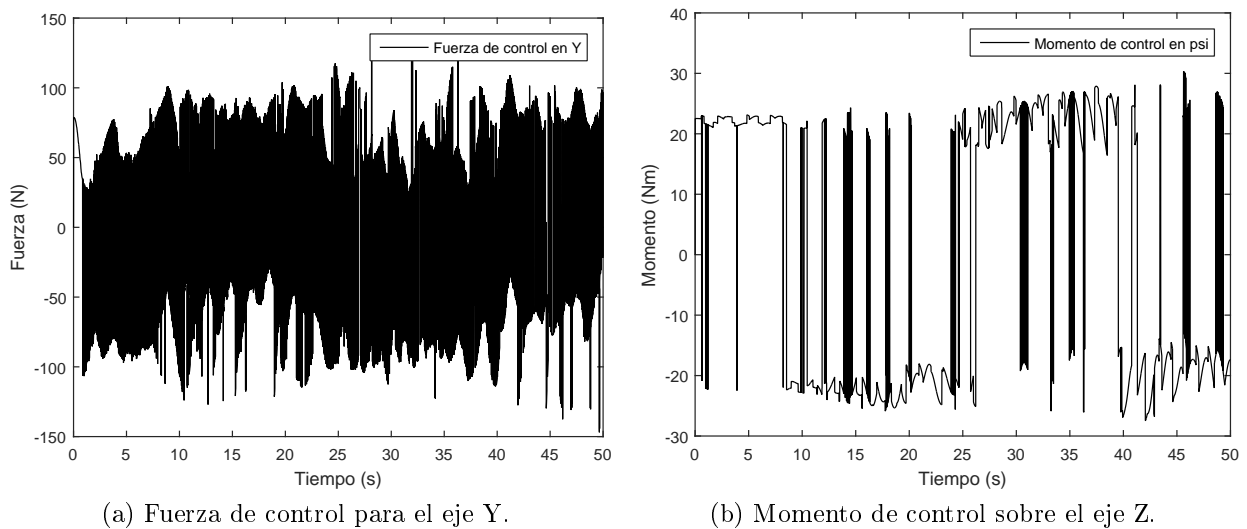


Figura 6.19: Resultados del controlador SMC para la prueba 3) (señales de control en Y y Z).

# Capítulo 7

## Conclusiones

### 7.1. Comparación de errores

Con el fin de evaluar el desempeño de los controladores del capítulo anterior se utiliza como medida estandar el error cuadrático medio ( $ECM$ ) definido como:

$$ECM = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=0}^n e_i^2} \quad (7.1)$$

donde  $n$  es el número de muestras totales y  $e$  es el error en cada muestra. El ECM mide el promedio de los errores al cuadrado, es decir, la diferencia entre los esperado y lo que se tiene. Entre más pequeño sea el ECM, indica que el controlador tiene un mejor desempeño, mientras que un valor más grande indica deficiencias en el desempeño del mismo.

Para el experimento 1) los ECM's, se presentan en la Tabla 7.1.

Estado	PD	SMC
$x$	0.0460	0.0176
$y$	0.0288	0.0010
$\psi$	0.0068	0.0039

Tabla 7.1: Tabla con los ECM del experimento 1).

Se puede apreciar numéricamente que para el experimento 1), el desempeño del SMC es mejor que el del controlador PD, esto es principalmente por que el controlador por modos deslizantes es insensible ante las perturbaciones externas, esto le da ventaja sobre el controlador PD que solo trabaja en torno a un punto de operación y es más sensible ante las perturbaciones.

Para el segundo experimento se muestran los ECM's en la Tabla 7.2. En este caso el controlador PD lleva la ventaja sobre el controlador SMC en los estados  $x$  y  $\psi$  esta ventaja se debe principalmente a los estados transitorios del sistema, el controlador PD hace que el estado  $x$  converga más rápido al estado deseado. A pesar de esto, el controlador SMC logra estabilizar los estados en el régimen estacionario de una mejor forma que el controlador PD, que como

## 7.2 Conclusiones finales

---

se mencionó anteriormente es afectado en mayor medida por las perturbaciones ambientales. Para el estado  $\psi$  se puede mencionar que el efecto chattering del SMC contribuye en gran parte a que el ECM incremente.

Estado	PD	SMC
$x$	0.8807	1.3090
$y$	0.8414	0.7285
$\psi$	0.1841	0.4895

Tabla 7.2: Tabla con los ECM del experimento 2).

Por último la Tabla 7.3 muestra la comparativa entre ambos controladores al llevar a cabo el experimento 3). Para este caso el ECM es menor para el controlador PD en los estados  $x$  y  $\psi$  lo que indica que cuantitativamente tiene un mejor desempeño, sin embargo si se remite a las gráficas de ambos resultados se puede observar que el controlador SMC tiene un mejor seguimiento que el controlador PD. La razón de que se tengan ECM's más grandes se debe a los retrasos en la respuesta en el estado transitorio que tiene el controlador SMC.

Estado	PD	SMC
$x$	0.3083	0.6991
$y$	0.8098	0.0939
$\psi$	0.2169	0.6259

Tabla 7.3: Tabla con los ECM del experimento 3).

## 7.2. Conclusiones finales

Se concluye que a pesar de que el ECM resultante es menor en varias pruebas por parte del controlador PD, el controlador SMC presenta un mejor desempeño en el régimen estacionario, lo que lo hace una opción viable a implementar, siempre y cuando se empleen metodos para atenuar el efecto de chattering sobre las señales de control. El controlador PD será una opción a considerar siempre y cuando las condiciones ambientales se encuentren relativamente "calmadas" lo que hará que durante el régimen estacionario, el controlador logre permanecer cercano a las referencias deseadas.

## 7.3. Trabajo futuro

# Bibliografia

- [1] W. Naeem, T. Xu, R. Sutton, and A. Tiano. The design of a navigation, guidance, and control system for an unmanned surface vehicle for environmental monitoring. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part M: Journal of Engineering for the Maritime Environment*, 222(2):67–79, 2008.
- [2] US Navy. The navy unmanned surface vehicle (usv) master plan. *URL: <http://www.navy.mil/navydata/technology/usvmppr.pdf>*, 2007.
- [3] Zhixiang Liu, Youmin Zhang, Xiang Yu, and Chi Yuan. Unmanned surface vehicles: An overview of developments and challenges. *Annual Reviews in Control*, 41:71–93, 2016.
- [4] Thor I. Fossen. *Nonlinear modelling and control of underwater vehicles*. Fakultet for informasjonsteknologi, matematikk og elektroteknikk, 1991.
- [5] Svein I. Sagatun and Thor I. Fossen. Lagrangian formulation of underwater vehicles' dynamics. In *Systems, Man, and Cybernetics, 1991. 'Decision Aiding for Complex Systems, Conference Proceedings., 1991 IEEE International Conference on*, pages 1029–1034. IEEE, 1991.
- [6] Thor I. Fossen and Ola-Erik Fjellstad. Nonlinear modelling of marine vehicles in 6 degrees of freedom. *Mathematical Modelling of Systems*, 1(1):17–27, 1995.
- [7] Justin E. Manley. Development of the autonomous surface craft “aces”. In *OCEANS'97. MTS/IEEE Conference Proceedings*, volume 2, pages 827–832. IEEE, 1997.
- [8] Volker Bertram. Unmanned surface vehicles-a survey. *Skibsteknisk Selskab, Copenhagen, Denmark*, 1:1–14, 2008.
- [9] Hugo Ferreira, Alfredo Martins, André Dias, Carlos Almeida, José M Almeida, and Eduardo P Silva. Roaz autonomous surface vehicle design and implementation. *Robótica Control, Automação, instrumentação*, 2007.
- [10] Alfredo Martins, Hugo Ferreira, Carlos Almeida, Hugo Silva, José Miguel Almeida, and Eduardo Silva. Roaz and roaz ii autonomous surface vehicle design and implementation. In *International Lifesaving Congress 2007*, 2007.
- [11] Roger Skjetne, Thor I. Fossen, and Petar V Kokotović. Adaptive maneuvering, with experiments, for a model ship in a marine control laboratory. *Automatica*, 41(2):289–298, 2005.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- [12] Roger Skjetne, Thor I. Fossen, and Petar V Kokotović. Robust output maneuvering for a class of nonlinear systems. *Automatica*, 40(3):373–383, 2004.
- [13] Morten Breivik and Thor I. Fossen. Path following of straight lines and circles for marine surface vessels. *IFAC Proceedings Volumes*, 37(10):65–70, 2004.
- [14] Guillermo J. Villalobos-Zapata and J. Mendoza Vega. La biodiversidad en campeche: Estudio de estado. *Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (CONABIO), Gobierno del Estado de Campeche, Universidad Autónoma de Campeche, El Colegio de la Frontera Sur. México*, 2010.
- [15] SEMAR. Fondo sectorial de investigación y desarrollo en ciencias navales convocatoria semar-conacyt 2014-c11. demandas específicas del sector 2013. 2013.
- [16] Neeta Khare and Pritpal Singh. Modeling and optimization of a hybrid power system for an unmanned surface vehicle. *Journal of Power Sources*, 198:368–377, 2012.
- [17] Cesar Higuera. Implementación del control de un vehículo subacuático. 2016.
- [18] Shuyong Liu, Danwei Wang, and Engkee Poh. Non-linear output feedback tracking control for auvs in shallow wave disturbance condition. *International Journal of Control*, 81(11):1806–1823, 2008.
- [19] Daniel E. Sgarioto. *The influence of shallow water waves on the REMUS autonomous underwater vehicle*. Defence Technology Agency, 2011.
- [20] SNAME. Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid jr. *New York: Technical and Research Bulletin*, pages 1–5, 1952.
- [21] William Rowan Hamilton. Ii. on quaternions; or on a new system of imaginaries in algebra. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 25(163):10–13, 1844.
- [22] Khac Duc Do and Jie Pan. *Control of ships and underwater vehicles: design for underactuated and nonlinear marine systems*. Springer Science & Business Media, 2009.
- [23] Đula Nađ, Nikola Mišković, and Filip Mandić. Navigation, guidance and control of an overactuated marine surface vehicle. *Annual Reviews in Control*, 40:172–181, 2015.
- [24] Thor I. Fossen and Tor A. Johansen. A survey of control allocation methods for ships and underwater vehicles. In *Control and Automation, 2006. MED'06. 14th Mediterranean Conference on*, pages 1–6. IEEE, 2006.
- [25] Cheng Siong Chin, Micheal Wai Shing Lau, Eicher Low, and Gerald Gim Lee Seet. Design of thrusters configuration and thrust allocation control for a remotely operated vehicle. In *Robotics, Automation and Mechatronics, 2006 IEEE Conference on*, pages 1–6. IEEE, 2006.
- [26] Edoardo I Sarda, Ivan R Bertaska, Ariel Qu, and Karl D von Ellenrieder. Development of a usv station-keeping controller. In *OCEANS 2015-Genova*, pages 1–10. IEEE, 2015.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- [27] Diane M Henderson, Matthew S. Patterson, and Harvey Segur. On the laboratory generation of two-dimensional, progressive, surface waves of nearly permanent form on deep water. *Journal of Fluid Mechanics*, 559:413–427, 2006.
- [28] Mathias Brousset, Emmanuelle Darles, Daniel Meneveau, Pierre Poulin, and Benoît Crespin. Simulation and control of breaking waves using an external force model. *Computers & Graphics*, 57:102–111, 2016.
- [29] Didier Clamond and Denys Dutykh. Modeling water waves beyond perturbations. In *New Approaches to Nonlinear Waves*, pages 197–210. Springer, 2016.
- [30] Michael E. McCormick. *Ocean wave energy conversion*. Courier Corporation, 2013.
- [31] Ryan G. Coe, Giorgio Bacelli, David G. Wilson, Ossama Abdelkhalik, Umesh A. Korde, and Rush D. Robinett III. A comparison of control strategies for wave energy converters. *International journal of marine energy*, 20:45–63, 2017.
- [32] Werner Blendermann. Parameter identification of wind loads on ships. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 51, 1994.
- [33] Thor I Fossen. *Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control*. John Wiley & Sons, 2011.
- [34] Jia-yuan Zhuang, Yu-min Su, Yu-lei Liao, and Han-bing Sun. Motion planning of usv based on marine rules. *Procedia Engineering*, 15:269–276, 2011.
- [35] Jianming Miao, Shaoping Wang, Mileta M Tomovic, and Zhiping Zhao. Compound line-of-sight nonlinear path following control of underactuated marine vehicles exposed to wind, waves, and ocean currents. *Nonlinear Dynamics*, 89(4):2441–2459, 2017.
- [36] Marco Bibuli, Olivier Parodi, Lionel Lapierre, Gabriele Bruzzone, and Massimo Caccia. Vehicle-following guidance for unmanned marine vehicles. *IFAC Proceedings Volumes*, 42(18):103–108, 2009.
- [37] Trong Dong Nguyen, Asgeir J Sørensen, and Ser Tong Quek. Design of hybrid controller for dynamic positioning from calm to extreme sea conditions. *Automatica*, 43(5):768–785, 2007.
- [38] Joao Almeida, Carlos Silvestre, and António Pascoal. Path-following control of fully-actuated surface vessels in the presence of ocean currents. In *Proceedings of the IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems, CAMS, Bol, Croatia*, 2007.
- [39] Vadim Utkin. Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic control*, 22(2):212–222, 1977.
- [40] Sergey V Drakunov and Vadim I Utkin. Sliding mode control in dynamic systems. *International Journal of Control*, 55(4):1029–1037, 1992.
- [41] Vadim Utkin, Jürgen Guldner, and Jingxin Shi. *Sliding mode control in electro-mechanical systems*. CRC press, 2009.



## BIBLIOGRAFÍA

---

- [42] Alex Poznyak. *Advanced Mathematical Tools for Control Engineers: Volume 1: Deterministic Systems*, volume 1. Elsevier, 2010.

# Anexos

# Robust Control for the Dynamics of an Unmanned Surface Vehicle Under the Perturbations (Marine Waves and Currents)

Manuel J. Velueta Guzmán\*, José L. Rullán Lara†,  
José A. Ruz Hernández† and Hussain Alazki†

Facultad de Ingeniería  
Universidad Autónoma del Carmen  
Carmen, Campeche, México

\*m.velgu93@gmail.com, †jrullan,jruz,halazki@pampano.unacar.mx

**Abstract**—In this paper we present the study of the dynamics of a USV (*Unmanned Surface Vehicle*) under the presence of two simulated environmental perturbations: marine induced waves and currents. The mathematical model of the vehicle is studied and the equations that describes the behavior of environmental perturbations are also described. A numerical simulation of the model considering the effects of this perturbations is carried out in three degrees of freedom and also a strategy of robust control based Sliding Mode Control (SMC) is developed for counteracting the effects of the perturbations over the trajectory of the USV.

**Index Terms**—Unmanned Surface Vehicle, Environmental Perturbation, Robust Control.

## I. INTRODUCTION

The Unmanned Surface Vehicles (*USV's*) has various applications specially in military field, intelligence, surveillance and reconnaissance operations [1]. They have some advantages over other types of exploring vehicles (submarines, aerials) since they have greater autonomy and payload capabilities, which allows to transport a variety of measuring equipment. The modelling and simulation of this physical systems serves as a tool to know the behavior of the system to be able to perform corrections and improvements before carrying out the construction of the real physical system, and to implement and validate control strategies.

In [2] one of the first works that addresses the task of modelling marine vehicles is carried out. A nonlinear six degrees of freedom model is presented as well as a disturbance and stability analysis based on a linearized model of the nonlinear model. In addition, an autopilot based on linear control like PID and LQR controllers, and nonlinear controllers like Sliding Mode Control and Passivity Based Adaptive Control are developed. [3] develops the same modelling task for underwater vehicles but they use a Lagrangian formulation instead of Newton-Euler approach. In [4], an extension of work developed by [2] is presented, but in this case a parameterization of the Coriolis and Centrifugal matrices are included, some matrix properties are defined by using this new representation.

A USV is always affected by environmental disturbances even when it is anchored and obviously during any type of movement induced by external forces. Therefore, it is important to know the mathematical representation of these disturbances to include them in the complete mathematical model of the USV. So that, it is possible to get realize the effects of these disturbances and hence, design more appropriate controllers. Some works like [5], where an adaptive control for maneuvering in a model ship is developed, define these environmental disturbances as uncertainties in the mathematical model, but they do not consider the dynamics of environmental phenomena for improve the performance of the control technique.

Other authors have developed works like [6] which uses the onboard sensors for measuring and estimating the states of the vehicle and environmental perturbations through a nonlinear passive observer, specifically they use the observer to estimate the waves velocity and the vehicle's relative velocity to the wave. Other works like [7] presents the implementation of various controllers for the station-keeping problem of a USV under environmental perturbations, the dynamic of the perturbations are not considered into the model of the USV, however they include a *wind feedforward control* for counteract the effects. The environmental information is acquired by an anemometer and used for improving the controllers. A particular work is [8] where only the currents are considered into the mathematical model at cinematic and kinetic level, also the parameters and the velocities of currents are constants. In [9] is shown the correct way of how to include the environmental perturbations for simulation purposes.

In this paper we work with the existent mathematical model in literatur and the perturbation due to the marine waves is added to the USV simulation instead of just using the currents as main disturbance, this expands the study of the mathematical model and is used to improve the performance of the proposed robust control. According to [9] the parame-

ters of the perturbations can be generated through first-order Gauss-Markov processes that adds some randomness to the perturbations instead of having only constant values in the simulation. The model of the USV is described, also the equations to include in simulation corresponding to environmental perturbations (marines waves and currents) are presented, by last a robust control technique is used to reject the effects of the perturbations over the performance of the vehicle. The numerical simulation results and some conclusions of this paper are presented in the last section.

## II. USV MODEL

Modeling of marine vehicles is based on classical mechanics involving statics and dynamics principles and is derived in a local reference frame to take advantage of the vehicle's geometrical properties. The model is based on the second Newton's Law in terms of conservation of linear and angular moment, in [2] the reader can find a very detailed lecture of the modelling tasks.

The following states and forces vectors are defined using the nomenclature of the SNAME (*Society of Naval Architects and Marine Engineers*) [10]:

$$\begin{aligned} \eta &= [\eta_1 \ \eta_2]^T & \eta_1 &= [x \ y \ z]^T & \eta_2 &= [\phi \ \theta \ \psi]^T \\ \mathbf{v} &= [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2]^T & \mathbf{v}_1 &= [u \ v \ w]^T & \mathbf{v}_2 &= [p \ q \ r]^T \\ \boldsymbol{\tau} &= [\boldsymbol{\tau}_1 \ \boldsymbol{\tau}_2]^T & \boldsymbol{\tau}_1 &= [X \ Y \ Z]^T & \boldsymbol{\tau}_2 &= [K \ M \ N]^T \end{aligned}$$

where  $\eta$  is the vehicle's position and attitude with coordinates on the inertial frame (earth fixed),  $v$  is the linear and angular velocities vector measured in the referential frame (body fixed) and  $\tau$  are the external forces and moments acting on the rigid body. In Figure (1) the inertial and the referential frame can be observed.

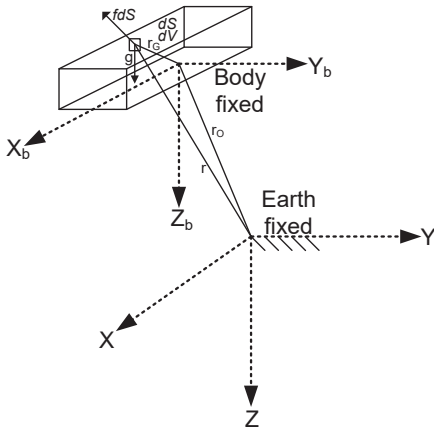


Fig. 1. Frames: inertial (earth fixed) and referential (body fixed).

The mathematical model of a six degrees of freedom USV is thus given by

$$M\dot{\mathbf{v}} + C(\mathbf{v})\mathbf{v} + D(\mathbf{v})\mathbf{v} = \boldsymbol{\tau}_E + \boldsymbol{\tau} \quad (1)$$

with  $M = M_{RB} + M_A$  and  $C(\mathbf{v}) = C_{RB}(\mathbf{v}) + C_A(\mathbf{v})$  in where  $M_A$  and  $C_A(\mathbf{v})$  are the added mass matrices due to the inertia of the liquid surrounding the rigid body.  $D(\mathbf{v})$  is the matrix of hydrodynamical drag that includes the linear and quadratic terms and finally  $\boldsymbol{\tau}_E$  are the forces and moments due to environmental perturbations. The matrices  $M_{RB}$ ,  $M_A$ ,  $C_{RB}(\mathbf{v})$ ,  $C_A$  and  $D(\mathbf{v})$  has the structure presented in [2], the reader can refer to that bibliography to see in detail.

When the vehicle is moving in an ideal fluid then  $M_{RB} = M_{RB}^T > 0$  and  $M_A = M_A^T$ .  $C(\mathbf{v})$  is a skew-symmetric matrix and  $D(\mathbf{v})$  is non-symmetric and strictly positive matrix.

For the cinematic study, the vehicle is considered as a rigid body moving in the space. This assumption eliminates the effects of forces acting between the individual elements of mass. The cinematic model of a rigid body in the space is thus, given by

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = J(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{v} = \begin{bmatrix} J_1(\boldsymbol{\eta}_2) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & J_2(\boldsymbol{\eta}_2) \end{bmatrix} \mathbf{v} \quad (2)$$

with

$$J_1(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & -s_\psi c_\phi + c_\psi s_\theta s_\phi & s_\psi s_\phi + c_\psi c_\phi c_\theta \\ s_\psi c_\theta & c_\psi c_\phi + s_\phi s_\theta s_\psi & -c_\psi s_\phi + s_\theta s_\psi c_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix}$$

$$J_1(\boldsymbol{\eta}_2)^{-1} = J_1(\boldsymbol{\eta}_2)^T$$

and

$$J_2(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} 1 & s_\phi t_\theta & c_\phi t_\theta \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi/c_\theta & c_\phi/c_\theta \end{bmatrix}$$

$$s_\gamma = \sin(\gamma), c_\gamma = \cos(\gamma), t_\gamma = \tan(\gamma).$$

In the equation (II) can be noted that there is a singularity at  $\theta = \pm 90^\circ$ . For ships this is not a problem because of the working space for the Pitch angle is much less, however this is a problem for submarine and aerial vehicles why is needed an equivalent representation in quaternions.

## III. ENVIROMENTAL PERTURBATIONS

The equations that define the behavior of environmental perturbations are presented, it should be noted that they are not the only perturbations that exists in a real environment but are the only one considered for the present work. From the equation (1) the vector  $\boldsymbol{\tau}_E$  considers the perturbation due to the marine waves and the model considering the marine currents is presented in later subsection.

### A. Marine Waves

A wave is a water ondulation produced over the sea surface due to the action of wind. Generally, the waves are moving over the sea surface at many different speeds and their effect finish at the beaches or coastal zones. Also their dynamics depends of many parameters such as the speed, the distance to the coast, sea depth, etc. There's exists

various works that addresses the modelling and generation of waves for different purposes ([11], [12], [13]) and generally, for energy conversion such as [14] and [15]. For this paper is used a first order model of wave as a perturbation.

The vector of forces and moments  $\tau_E$  that represents the behavior of marine waves is given by [16]:

$$\tau_E^{wa} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \rho g B L T \cos(\beta) s_i(t) \\ \sum_{i=1}^N -\rho g B L T \sin(\beta) s_i(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^N \frac{1}{24} \rho g B L (L^2 - B^2) \sin(2\beta) s_i^2(t) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

where  $\rho$  is water density  $g$  is the gravity,  $L, B$  and  $T$  are the length, width and craft of the vehicle, respectively and  $\beta$  is the encounter angle of the vehicle. The angle  $\beta$  is defined as the angle formed between the stern line and the incident direction of the waves, in practice it can be assumed that this direction is constant and bounded. The effect of this perturbations on the vehicle can be appreciated in the drift that has the same when is sailing at low speed.

The slope of the wave  $s_i(t)$  in (3) for the  $i$ -th component is defined as:

$$s_i(t) = A_i \frac{2\pi}{\lambda_i} \sin(\omega_{ei}t + \phi_i), \quad (4)$$

where  $A_i$  and  $\lambda_i$  are the amplitude and length of wave respectively,  $\omega_{ei}$  is the encounter frequency and  $\phi_i$  is an aleatory phase uniformly distributed and constant with time in  $[0, 2\pi)$  correspondent to the component of the  $i$  wave.

### B. Marine Currents

The marine currents are water displacements produced inside the sea. Can be originated by variations in the temperature, salinity and density between the different water volumes also can be produced by the wind friction at the surface of the water.

Waves can be added to the dynamic model (1) by superposition, but the marine currents should not be considered by superposition in the mathematical model. Instead of that, the forces and moments due to the marine currents can be taken into account by replacing the generalized velocity vector  $v$  in the hydrodynamic terms by vector of relative velocities:

$$v_r = v - v_c \quad (5)$$

where  $v_c \in \mathbb{R}^6$  is the velocity of the marine currents expressed in the REFERENCE frame. The above mentioned vector has the following form

$$v_c = [u_c, v_c, w_c, 0, 0, 0]^T \quad (6)$$

with  $v_c^b = [u_c, v_c, w_c]^T$  obtained through

$$v_c^b = J_1(\eta_2)^T v_c^E \quad (7)$$

$v_c^E \in \mathbb{R}^3$  is the currents velocity vector measured in the INERTIAL frame.

Finally, the dynamic model including the perturbations due the marine currents is:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= J(\eta_2)v_r + \begin{bmatrix} v_c^E \\ 0 \end{bmatrix} \\ M\dot{v}_r + C(v_r)v_r + D(v_r)v_r &= \tau_E + \tau \end{aligned} \quad (8)$$

For generating the marine current speed and his direction first-order *Gauss-Markov processes* are used. Let the current speed denoted by  $V_c$ , the angle of the current relative to the inertial frame as  $\alpha_c$  and the angle of attack relative to the bow like  $\beta_c$ . Then the following equations define the Gauss-Markov processes

$$\dot{V}_c + \mu_1 V_c = w_1 \quad (9)$$

$$\dot{\alpha}_c + \mu_2 \alpha_c = w_2 \quad (10)$$

$$\dot{\beta}_c + \mu_3 \beta_c = w_3 \quad (11)$$

$w_i$  ( $i=1,2,3$ ) are zero-mean Gaussian white noise processes and  $\mu_i \geq 0$  ( $i=1,2,3$ ) are constants. Finally, the vector  $v_c^E$  can be obtained through the following relation

$$v_c^E = \begin{bmatrix} V_c \cos(\alpha_c) \cos(\beta_c) \\ V_c \sin(\beta_c) \\ V_c \sin(\alpha_c) \cos(\beta_c) \end{bmatrix} \quad (12)$$

to be included in the equation (7).

## IV. CONTROL DESIGN

It's desirable that the perturbed system (8) be robust to the marine perturbations described previously, it is also convenient that the controller used be robust to errors in modelling and uncertainty in the parameters. Some works like [5] use a nonlinear adaptive controller for maneuvering with experiments in a laboratory and also [8] uses the same technique but for a path-following task. In this section a control law based on Sliding Mode Controller (SMC) [17] is designed. The design procedure can be found in [18].

First, a sliding surface function is introduced and defined as:

$$\sigma(e) = ce + \dot{e}, c > 0 \quad (13)$$

where the error and its derivative are defined as

$$\begin{aligned} e &= \eta_d - \eta \\ \dot{e} &= \dot{\eta}_d - \dot{\eta} \end{aligned} \quad (14)$$

with  $\eta_d = [x_d, y_d, \psi_d]^T$  and the current states  $\eta = [x, y, \psi]^T$ . The main idea of SMC is to drive the sliding surface  $\sigma(e)$  to zero and once reached keep the states on the close neighborhood of it.

### A. Stability Analysis

Let  $V$  be a candidate Lyapunov function chosen as

$$V = \frac{1}{2}\sigma^2 \quad (15)$$

The derivative of (15) is

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma \dot{\sigma} \\ &= \sigma [M^{-1}(f(v_r) + \tau_E) + M^{-1}\tau] \end{aligned} \quad (16)$$

with  $f(v_r) = -C(v_r)v_r - D(v_r)v_r$ , assuming

$$\tau = M[u - M^{-1}f(v_r)]$$

Eq. (16) can be rewritten as

$$\dot{V} = \sigma(L + u) \quad (17)$$

where  $L = M^{-1}\tau_E$  is the undesirable dynamic of the system. Selecting

$$u = -K \text{sign}(\sigma) \quad (18)$$

with

$$\text{sign}(\sigma) = \begin{cases} -1 & \text{if } \sigma > 0 \\ 1 & \text{if } \sigma < 0 \\ \in [-1, 1] & \text{if } \sigma = 0 \end{cases}$$

and substituting in (17) we have the following expression

$$\dot{V} \leq |\sigma|L - |\sigma|K = |\sigma|(L - K) \quad (19)$$

To obtain an asymptotic stability in  $\sigma = 0$  let's choose

$$\dot{V} \leq -\alpha\sqrt{2V}, \alpha > 0 \quad (20)$$

Substituting Eq. (15) into (20) and combining with Eq. (19), for ensure the asymptotic stability, the gain  $K$  can be computed as

$$K = \alpha + L \quad (21)$$

## V. SIMULATION RESULTS

A complete description of how the environmental perturbations are included into the simulation, the Figure (2) shows a block diagram to help the comprehension.

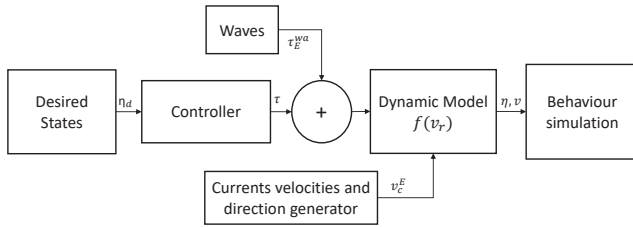


Fig. 2. A block diagram of the interaction of environmental perturbations and the model.

Two different simulations are conducted to evaluate the proposed controller. In the first experiment the reference states are chosen as  $\eta_d = [5, 5, \pi/4]^T$  and in the second the desired states are

$$\eta_d = [t, 10\sin(0.2t), \arctan(\dot{y}_d/\dot{x}_d)]^T$$

For each simulation the initial states are  $\eta(0) = [0, 0, 0]$  and the simulation time is 50 seconds. The parameters of the Gauss-Markov processes are  $w_i = 1, (i=1,2,3)$ .

The results of the first simulation are shown in Figures (3-7). In Figure (3) the comparison between desired states and the system response is shown, it can be seen that the controller fulfills its function of being robust against the perturbations. Figure (4) shows the evolution of errors, they are maintained in a close neighborhood of zero once reached the desired state. Finally, in Figures (5-7) a zoom of the control signals are observed, this effect of the high frequency in the control signals is called *chattering* and it's characteristic and caused by the SMC.

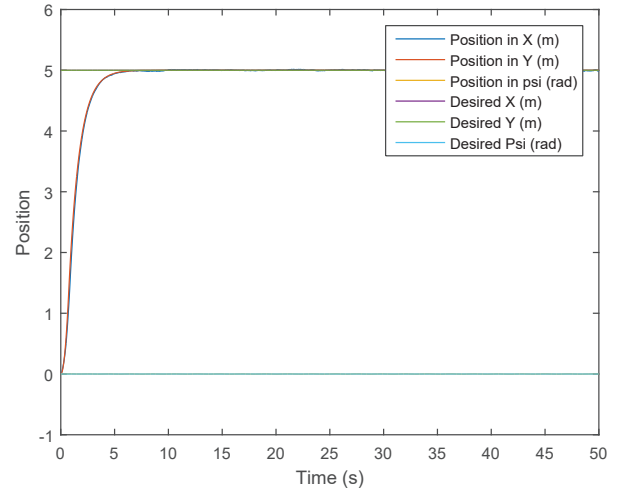


Fig. 3. Vehicle's trajectory (individual axis).

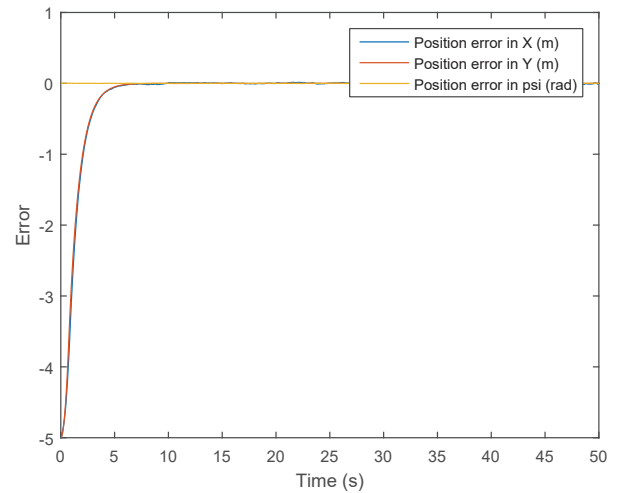


Fig. 4. Evolution of the position and heading errors.

In Figures (8-12) the results of the second simulation can be seen. Figures (8) and (9) show the response of the perturbed

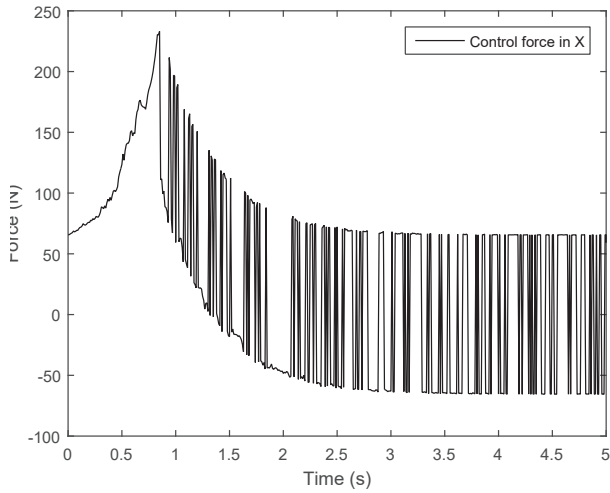


Fig. 5. Control force in X axis.

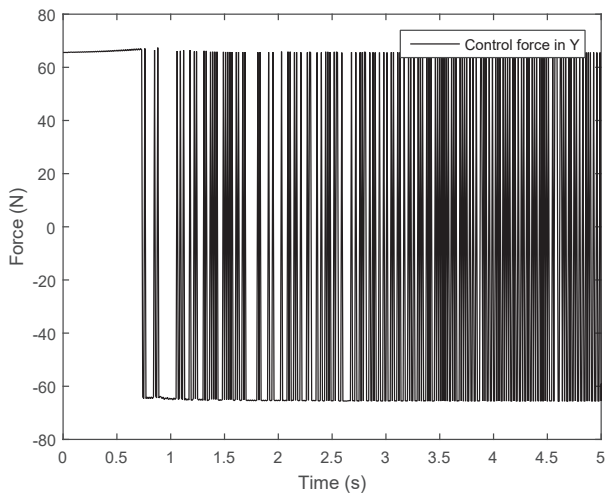


Fig. 6. Control force in Y axis.

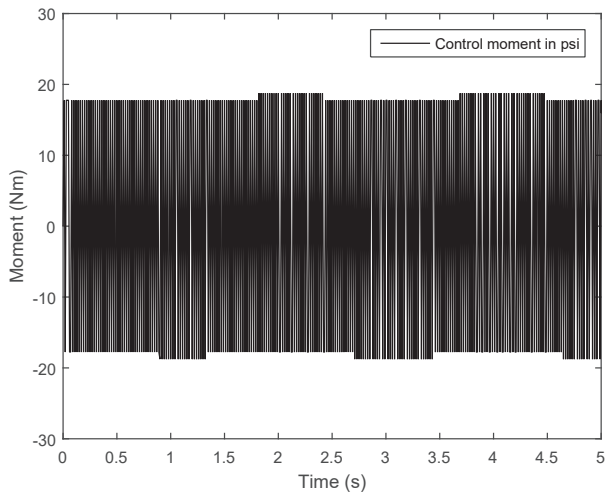


Fig. 7. Control moment over z axis.

system and the errors they are quite acceptable. A zoom of a portion of the control signals for each state are shown in Figures (10-12) with the chattering effect.

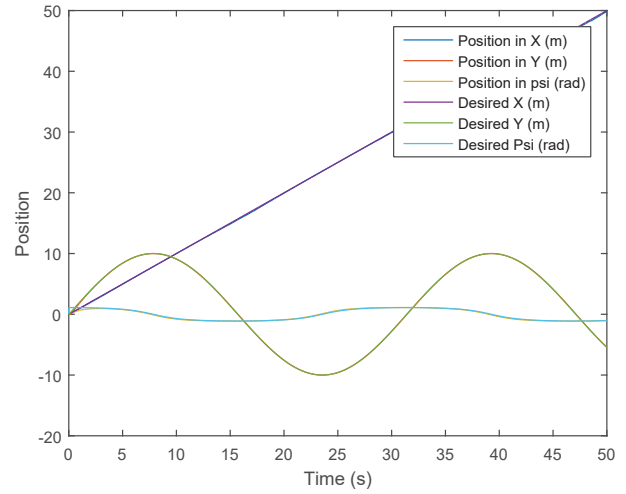


Fig. 8. Vehicle's trajectory (individual axis).

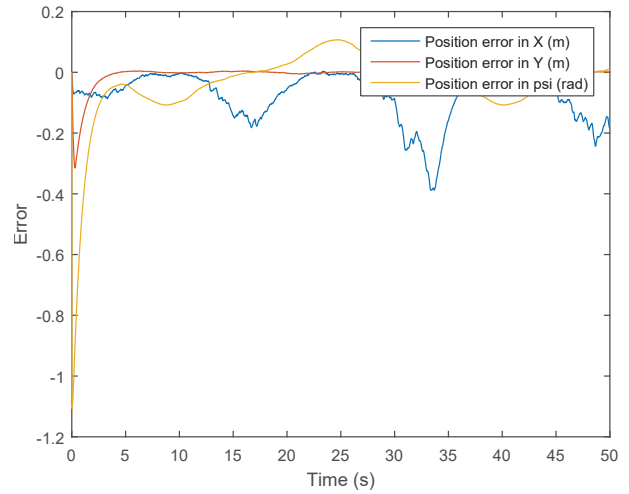


Fig. 9. Evolution of the position and heading errors.

## VI. CONCLUSIONS

A study of the dynamics of a USV with the presence of environmental perturbations was presented in this paper. This study adds the a robust controller based on SMC technique is developed for the USV under the presence of the perturbations. Also, it was constructed a vehicle's prototype using SolidWorks® and the parameters of the hydrodynamic drag matrix were obtained through simulations in this software. It can be concluded that the presence of environmental perturbations has a strong impact on the dynamics of the vehicle and the SMC is a good choice of controller.

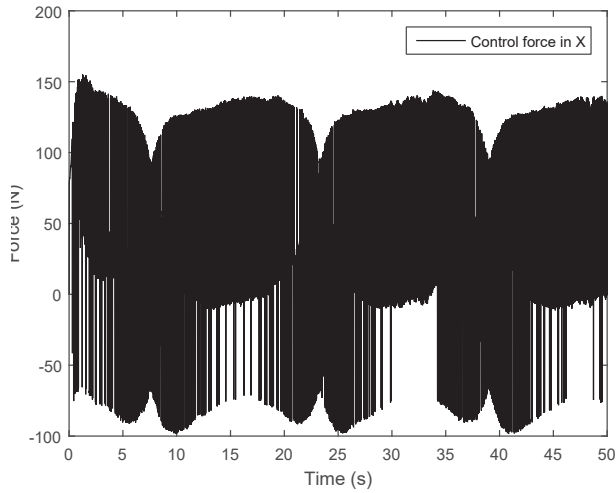


Fig. 10. Control force in X axis.

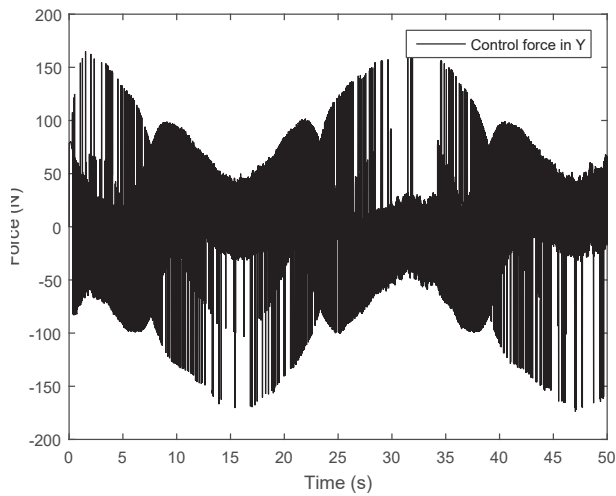


Fig. 11. Control force in Y axis.

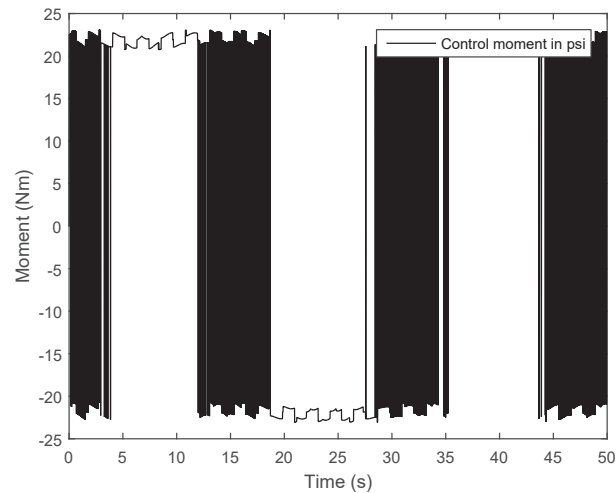


Fig. 12. Control moment over z axis.

## REFERENCES

- [1] R.-j. Yan, S. Pang, H.-b. Sun, and Y.-j. Pang, "Development and missions of unmanned surface vehicle," *Journal of Marine Science and Application*, vol. 9, no. 4, pp. 451–457, 2010.
- [2] T. I. Fossen, *Nonlinear modelling and control of underwater vehicles*. Fakultet for informasjonsteknologi, matematikk og elektroteknikk, 1991.
- [3] S. I. Sagatun and T. I. Fossen, "Lagrangian formulation of underwater vehicles' dynamics," in *Systems, Man, and Cybernetics, 1991. Decision Aiding for Complex Systems, Conference Proceedings., 1991 IEEE International Conference on*. IEEE, 1991, pp. 1029–1034.
- [4] T. I. Fossen and O.-E. Fjellstad, "Nonlinear modelling of marine vehicles in 6 degrees of freedom," *Mathematical Modelling of Systems*, vol. 1, no. 1, pp. 17–27, 1995.
- [5] R. Skjetne, T. I. Fossen, and P. V. Kokotović, "Adaptive maneuvering, with experiments, for a model ship in a marine control laboratory," *Automatica*, vol. 41, no. 2, pp. 289–298, 2005.
- [6] S. Liu, D. Wang, E. K. Poh, and Y. Wang, "Dynamic positioning of auvs in shallow water environment: Observer and controller design," in *Advanced Intelligent Mechatronics. Proceedings, 2005 IEEE/ASME International Conference on*. IEEE, 2005, pp. 705–710.
- [7] E. I. Sarda, H. Qu, I. R. Bertaska, and K. D. von Ellenrieder, "Station-keeping control of an unmanned surface vehicle exposed to current and wind disturbances," *Ocean Engineering*, vol. 127, pp. 305–324, 2016.
- [8] J. Almeida, C. Silvestre, and A. Pascoal, "Path-following control of fully-actuated surface vessels in the presence of ocean currents1," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 40, no. 17, pp. 26–31, 2007.
- [9] T. I. Fossen, "How to incorporate wind, waves and ocean currents in the marine craft equations of motion," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 45, no. 27, pp. 126–131, 2012.
- [10] T. SNAME, "Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid," *The Society of Naval Architects and Marine Engineers, Technical and Research Bulletin No.*, pp. 1–5, 1950.
- [11] D. M. Henderson, M. S. Patterson, and H. Segur, "On the laboratory generation of two-dimensional, progressive, surface waves of nearly permanent form on deep water," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 559, pp. 413–427, 2006.
- [12] M. Brousset, E. Darles, D. Meneveau, P. Poulin, and B. Crespin, "Simulation and control of breaking waves using an external force model," *Computers & Graphics*, vol. 57, pp. 102 – 111, 2016. [Online].
- [13] D. Clamond and D. Dutykh, *Modeling Water Waves Beyond Perturbations*. Cham: Springer International Publishing, 2016, pp. 197–210. [Online]. Available: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-20690-5\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-319-20690-5_7)
- [14] M. E. McCormick, *Ocean wave energy conversion*. Courier Corporation, 2013.
- [15] R. G. Coe, G. Bacelli, D. G. Wilson, O. Abdelkhalik, U. A. Korde, and R. D. Robinett III, "A comparison of control strategies for wave energy converters," *International Journal of Marine Energy*, vol. 20, pp. 45–63, 2017.
- [16] K. D. Do and J. Pan, *Control of ships and underwater vehicles: design for underactuated and nonlinear marine systems*. Springer Science & Business Media, 2009.
- [17] S. V. Drakunov and V. I. Utkin, "Sliding mode control in dynamic systems," *International Journal of Control*, vol. 55, no. 4, pp. 1029–1037, 1992.
- [18] V. Utkin, J. Guldner, and J. Shi, *Sliding mode control in electro-mechanical systems*. CRC press, 2009.





# UNACAR

Universidad Autónoma del Carmen  
"Por la Grandeza de México"

## ACUERDO PARA USO DE OBRA

**A quien corresponda**

**PRESENTE**

Por medio del presente escrito, **Manuel Joaquín Velueta Guzmán** (en lo sucesivo EL AUTOR) hace constar que es titular intelectual de la obra denominada, "**Navegación autónoma de un vehículo acuático no tripulado dedicado a la exploración de zonas costeras**" (en lo sucesivo la OBRA), en virtud de lo cual autoriza a la Universidad Autónoma del Carmen (en lo sucesivo la UNACAR) para que efectué resguardo físico y/o electrónico mediante copia digital o impresa para asegurar su disponibilidad, divulgación, comunicación pública, distribución, transmisión, reproducción, así como digitalización de la misma con fines académicos y sin fines de lucro como parte de Repositorio Institucional de la UNACAR (*Runacar*).

De igual manera, es deseo del AUTOR establecer que esta autorización es voluntaria y gratuita, y que de acuerdo a lo señalado en la Ley Federal del Derecho de Autor y la Ley de Propiedad Industrial, la UNACAR cuenta con mi autorización para la utilización de la información antes señalada, estableciendo que se utilizará única y exclusivamente para los fines antes señalados. EL AUTOR autoriza a la UNACAR a utilizar las obras en los términos y condiciones aquí expresados, sin que ello implique que se le conceda licencia o autorización alguna o algún tipo de derecho distinto al mencionado respecto a la "propiedad intelectual" de la misma OBRA; incluyendo todo tipo de derechos patrimoniales sobre obras y creaciones protegidas por derechos de autor y demás formas de propiedad intelectual reconocida o que lleguen a reconocer las leyes correspondientes. Al reutilizar, reproducir, transmitir y/o distribuir la OBRA se deberá reconocer y dar crédito de autoría de la obra intelectual en los términos especificados por el propio AUTOR, y el no hacerlo implica el término de uso de esta licencia para los fines estipulados. Nada de esta licencia menoscaba o restringe los derechos patrimoniales y morales del AUTOR.

De la misma manera, se hace manifiesto que el contenido académico, literario, la edición y en general de cualquier parte de la OBRA son responsabilidad del AUTOR, por lo que se deslinda a la UNACAR por cualquier violación a los derechos de autor y/o propiedad intelectual, así como cualquier responsabilidad relacionada con la misma frente a terceros. Finalmente, el AUTOR manifiesta que estará depositando la versión final de su Tesis de maestría, OBRA y cuenta con los derechos morales y patrimoniales correspondientes para otorgar la presente autorización de uso.

En la ciudad de Carmen, del estado de Campeche a los 10 días el mes de octubre de 2018.

Atentamente.

MANUEL JOAQUÍN VELUETA GUZMÁN

**Nombre y Firma Autógrafa de EL AUTOR**

Escriba la Facultad, Escuela, Centro a la que está suscrita la obra: Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma del Carmen, Campus III.