



Universidad Autónoma del Carmen
Dependencia Académica de Ingeniería y Tecnología
Facultad de Ingeniería



CONTROL DE SUPER-TORSIÓN
PARA UN ROBOT MANIPULADOR
DE n GRADOS DE LIBERTAD

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Maestro en Ingeniería Mecatrónica

PRESENTA:

Ing. Giovanni Emmanuel López Cruz

Cd. del Carmen, Campeche, México. Septiembre de 2018



Universidad Autónoma del Carmen
Dependencia Académica de Ingeniería y Tecnología
Facultad de Ingeniería



**CONTROL DE SUPER-TORSIÓN
PARA UN ROBOT MANIPULADOR
DE n GRADOS DE LIBERTAD**

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Maestro en Ingeniería Mecatrónica

PRESENTA:

Ing. Giovanni Emmanuel López Cruz

DIRECTOR DE TESIS:

Dr. Hussain Alazki

CO-DIRECTOR DE TESIS

Dr. Ramón García Hernández

Cd. del Carmen, Campeche, México. Septiembre de 2018

«A ti, que te encuentras en los abismos de mi interior, permíteme crecer como un árbol de tule que ha enraizado firmemente sobre la corteza terrestre y se explaya libremente en la intemperie para soportar los caprichos climáticos. Déjame brillar con gran esplendor sobre los astros para iluminar a los que me aman, sabes bien que la luz de los demás no me molesta, no me fatiga mentalmente y no me llena de envidia. Concédeme el anhelo de que las noches sean despejadas para que mi tintineante luz se refleje sobre los pastizales líquidos y pueda guiar aquellos que se encuentran perdidos en las turbulencias del océano. Compláceme al otorgar larga vida a las personas que sienten algo negativo hacia mí para que puedan ver mi progreso a lo largo de mi estancia terrenal. Por favor, libérame de mí mismo.»

Giovanni Emmanuel López Cruz
El Caballero del Vislumbrante Sol

Agradecimientos

Al Dr. Hussain Alazki por soportar mi caracter, mi comportamiento rebelde, por tratarme como un hijo; por regañarme, corregirme, y guiarme por el camino correcto, por abrirme los ojos al mundo de la ciencia.

A los profesores que me han compartido sus conocimientos para desarrollarme como persona y de manera profesional.

A mis compañeros de generación que me ayudaron a superar los obstáculos académicos.

A la Universidad Autónoma del Carmen, por ser mi segundo hogar.

Dedicatoria a

A mi madre,
por darme la vida y apoyarme incondicionalmente.
Por ser mi motor y mi inspiración principal para seguir adelante.
Por amarme desmesuradamente y mencionarme en todas sus oraciones.
Por inculcarme los valores y principios de un hombre de bien.

A mi difunto padre,
que he reconstruido a base de anécdotas e historias,
como la leyenda que habita en mi corazón,
le dedico todas mis victorias.

Índice general

Índice de figuras	XI
Índice de tablas	XIII
Resumen	XIV
Abstract	XV
Lista de siglas	XVI
Lista de símbolos	XVIII
1. Introducción	1
1.1. Justificación	3
1.2. Objetivos	4
1.2.1. Objetivo general	4
1.2.2. Objetivos específicos	4
1.3. Estado del arte	4
1.4. Plantamiento del problema	6
1.5. Organización de tesis	7
2. Modelo matemático de un robot manipulador	9
2.1. Fundamentos de robótica	9
2.1.1. Estructura mecánica de un robot	9
2.1.2. El problema del cinamático directo	10
2.1.3. Resolución del problema cinamático directo mediante matrices de transformación homogénea	11
2.1.4. Algoritmo de Denavit-Hatenberg para la obtención del modelo cinemático directo	12
2.2. Modelo dinámico de la estructura mecánica de un robot rígido	15
2.2.1. Ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange	16
2.2.2. Obtención del modelo dinámico mediante la formulación de Euler-Lagrange	18
2.2.3. Modelo dinámico en variables de estado	18
3. Control por Modos deslizantes	21
3.1. Antecedentes	21
3.2. Fundamentos de Modos Deslizantes	22
3.2.1. Solución de Filippov	23
3.2.2. Concepto de Control Equivalente	24

3.3.	Estabilidad mediante el teorema de Lyapunov	25
3.3.1.	Teorema de Lyapunov	26
3.4.	Diseño del Sliding Mode Control	28
3.4.1.	Variable de deslizamiento	29
3.5.	Super-Twisting	30
3.5.1.	Fundamentos del algoritmo de Super-Twisting	30
3.5.2.	Diseño del Super-Twisting Control	31
4.	Formulación del problema	35
4.1.	CRS Catalys-5	35
4.1.1.	Proceso de control del CRS Catalyst-5	36
4.1.2.	Modelo Dinámico CRS-Catalyst 5 por medio de las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange	37
4.2.	Diseño de Sliding Mode Control	38
4.2.1.	Estudio de estabilidad del Sliding Mode Control	38
4.3.	Diseño de Super-Twisting Control	39
4.3.1.	Estudio de estabilidad del Super-Twisting Control	39
4.4.	Diseño de trayectorias con polinomios	40
4.4.1.	Polinomios de quinto grado	41
5.	Resultados de simulaciones y discusiones	45
5.1.	Simulaciones	46
5.1.1.	Controlador Proporcional Derivativo	46
5.1.2.	Esquema del controlador PD	47
5.1.3.	Control de Modos Deslizantes	48
5.1.4.	Esquema del SMC	48
5.1.5.	Control de Super-Torsión	49
5.1.6.	Esquema del STC	49
5.2.	Resultados de las simulaciones	50
5.2.1.	Simulación del seguimiento de trayectoria	50
5.2.2.	Simulación del error de seguimiento de trayectoria	52
5.2.3.	Simulación de la fuerza aplicada a los motores	54
5.3.	Resultados experimentales de la implementación	57
5.3.1.	Esquema del controlador PD	57
5.3.2.	Esquema del STC	59
5.3.3.	Seguimiento de trayectoria en línea	61
5.3.4.	Error de seguimiento de trayectoria en línea	63
5.3.5.	Fuerza aplicada a los motores en línea	66
	Trabajo futuro	70
	Conclusión	71
	Apéndice A	76
	Anexo	87

Índice de figuras

1.1. Clasificación de robots	1
1.2. Unimate	2
1.3. (a) IRB6, (b) IRB6650s, ambos de la compañía ABB	2
1.4. CRS Catalyst-5	6
2.1. Tipos de articulaciones en sistemas mecatrónicos	10
2.2. Libertad de movimiento angular de las articulaciones del CRS Catalyst-5	10
2.3. Representación de los parámetros D-H	15
2.4. Metodología de diseño de sistemas de control	16
2.5. Diagrama de bloques	16
2.6. Robot arm 5 g.d.l.	17
3.1. Representación del modo deslizante	22
3.2. Esquema de la contrucción de Filippov	24
3.3. Representación geométrica de los conjuntos en la prueba del teorema de Lyapunov	27
3.4. Trayectoria del Controlador de Super-Torsión	31
4.1. CRS Catalyst-5 perteneciente a la UNACAR	35
4.2. (a) PC y controlador c500, (b) Hardware de la PC	36
4.3. Tarjeta de adquisición de datos Q8	37
4.4. Proceso de control del robot CRS-Catalyst 5	37
4.5. Condiciones de frontera	43
4.6. Esquema planeación de trayectorias	44
5.1. Pruebas experimentales en el laboratorio.	45
5.2. Esquema de Control Proporcional Derivativo	47
5.3. Esquema de Control de Modos Deslizantes	48
5.4. Esquema de Control de Super-Twisting	49
5.5. Seguimiento de trayectoria para el eslabón 1 con una referencia de 1 radián.	50
5.6. Seguimiento de trayectoria para el eslabón 2 con una referencia de $-0,78$ radianes.	50
5.7. Seguimiento de trayectoria para el eslabón 3 con una referencia de $0,35$ radianes.	51
5.8. Seguimiento de trayectoria para el eslabón 4 con una referencia de $0,35$ radianes.	51
5.9. Seguimiento de trayectoria para el eslabón 5 con una referencia de $0,53$ radianes.	52

5.10. Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 1 con una referencia de 1 radianes.	52
5.11. Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 2 con una referencia de $-0,78$ radianes.	53
5.12. Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 3 con una referencia de $0,35$ radianes.	53
5.13. Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 4 con una referencia de $0,35$ radianes.	54
5.14. Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 5 con una referencia de $0,53$ radianes.	54
5.15. Fuerza aplicada al motor de la articulación 1.	54
5.16. Fuerza aplicada al motor de la articulación 2.	55
5.17. Fuerza aplicada al motor de la articulación 3.	55
5.18. Fuerza aplicada al motor de la articulación 4.	56
5.19. Fuerza aplicada al motor de la articulación 5.	56
5.20. Joint-based position control Simulink model	57
5.21. CRS Position controller	58
5.22. Sistema de control Proporcional Derivativo	58
5.23. Esquema de control para la implementacion en línea del STC	59
5.24. Bloque de generación de trayectorias (izquierda), bloque que contiene el STC (derecha)	59
5.25. Sistema de generación de trayectorias	60
5.26. Bloque de función que contiene el STC	60
5.27. Seguimiento de trayectoria para el eslabón 1 usando ambos controladores	61
5.28. Seguimiento de trayectoria para el eslabón 2 usando ambos controladores	62
5.29. Seguimiento de trayectoria para el eslabón 3 usando ambos controladores	62
5.30. Seguimiento de trayectoria para el eslabón 4 usando ambos controladores	63
5.31. Seguimiento de trayectoria para el eslabón 5 usando ambos controladores	63
5.32. Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 1 usando ambos controladores	64
5.33. Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 2 usando ambos controladores	64
5.34. (Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 2 usando ambos controladores	65
5.35. Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 4 usando ambos controladores	65
5.36. Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 5 usando ambos controladores	66
5.37. Fuerza aplicada al eslabón 1 usando ambos controladores	66
5.38. Fuerza aplicada al eslabón 2 usando ambos controladores	67
5.39. Fuerza aplicada al eslabón 3 usando ambos controladores	67
5.40. Fuerza aplicada al eslabón 4 usando ambos controladores	68

5.41. Fuerza aplicada al eslabón 5 usando ambos controladores	68
5.42. Artículo publicado en IFAC MICNON 2018	88

Índice de tablas

2.1. Parámetros físicos de CRS Catalyst-5	17
5.1. Ganancias del PDC	46
5.2. Ganancia del STC	49

Resumen

Es importante el control de sistemas robóticos industriales debido a la amplia gama de sus aplicaciones. Estas máquinas son sistemas electromecánicos complejos que tienen múltiples entradas y múltiples salidas, no son lineales y tienen incertidumbres paramétricas. Para ello, es imprescindible que los programadores puedan probar el comportamiento de los robots en diferentes circunstancias y con parámetros variables bajo una metodología de control. En este trabajo, se ha diseñado un controlador basado en algoritmo de Super Torsión (controlador no lineal robusto) para reducir el problema del chattering del control por modos deslizantes, y la prueba de estabilidad en el caso de los sistemas no lineales. Los resultados de la simulación se muestran y se comparan con los del Controlador Proporcional Derivativo y el Controlador de Modos deslizantes usando un modelo virtual del manipulador robótico CRS Catalyst-5 de 5 grados de libertad, de la corporación Thermo Electron para ilustrar la eficacia del método propuesto. De igual manera, se llevará a cabo la implementación en línea para demostrar su eficiencia comparada al controlador que trae de fábrica el robot.

Abstract

The control of industrial robotics systems is important due to the wide range of their applications. These machines are complex electromechanical systems that have multiples input/outputs, are non-linear and uncertainty. For this purpose, it is essential that the robot programmers can test the behavior of the robots in different circumstances and with varying parameters under a control methodology. In this work, it is designed a controller base on Super Twisting Algorithm (robust nonlinear controller) to reduce the chattering problem of sliding mode control with the robustness of robotic manipulator, and the stability proof in the case of nonlinear systems. Simulation results are shown and compare with the Proportional- Derivative controller using the 5-DOF (Degrees of Freedom) robotic manipulator CRS Catalyst-5 by Thermo Electron Corporation to illustrate the efficient of the proposed method.

Lista de siglas

ABB	ASEA Brown Boveri
ASEA	Allmänna Svenska Elektriska Aktiebolaget
CRS	Control for Robotics Software (Software de Control para Robótica)
CVS	Control Variable Structure (Control de Estructura Variable)
D-H	Denavit-Hartenberg
DOF	Degree Of Freedom (Grado De Libertad)
MIMO	Multiple Input Multiple Output (Múltiple entrada Múltiple Salida)
SM	Sliding Mode (Modo Deslizante)
SMC	Sliding Mode Control (Control de Modos Deslizantes)
ST	Super-Twisting (Super-Torsión)
STA	Super-Twisting Algorithm (Algoritmo de Super-Torsión)
STC	Super-Twisting Control (Control de Super-Torsión)
PD	Proportional Derivative (Proporcional Derivativo)
PDC	Proportional Derivative Control (Control Proporcional Derivativo)

Lista de símbolos

\dot{q}_i	Posiciones articulares donde i es el número de la articulación de $1, \dots, n$.
\dot{q}_i	Velocidad angular donde i es el número de la articulación de $1, \dots, n$.
\ddot{q}_i	Aceleraciones articulares donde i es el número de la articulación de $1, \dots, n$.
\mathcal{K}	Energía cinética.
\mathcal{U}	Energía potencial.
\mathcal{E}	Energía total.
\mathcal{L}	Lagrangiano.
$M(q)$	Matriz de inercia.
$C(q, \dot{q})$	Matriz de fuerza centrípeta.
g	Vector de gravedad.
l_{ci}	Distancia del centro de masa al eslabón donde i es el número del eslabón $1, \dots, n$.
l_i	Longitud del eslabón donde i es el número del eslabón $1, \dots, n$.
K_p	Ganancia proporcional.
K_d	Ganancia derivativa.
m_i	Masa del eslabón donde i es el número del eslabón $1, \dots, n$.
α	Ganancia del algoritmo de Super-Torsión
β	Ganancia del algoritmo de Super-Torsión
σ, s	Variable de deslizamiento
A_i^{i-1}	Matriz de transformación homogénea que representa la posición y orientación relativa entre los sistemas asociados a dos eslabones consecutivos del robot
T_n^0	Matriz de transformación homogénea que considera a todos los grados de libertad de la matriz A_i^{i-1} .
θ_i	Es el ángulo que forman los ejes \mathbf{x}_{i-1} y \mathbf{x}_i
d_i	Es la distancia a lo largo del eje \mathbf{z}_{i-1} desde el origen del sistema de coordenadas $(i-1)$ -enésimo hasta la intersección del eje \mathbf{z}_{i-1} .
a_i	Es la distancia a lo largo del eje \mathbf{x}_i que va desde la intersección del eje \mathbf{z}_{i-1} con el eje \mathbf{x}_i .
α_i	Es el ángulo de separación del eje \mathbf{z}_{i-1} y el eje \mathbf{z}_i .
x	Vector de estados.
\mathbb{R}	Conjuntos de números reales.
e	Error de posición.
\dot{e}	Error de velocidad.
u	señal de control.
u_{eq}	control equivalente.
ϵ	Valor constante usado en el teorema de Lyapunov.
δ	Valor constante usado en el teorema de Lyapunov.

Capítulo 1

Introducción

La robótica, se utiliza en el diseño y la construcción de robots y aparatos que realizan operaciones o trabajos en sustitución de la mano de obra humana; en la robótica se integran elementos mecánicos, electrónicos, control automático, eléctricos y sistemas de cómputo. Es una disciplina científica que aborda la investigación y desarrollo de una clase particular de sistemas mecánicos, diseñados para realizar una amplia variedad de aplicaciones industriales, científicas, domésticas y comerciales. Actualmente, la robótica y la automatización conforman una industria madura y en crecimiento. Por ejemplo, múltiples robots se utilizan en distintas áreas, como en manufactura, en la exploración planetaria, en la cirugía médica, hasta en el servicio doméstico y entre otras aplicaciones (Fernando R. (2011)). Estas máquinas se pueden clasificar en las siguientes categorías:

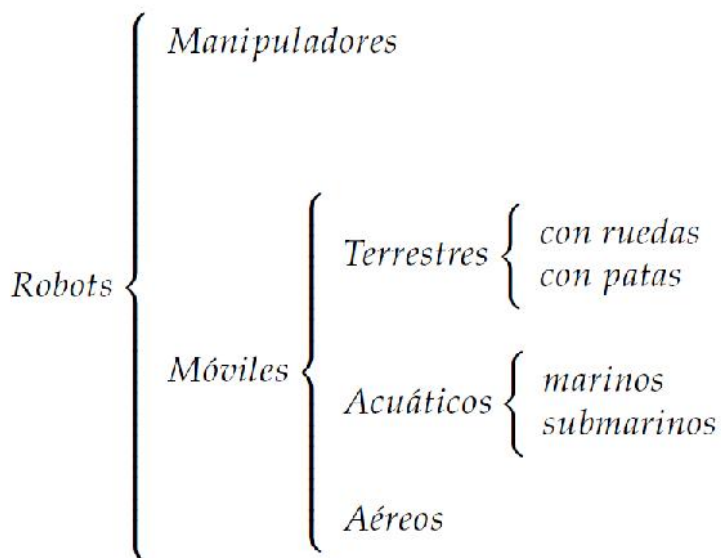


FIGURA 1.1: Clasificación de robots

El presente trabajo de tesis se enfoca en los Robots Manipuladores, los cuales son una máquina con varios grados de libertad que es controlada automáticamente, reprogramable y de diversos usos, puede estar fija o móvil, y generalmente su empleo es en la industria. Los robots han desempeñado un papel muy importante en la industria desde hace medio siglo, el desarrollo y

el estudio de estos ha estado vinculado directamente con los avances tecnológicos al servicio de compañías manufactureras para optimizar tiempos de fabricación, reducir accidentes y costos. En la figura 1.2 se muestra el primer robot industrial en el mundo conocido como Unimate, se instaló en la fábrica de la General Motors en Ewing Township, New Jersey, en 1961, con el objetivo de transportar piezas de metal desde una línea de producción hasta una línea de ensamble y soldadura de automóviles. Su introducción fue recibida con agrado por la comunidad de trabajadores en virtud de que dicha tarea era peligrosa y contaminante.

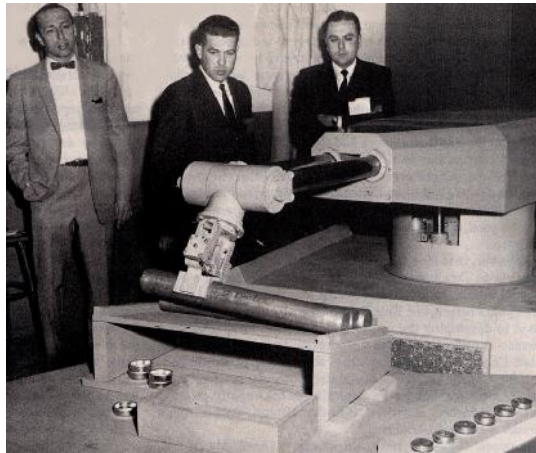


FIGURA 1.2: Unimate

En 1973 la firma sueca Allmänna Svenska Elektriska Aktiebolaget (ASEA) construyó el primer robot con accionamiento totalmente eléctrico (actualmente ASEA Brown Boveri (ABB)), el Industrial Robot 6. Una notable evolución en estos, se muestra en la figura 5.36, y a su lado izquierdo se muestra la última versión del mismo. Los robots manipuladores han sido desarrollados ampliamente para ser introducidos en casi todo tipo de industria, por lo cual, en su estudio y desarrollo se han aplicado diferentes estrategias de control para mejorar su eficiencia.



(a)



(b)

FIGURA 1.3: (a) IRB6, (b) IRB6650s, ambos de la compañía ABB

Para mejorar la prestación de aplicaciones generales, ha sido necesario introducir nuevos controladores basados en el conocimiento preciso del modelo dinámico de los robots, así como de sus parámetros. Se han aplicado diversos tipos de controladores en el campo de la robótica, de los cuales los métodos más comunes en sistemas no lineales que han sido propuestos para resolver los problemas de control consiste en las siguientes: Control difuso, Control por redes neuronales, control pasivo, control adaptivo, Control de modos deslizantes, y por mencionar algunos.

El Control de Modos Deslizantes (CMD) es un controlador poderoso para sistemas no lineales que ha sido analizado por muchos investigadores especialmente en los recientes años. Esta teoría fue propuesta cerca de 1950 por Emelyanov y varios colaboradores, ha sido desarrollado extensamente desde entonces con la invención del control de alta velocidad para dispositivos. El controlador de modos deslizantes tiene las siguientes desventajas. En primer lugar, el problema del chattering; puede ser causado por las frecuencias altas de oscilación de las salidas de controlador. En segundo lugar, la sensibilidad; este controlador puede ser muy sensible al ruido cuando las señales están muy cercanas a cero. El fenómeno del chattering puede causar algunos problemas como la saturación y el calentamiento de partes mecánicas de los robots manipuladores o los controladores (Farzin P. (2012)). La robustez del SMC está estrictamente conectada a la alta frecuencia de oscilación de la señal de control, para reducir el chattering es necesario aplicar métodos matemáticos. Por ejemplo si queremos aplicar el Super Twisting Control (STC) sobre un sistema mecánico de segundo orden para ajustar el problema de chattering, entonces tenemos que diseñar un variable deslizante tal que tiene grado relativo de uno. Si escogemos a una superficie lineal entonces el STC asegura la compensación perturbaciones/incertidumbres, la convergencia en tiempo finito para una variable deslizante y su derivada, pero los estados convergen asintóticamente al origen.

1.1. Justificación

En diversos trabajos de investigación se ha estudiado el comportamiento y la estabilidad de los robots manipuladores, sin embargo no se ha considerado un estudio usando un STC. Por lo mencionado, resulta novedoso la implementación de este método de control, esto asegura la robustez del sistema, y una rápida respuesta a la referencia de la entrada. Así mismo presenta atributos, los cuales son poder estabilizar el comportamiento dinámico del sistema en lazo cerrado, y el rechazo a las perturbaciones e incertidumbres paramétricas. En el presente trabajo de tesis, se plantea diseñar el algoritmo de Control de Super-Twisting, el cual podrá ser aplicado para un robot manipulador esférico de n grados de libertad. Para validar la metodología de control propuesta, se usará el modelo matemático del robot manipulador CRS

Catalyst-5 y subsecuentemente se implementará. Este robot, tiene por fabrica, un controlador convencional tipo PD, como hemos presentado anteriormente, este controlador tiene un tiempo de respuesta aceptable, y garantiza una estabilización asintótica en un tiempo finito, pero no es suficientemente fuerte ante perturbaciones externas; siendo esta una de nuestras principales motivaciones para elaborar este trabajo.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Diseñar e implementar en tiempo real el Control de Super-Torsión para la estabilización de posición angular de un robot manipulador de n grados de libertad.

1.2.2. Objetivos específicos

- Obtener el modelo dinámico de un robot manipulador de n grados de libertad.
- Validar el modelo matemático del robot manipulador de n grados de libertad en Matlab/Simulink
- Desarrollar el Control de Super-Torsión.
- Validar el algoritmo de control propuesto en simulación usando Matlab/Simulink.
- Implementación en tiempo real del algoritmo de control propuesto.

1.3. Estado del arte

El control de los sistemas robóticos es vital debido a la amplia gama de sus aplicaciones, ya que este sistema es multi-entrada, multi-salida y no lineal. En consecuencia, es difícil diseñar con precisión modelos matemáticos para múltiples grados de libertad de robots manipuladores. Por lo tanto, han sido utilizadas fuertes herramientas matemáticas en nuevas metodologías de control para diseñar un controlador con un rendimiento aceptable. La estabilidad es el requisito mínimo en cualquier sistema de control, sin embargo la prueba de la estabilidad no es trivial especialmente en el caso de sistemas en línea.

Los robots manipuladores han facilitado el trabajo en diferentes áreas (la manufactura de piezas, ensamblado, pintar o algunas cirugías médicas). Desde que el primer robot manipulador industrial fue instalado ha habido un desarrollo considerable en las tareas que estas máquinas pueden realizar, siendo esto necesario para el desarrollo y aplicación de algoritmos de control para tareas más complejas. Los robots manipuladores industriales usualmente tiene por fábrica controladores convencionales tipo Proporcional Derivativo (PD) or Proporcional Integral Derivativo (PID). Estos controladores son ampliamente usados por su simplicidad, pero no son suficientemente robustos ante perturbaciones. Diversos controladores tipo PD han sido implementados exitosamente en robots manipuladores.

En los recientes años, diferentes estrategias de control han sido usadas en robots manipuladores; el (SMC) (Slotine (1983); Slotine (1984)) es una eficiente herramienta para el control de complejas plantas dinámicas. Este controlador reduce la sensibilidad ante perturbaciones e incertidumbres paramétricas. Otros tipos de controladores han sido usado para sistemas robóticos como el the adaptive control, adaptive fuzzy sliding mode (Sun (1996); Medhaar (2006)), fuzzy logic, neural adaptive (Yu (1999)), neural networks (Ertugrul (1998)), sliding mode neuronal network (Safaric (1996)), and neuro-fuzzy. Una nueva ley de control que combina el controlador PD con SMC ha sido propuesta para el control de seguimiento de trayectorias para un robot n grados de libertad para sistemas robóticos traslacionales lineales. Los resultados de esta simulación muestra que esta ley de control mejora el rendimiento del seguimiento de trayectoria comparada solamente con el controlador PD y el SMC.

El controlador por Modos Deslizantes es un método de control no lineal que altera la dinámica de un sistema, aplicando señales de control discontinuas que forzan al sistema a moverse a una superficie en la cual el sistema puede ser llevado a un punto de operación deseado. Debido a su propiedad de orden reducido, su baja sensibilidad a perturbaciones y variaciones de parámetros de planta, el control de modo deslizante es una herramienta eficiente para controlar complejas plantas dinámicas de alto orden. El control de estructura variable (VSC) con el (SMC) fueron propuestos y elaborados por primera vez por muchos investigadores de la antigua Rusia, comenzando en los años sesenta (Emel'yanov and Taran, 1962; Emel'yanov, 1970; Utkin, 1974). Estas ideas no aparecieron fuera de Rusia hasta los años setenta con un libro de Itkis (Itkis, 1976) y una artículo de Utkin (1977) publicado en Inglés. Desde entonces, el Control de Modos Deslizantes se ha desarrollado dentro de los métodos generales aplicables de control para un amplio rango de tipo de sistemas incluyendo sistemas no lineales, sistemas MEMS, modelos en tiempo discretos, entre otros. El enfoque se basa en un método denominado método de ley de alcance, el cual influye en la calidad dinámica del sistema durante la fase de alcance y proporciona los medios para controlar el nivel de oscilación o chattering, este método de control fue aplicado a un robot manipulador en y se presenta los principales pasos a seguir en el

proceso de diseño de un controlador de modo deslizante para un robot manipulador planar de dos grados de libertad. Se encontró que el controlador de modo deslizante dio un rendimiento muy bueno para el control del robot manipulador. Se concluye que la topología de control propuesta produce mejores resultados tanto para el funcionamiento dinámico como para el estado estacionario.

En el contexto de robustes, el CMD llega a ser el principal modo de operación para este tipo de sistemas ((Utkin 1999); Edwards (1998))). Por la naturaleza de este controlador, el principal inconveniente es el fenómeno del chattering causado por la función signo mientras fuerza los estados a cero. El problema del chattering es peligroso para actuadores por sus oscilaciones en alta frecuencia. Un método para reducir el chattering es el algoritmo de Super-Torsión (Levant (2007), este algoritmo fue desarrollado para evitar el efecto del chattering. El CST puede ser aplicado a cualquier sistema donde se pueda obtener la primera derivada de la variable de deslizamiento. La principal ventaja de este controlador es que compensa las incertidumbres y las perturbaciones paramétricas, garantiza convergencia en tiempo finito al origen de la variable de deslizamiento y su derivada.

Las dos principales ventajas de este tipo de control es que se puede obtener el comportamiento dinámico deseado del sistema en lazo cerrado y, el sistema se vuelve insensible a las perturbaciones, incertidumbres paramétricas, debido a que la dinámica del sistema queda impuesta por la ley de control y no por el sistema. Además esta estrategia proporciona una rápida respuesta a la referencia, y su implementación y diseño no son complejos.

1.4. Plantamiento del problema

En el presente trabajo se propone desarrollar un algoritmo de CST para mejorar el comportamiento del Robot Manipulador CRS Catalyst-5 de CRS Robotics Corporation mostrado en la figura (1.4). Existen diversos problemas



FIGURA 1.4: CRS Catalyst-5

de control para sistemas mecánicos que están basados en manipular la posición o localización de una masa. Un ejemplo típico es un brazo manipulador con n grados de libertad, estos sistemas son complejos y no lineales. La problemática común es modelar matemáticamente la dinámica del sistema, para esto hay diversas herramientas disponibles. Asegurar la estabilidad de la posición es una tarea importante, pues los brazos manipuladores generalmente son usados en la industria para trabajos de alto riesgo. Debido a esto, no sólo se busca la estabilidad, sino también la robustez del sistema ante perturbaciones.

1.5. Organización de tesis

El presente trabajo está dividido en cinco capítulos. El primer capítulo es la introducción al tema de estudio y la presentación del método propuesto para resolver la problemática planteada. EL capítulo dos se presentan los fundamentos teóricos para la obtención del modelo dinámico de los robots manipuladores, el desarrollo de las ecuaciones de movimiento de Euler Lagrange. En el capítulo tres se presentan los antecedentes y conceptos principales de los MD, el estudio de estabilidad a través del teorema principal de Lyapunov, y la ley de control propuesta. En el capítulo cuatro se plantea el problema a resolver, el diseño y estudio del SMC, de igual manera con el STC. En el capítulo cinco se presentan los esquemas de control en Matlab/Simulink, los resultados de la simulación y de la implementación en línea.

Conclusión

Los robots manipuladores industriales han servido durante pocas décadas al humano para optimizar, reducir costos de operación y mejorar tiempo de producción en las industrias manufactureras, y de otros servicios. Sin embargo, los métodos de control que han sido propuestos para estos, no todos han sido implementados en su totalidad. Lo que se busca ante las tareas que cada vez son más precisas y delicadas de los robots, es mejorar su estabilidad. Ante esto, se propone usar el Controlador de Super-Torsion basado en el algoritmo de Super-Torsión desarrollado por Arie Levant, ya que este controlador aún no ha sido implementado en robots manipuladores.

Capítulo 2

Modelo matemático de un robot manipulador

En este capítulo se estudia de forma analítica el movimiento espacial del robot manipulador con respecto a un sistema de referencia cartesiano, la relación entre la posición y orientación junto con las fuerzas que influyen en la dinámica del mismo. De igual manera se aborda el estudio de los mecanismos que lo comprenden y el método matemático para modelar el sistema el cuál es fundamental para el estudio y diseño de la ley de control que ha sido propuesta en el presente trabajo.

2.1. Fundamentos de robótica

Un robot manipulador es un sistema electromecánico que está compuesto por eslabones, articulaciones y actuadores. Generalmente los eslabones son rígidos, las articulaciones pueden ser prismáticas, rotativas, y el empleo de diferentes combinaciones de articulaciones de un robot da como resultado diferentes configuraciones, con características a tener cuenta tanto en el diseño y construcción para su aplicación.

2.1.1. Estructura mecánica de un robot

Su sistema mecánico es una cadena cinemática abierta con restricciones mecánicas, esto depende de la configuración del robot. Hay diversas configuraciones robóticas (veáse la figura 2.1), estas difieren dependiendo de la combinación de elementos que contenga el robot. La morfología del robot es la descripción de los componentes y de su estructura mecánica. La constitución de un robot manipulador generalmente guarda cierta similitud con la anatomía del brazo de un humano, por ende, es familiar que se use frecuentemente los términos de brazo, codo, muñeca o cuerpo. Cada movimiento que puede hacer independientemente

El CRS Catalyst-5 es un robot manipulador articulado de 5 g.d.l. antropomórfico. Este robot tiene una configuración antropomorfa Tiene cinco articulaciones accionadas por cinco motores. Los cinco motores que accionan las articulaciones tienen integrados encoders. En la figura 2.2 se muestra la

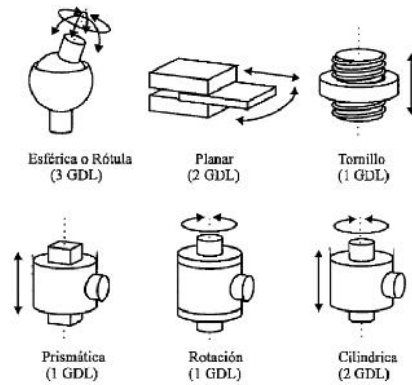


FIGURA 2.1: Tipos de articulaciones en sistemas mecatrónicos

configuración del robot, la libertad y restricción de rotación de cada articulación.

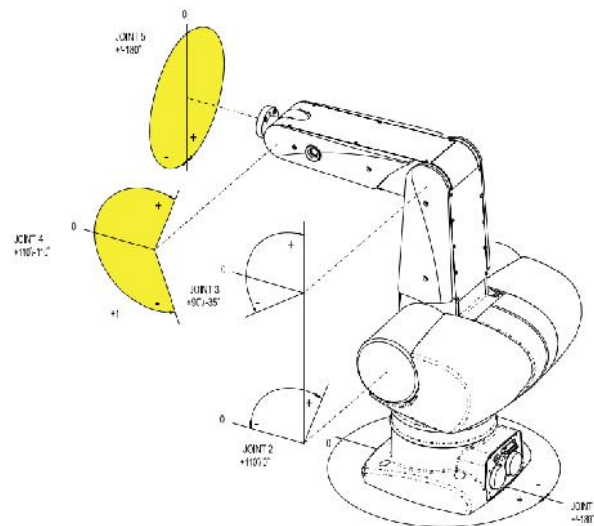


FIGURA 2.2: Libertad de movimiento angular de las articulaciones del CRS Catalyst-5

2.1.2. El problema del cinamático directo

Los robots son dispositivos que pueden realizar tareas programadas por el usuario, para esto es necesario contar con el modelo matemático que describa las características del robot, estos modelos utilizan los parámetros físicos, geométricos y energéticos. Para su funcionamiento, los sistemas mecatrónicos como el brazo robótico CRS Catalyst-5, ha sido modelado primeramente, la importancia de tener el modelo matemático se incrementa al solicitar una tarea al robot la cual para ejecutarla se calcula la posición y velocidad angulares en las articulaciones, para esto le es necesario una estrategia de control para realizar los movimientos deseados.

Existen dos problemas fundamentales a resolver en la cinemática del robot; el primer de ellos se conoce como el problema cinemático directo, y consiste en determinar cuál es la posición y orientación del extremo final del robot, con respecto a un sistema de coordenadas que se toma como referencia, conocidos los valores de las articulaciones y los parámetros geométricos de los elementos del robot; el segundo, denominado problema cinemático inverso, resuelve la configuración que debe adoptar el robot para una posición y orientación del extremo conocidas (Barrientos(1997)).

Denavit y Hartenberg propusieron un método sistemático para describir y presentar la geometría espacial de los elementos de una cadena cinemática, y en particular de un robot, con respecto a un sistema de referencia fijo. Este método utiliza una matriz de transformación homogénea para describir la relación espacial entre dos elementos rígidos adyacentes, reduciéndose el problema cinemático directo al encontrar una matriz de transformación homogénea de dimensión 4×4 que relacione la localización espacial del extremo del robot con respecto al sistema de coordenadas de su base. Por otra parte, la cinemática del robot trata también de encontrar las relaciones entre las velocidades del movimiento de las articulaciones y las del extremo. Esta relación viene dada por el modelo diferencial expresado mediante la matriz Jacobiana [Barrientos].

2.1.3. Resolución del problema cinemático directo mediante matrices de transformación homogénea

La cinemática es un área de la mecánica que estudia aspectos geométricos del movimiento de los cuerpos sin importar las causas que lo generan. El análisis cinemático considera los conceptos de posición, orientación, velocidad y aceleración entre los distintos componentes de un sistema. El modelo cinemático tiene por objetivo entender el movimiento de los eslabones de la estructura robótica, a través del análisis de las capacidades de movimiento de cada articulación que maneja dichos eslabones. La naturaleza de cada articulación es muy relevante para el estudio de la posición y orientación que un dispositivo robótico puede alcanzar. Uno de los métodos más empleados para determinar la aportación de cada articulación tiene que ver con el análisis de número de grados de libertad que dicha articulación puede aportar. Una definición simple para un grado de libertad (DOF, a partir de sus siglas en inglés: degree-of-freedom) refiere a una coordenada independiente sobre la cual pueden describirse las configuraciones del sistema robótico o mecatrónico que representa la coordenada independiente que permite definir la configuración del sistema. Las capacidades de movimiento de una articulación dependiendo del número de restricciones que impone para el libre movimiento del eslabón en el espacio, es decir, dependiendo de la restricción que impone los grados de libertad (Marco P. (2014)). Para entender esta definición, véase la figura 2.1.

Por consiguiente, la cinemática directa de robots manipuladores se refiere al estudio analítico del movimiento del robot (sin tomar en cuenta las fuerzas que originan dicho movimiento) con respecto a un sistema de referencia cartesiano fijo $\Sigma(x,y,z)$ relacionando la dependencia que existe entre las coordenadas articulares o generalizadas $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$, sus parámetros geométricos y las coordenadas cartesianas $[x,y,z]^T \in \mathbb{R}^3$ y de orientación $[\alpha,\beta,\gamma]^T \in \mathbb{R}^3$ del extremo final del robot. Matemáticamente se tiene la siguiente definición [Reyes].

Matemáticamente, la cinemática directa puede expresarse como el producto de las matrices que representan cada uno de los eslabones, comenzando desde el primero hasta el actuador final (en el siguiente ejemplo se consideran n eslabones) :

$$\mathbf{T}_n^0 = \mathbf{T}_1^0 \cdot \mathbf{T}_2^1 \cdot \mathbf{T}_3^2 \cdot \mathbf{T}_4^3 \cdot \dots \cdot \mathbf{T}_n^{n-1}$$

2.1.4. Algoritmo de Denavit-Hartenberg para la obtención del modelo cinemático directo

donde \mathbf{T} representa una matriz homogénea con dimensiones 4×4 , que contiene la posición y orientación del sistema coordenado asignado al actuador final o *end-effector* con respecto del sistema coordenado base.

Para describir la relación que existe entre dos elementos contiguos se puede hacer uso de cualquier sistema de referencia ligado a cada elemento, la forma habitual que se suele utilizar en robótica es la representación de Denavit-Hartenberg (D-H). Denavit y Hartenberg propusieron en 1955 un método matricial que permite establecer de manera sistemática un sistema de coordenadas S_i ligado a cada eslabón i de una cadena articulada, pudiéndose determinar a continuación las ecuaciones cinemáticas de la cadena completa. Según la representación de D-H, escogiendo adecuadamente los sistemas de coordenadas asociados a cada eslabón, será posible pasar de uno al siguiente mediante 4 transformaciones básicas que dependen exclusivamente de las características geométricas del eslabón.

Estas transformaciones básicas consisten en una sucesión de rotaciones y traslaciones que permiten relacionar el sistema de referencia del elemento i con el sistema del elemento $i - 1$. Las transformaciones en cuestión son las siguientes (es importante recordar que el paso del sistema S_{i-1} al S_i mediante estas 4 transformaciones está garantizado sólo si los sistemas S_{i-1} y S_i han sido definidos de acuerdo a unas normas determinadas que se expondrán posteriormente) (Barrientos (1997)):

1. Rotación alrededor del eje z_{i-1} un ángulo θ_i .
2. Traslación a lo largo de z_{i-1} una distancia d_i ; vector $d_i(0, 0, d_i)$.
3. Traslación a lo largo de x_i una distancia a_i ; vector $a_i(0, 0, a_i)$.

4. Rotación alrededor del eje x_i un ángulo α_i

Dado que el producto de matrices no es conmutativo, las transformaciones se han de realizar en el orden indicado. De este modo se tiene que:

$$\mathbf{A}_i^{i-1} = \mathbf{T}(z, \theta_i) \mathbf{T}(0, 0, d_i) \mathbf{T}(a_i, 0, 0) \mathbf{T}(x, \alpha_i) \quad (2.1)$$

y realizando el producto entre matrices:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_i^{i-1} &= \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde $\theta_i, a_i, d_i, \alpha_i$ son los parámetros D-H del eslabón i . De este modo, basta con identificar los parámetros $\theta_i, a_i, d_i, \alpha_i$ para obtener las matrices \mathbf{A} y relacionar así todos y cada uno de los eslabones del robot [Barrientos].

Como se ha indicado, para que la matriz \mathbf{A}_i^{i-1} definida en (2.2) relacione los sistemas S_i y S_{i-1} , junto con la definición de los 4 parámetros de Denavit-Hartenberg, conforman el siguiente algoritmo para la resolución del problema cinemático directo [Barrientos]:

1. Numerar los eslabones comenzando con 1 (primer eslabón móvil de la cadena) y acabando con n (último eslabón móvil). Se numerará como eslabón 0 a la base fija del robot.
2. Numerar cada articulación comenzando por 1 (la correspondiente al primer grado de libertad) y acabando en n .
3. Localizar el eje de cada articulación. Si ésta es rotativa, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.
4. Para i de 0 a $n - 1$ situar el eje \mathbf{z}_i sobre el eje de la articulación $i + 1$.
5. Situar el origen del sistema de la base S_0 en cualquier punto del eje \mathbf{z}_0 . Los ejes \mathbf{x}_0 e \mathbf{y}_0 se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro con \mathbf{z}_0 .

6. Para i de 1 a $n - 1$, situar el sistema S_i (solidario al eslabón i) en la intersección del eje \mathbf{z}_i con la línea normal común a \mathbf{z}_{i-1} y \mathbf{z}_j . Si ambos ejes se cortasen se situaría S_i en el punto de corte. Si fuesen paralelos S_i se situaría en la articulación $i + 1$.
7. Situar \mathbf{x}_i en la línea normal común a \mathbf{z}_{i-1} y \mathbf{z}_i .
8. Situar \mathbf{y}_i de modo que forme un sistema dextrógiro con \mathbf{x}_i y \mathbf{z}_i .
9. Situar el sistema S_n en el extremo del robot de modo que \mathbf{z}_n coincida con la dirección de \mathbf{z}_{n-1} y \mathbf{x}_n sea a \mathbf{z}_{n-1} y \mathbf{z}_n .
10. Obtener θ_i como el ángulo que hay que girar en torno a \mathbf{z}_{i-1} para que el \mathbf{x}_i y \mathbf{x}_{i-1} queden paralelos.
11. Obtener d_i como la distancia, medida a lo largo de \mathbf{z}_{i-1} , que habría que desplazar S_{i-1} para que \mathbf{x}_i y \mathbf{x}_{i-1} quedasen alineados.
12. Obtener a_i como la distancia medida a lo largo de \mathbf{x}_{i-1} (que ahora coincidiría con \mathbf{x}_{i-1}) que habría que desplazar el nuevo S_{i-1} para que su origen coincidiese con S_i .
13. Obtener α_i como el ángulo que habría que girar entorno a \mathbf{x}_i (que ahora coincidiría con \mathbf{x}_{i-1}), para que el nuevo S_{i-1} coincidiese totalmente con S_i .
14. Obtener las matrices de transformación \mathbf{A}_i^{i-1} definidas en $\mathbf{T}_n^0 = \mathbf{T}_1^0 \cdot \mathbf{T}_2^1 \cdot \dots \cdot \mathbf{T}_n^{n-1}$.
15. Obtener la matriz de transformación que relaciona el sistema de la base con el del extremo del robot (2.2)
16. La matriz \mathbf{T} define la orientación (submatriz de rotación) y posición (submatriz de traslación) del extremo referido a la base en función de las n coordenadas articulares.

Los cuatro parámetros de D-H ($\theta_i, d_i, a_i, \alpha_i$) dependen únicamente de las características geométricas de cada eslabón y de las articulaciones que le unen con el anterior y siguiente. En concreto estos representan la figura 2.3:

θ_i Es el ángulo que forman los ejes \mathbf{x}_{i-1} y \mathbf{x}_i medido en un plano perpendicular al eje \mathbf{z}_{i-1} , utilizando la regla de la mano derecha. Se trata de un parámetro variable en articulaciones giratorias.

d_i Es la distancia a lo largo del eje \mathbf{z}_{i-1} desde el origen del sistema de coordenadas $(i - 1)$ -ésimo hasta la intersección del eje \mathbf{z}_{i-1} con el eje \mathbf{x}_i . Se trata de un parámetro variable en articulaciones prismáticas.

a_i Es la distancia a lo largo del eje \mathbf{x}_i que va desde la intersección del eje \mathbf{z}_{i-1} con el eje \mathbf{x}_i hasta el origen del sistema i -ésimo, en el caso de articulaciones giratorias. En el caso de articulaciones prismáticas, se calcula como la

distancia más corta entre \mathbf{z}_{i-1} y \mathbf{z}_i .

α_i Es el ángulo de separación del eje \mathbf{z}_{i-1} y el eje \mathbf{z}_i , medido en un plano perpendicular al eje \mathbf{x}_i , utilizando la regla de la mano derecha.

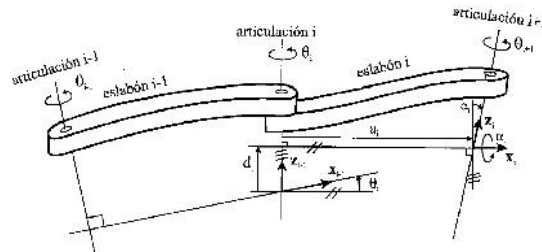


FIGURA 2.3: Representación de los parámetros D-H

Una vez obtenidos los parámetros **D-H**, el cálculo de las relaciones entre los eslabones consecutivos del robot es inmediato, ya que vienen dadas las matrices **A**, que se calculan según la expresión general (2.2). Las relaciones entre eslabones no consecutivos vienen dadas por las matrices **T** que, como ya se comentó anteriormente, se obtiene como el producto de un conjunto de matrices **A**.

2.2. Modelo dinámico de la estructura mecánica de un robot rígido

En esta etapa se procede a determinar la regla matemática que vincula las variables de entrada y salida del sistema. Generalmente, dicha caracterización matemática se manifiesta por medio de ecuaciones diferenciales. El modelo matemático del sistema a controlar se obtiene tradicionalmente por una de las dos técnicas siguientes:

- *Analítica.* Este procedimiento se basa en las ecuaciones de la física que rigen el comportamiento del sistema. Esta metodología puede proporcionar un modelo matemático preciso a condición de dominar las leyes de la física que están involucradas en el sistema.
- *Experimental.* Este procedimiento requiere una serie de datos experimentales del sistema. Frecuentemente se trata de examinar el comportamiento del sistema ante entradas específicas. El modelo obtenido a partir de este procedimiento es, en general, más impreciso que el conseguido a partir del método analítico. No obstante, su principal ventaja radica en la facilidad y el corto espacio de tiempo requerido para disponer del modelo.

En algunas ocasiones, en esta etapa se procede a una simplificación del modelo del sistema que desea controlarse con miras a obtener posteriormente un sistema de control relativamente sencillo. Esta etapa puede, no obstante, tener la desventaja de dar como resultado un sistema de control que



FIGURA 2.4: Metodología de diseño de sistemas de control

funcione inadecuadamente, fenómeno conocido como *falta de robustez*.

El modelo dinámico de robots manipuladores se realiza tradicionalmente de forma analítica, esto es, a partir de leyes de la física. Debido a la naturaleza mecánica de los robots manipuladores, las leyes de la física involucradas son simplemente las leyes de la mecánica. La metodología de diseño de los sistemas de control puede resumirse a través de los siguientes pasos:



FIGURA 2.5: Diagrama de bloques

Desde el punto de vista de los sistemas dinámicos, un robot manipulador de n g.d.l. puede ser considerado como un sistema no lineal multivariable, teniendo n entradas (los pares y fuerzas τ que son aplicados en las articulaciones por medio de accionadores electromecánicos, hidráulicos o neumáticos) y $2n$ variables de estado, normalmente asociadas a las n posiciones q y n velocidades \dot{q} de las articulaciones. En la siguiente figura se muestra el diagrama a bloques correspondiente suponiendo que las variables de estado corresponden también a las salidas.

2.2.1. Ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange

Las ecuaciones dinámicas de un robot manipulador pueden obtenerse a partir de las ecuaciones de movimiento de Newton. El inconveniente que presenta este método es que el análisis se complica considerablemente cuando se incrementa el número de articulaciones del sistema robótico. Para este tipo de casos, es preferible emplear las ecuaciones de movimiento de Lagrange. Estas reciben el nombre de Lagrange debido a que fue el primero que las dio a

conocer en 1778 (Kelly R. (2003)).

El robot manipulator CRS Catalyst-5, que se muestra en la figura 1.4, es un robot de 5 grados de libertad. Cuenta con cinco articulaciones actuadas por motores y cinco sensores (encoders) que miden la posición angular. Los parámetros físicos del robot CRS Catalyst-5 se muestran en la tabla 2.1. El modelo dinámico del robot CRS Catalyst-5 se deduce a través de las ecuaciones de movimiento de Lagrange.

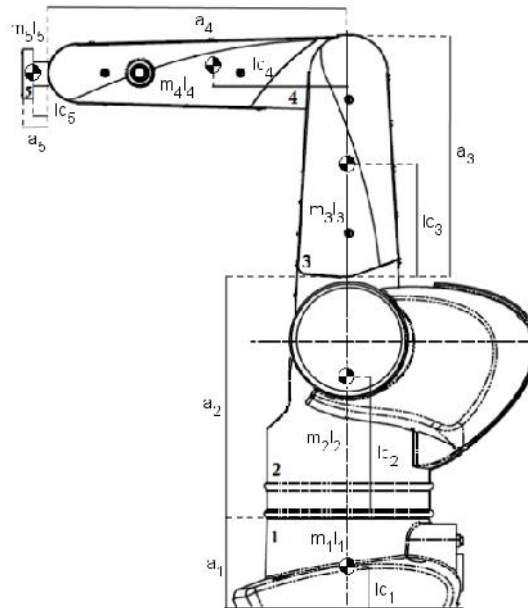


FIGURA 2.6: Robot arm 5 g.d.l.

Los parámetros físicos del robot se muestran en la tabla 2.1.

TABLA 2.1: Parámetros físicos de CRS Catalyst-5

Articulación	Descripción	Notación	Valor	Unidad
1	Masa eslabón 1	m_1	5.47	Kg
	Longitud del eslabón 1	l_1	0.254	m
	Longitud del eje al centro de masa 1	l_{c1}	0.127	m
	Inercia eslabón 1	I_1	0.08822	Kg m ²
2	Masa eslabón 2	m_2	2.09	Kg
	Longitud del eslabón 2	l_2	0.254	m
	Longitud del eje al centro de masa 2	l_{c2}	0.127	m
3	Masa eslabón 3	m_3	1.36	Kg
	Longitud del eslabón 3	l_3	0.254	m
	Longitud del eje al centro de masa 3	l_{c3}	0.127	m
4	Masa eslabón 4	m_4	0.0060	Kg
	Longitud del eslabón 4	l_4	0.0508	m
	Longitud del eje al centro de masa 4	l_{c4}	0.0254	m
	Inercia eslabón 4	I_4	0.00000387	Kg m ²
5	Masa eslabón 5	m_5	0.0156	Kg
	Longitud del eslabón 5	l_5	0.01	m
	Longitud del eje al centro de masa 5	l_{c5}	0.005	m
	Inercia eslabón 5	I_5	0.00000039	Kg m ²

El vector de posición de las articulaciones esta definido como $q = [q_1 \ \dots \ q_5]^T$, el vector de velocidad como $\dot{q} = [\dot{q} \ \dots \ \dot{q}_5]^T$.

2.2.2. Obtención del modelo dinámico mediante la formulación de Euler-Lagrange

La energía cinética $K(q, \dot{q})$ asociada con las masas m_1, \dots, m_5 , para este brazo robótico se puede descomponer en la suma de todas sus partes: $K(q, \dot{q}) = K_1(q, \dot{q}) + \dots + K_5(q, \dot{q})$. Análogamente, la energía potencial $U(q, \dot{q})$ asociada con las masas m_1, \dots, m_5 descompuesto en la suma de todas sus partes: $U(q, \dot{q}) = U_1(q, \dot{q}) + \dots + U_5(q, \dot{q})$. La energía total \mathcal{E} es la suma de la energía cinética \mathcal{K} y la energía potencial \mathcal{U} .

$$\mathcal{E}(q, \dot{q}) = \mathcal{K}(q, \dot{q}) + \mathcal{U}(q)$$

El Lagrangiano \mathcal{L} para un robot manipulador de n eslabones es la diferencia entre su energía cinética \mathcal{K} y su energía potencial \mathcal{U} :

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) = \mathcal{K}(q, \dot{q}) - \mathcal{U}(q) \quad (2.3)$$

La ecuación de movimiento de Lagrange para el robot manipulador es la siguiente:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q_i} = \tau_i, \quad i = 1, \dots, 5 \quad (2.4)$$

donde τ_i es la fuerza aplicada en cada junta.

2.2.3. Modelo dinámico en variables de estado

El modelo dinámico de un robot manipulador de n grados de libertad está dado por la ecuación (2.5), que en su forma compacta y generalmente utilizada en el área de robótica está descrita como:

La dinámica de la serie n -eslabones esta descrito en (2.5).

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (2.5)$$

Donde $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matrix de inercia, simetrica y positiva definida para el robot manipulador. , $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ es el vector de torques centrípetos y de Coriolis, $g(q) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ es el vector de torques gravitacionales, $\tau \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ es el vector de torque aplicado de entrada, $q \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ es el vector de desplazamiento de las articulaciones, $\dot{q} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ es el vector de velocidad de las articulaciones. La ecuación 2.5 la puede encontrar de forma extendida en el apéndice A.

El 2-dimensional vector de estado x esta definido como:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

entonces, el sistema no lineal (2.5) el vector esta descrito en terminos de estados $\begin{bmatrix} x_1^T & x_2^T \end{bmatrix}^T$:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M^{-1}(x_1)[\tau(t) - C(x_1, x_2)x_2 - g(x_1)] \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Conclusión

Finalmente se presentó la metodología que se utiliza para modelar matemáticamente los robots manipuladores, que es necesaria para su validación en Matlab/Simulink. Cabe mencionar que esto sólo es una aproximación a la planta real, y que no están consideradas las incertidumbres paramétricas, aunque esto no es un impedimento para la simulación e implementación del controlador propuesto, ya que este no necesita el modelo dinámico, sino los estados.

Capítulo 3

Control por Modos deslizantes

En este capítulo se presentan las ideas básicas y fundamentos del control por modos deslizantes, se especifica que se trata sobre el control por modo deslizante de primer orden el cual introduce a continuación de manera breve particularizando la descripción y sentando las bases para presentar en detalle los algoritmos que ayudaran a diseñar el controlador. El SMC es un método de control no lineal que altera la dinámica de un sistema, aplicando señales de control discontinuas que forzan al sistema a moverse a una superficie, en la cual el sistema puede ser llevado a un punto de operación deseado.

3.1. Antecedentes

El desarrollo de estas nuevas ideas se comenzó a desarrollar en la Unión Soviética en la década de los 60s. Las técnicas de SMC han sido empleadas en diversos sistemas, por las ventajas desde el punto de vista de robustez que presenta en su aplicación para el control de sistemas no lineales, variantes en el tiempo y sistemas con incertidumbre.

La idea de CMD se basa en la introducción de una función de diseño personalizado, llamada variable deslizante. Tan pronto como la variable de deslizamiento se hace igual a cero, se define la superficie de deslizamiento. La idea del SMC es dirigir la trayectoria del sistema a la superficie de deslizamiento y luego mantenerla ahí por medio del control, aprovechando así las principales características del modo deslizante: su insensibilidad a las perturbaciones externas, máxima precisión, y la convergencia en tiempo finito de las variables deslizantes a cero.

Se ha utilizado en varias aplicaciones con máquinas eléctricas para controlar tanto velocidad angular como torque, en donde se han encontrado resultados satisfactorios debido al aseguramiento de robustez que proporciona ésta técnica. La robustez es un requerimiento práctico muy importante en el desempeño de los sistemas de control en SM. Generalmente, la robustez de un sistema de control en una maquina eléctrica es caracterizado por estabilidad asintótica y rápida respuesta a la referencia de entrada independiente de algún cambio en los parámetros de la planta.

3.2. Fundamentos de Modos Deslizantes

La metodología de diseño de un controlador por modos deslizantes, se realiza en dos pasos: inicialmente, se escoge una superficie de conmutación que provea asintóticamente la dinámica deseada en régimen deslizante y, posteriormente, se diseña el circuito de control para lograr llevar el estado del sistema a una superficie denominada superficie de deslizamiento y una vez en ella mantenerlo ante posibles perturbaciones externas. Existen múltiples propuestas para determinar la superficie de deslizamiento y en general puede ser cualquier función del estado x tal que el error de regulación o seguimiento se haga cero en régimen permanente. Por simplicidad consideraremos lo siguiente:

$$\sigma = x_i - k = 0; \quad (3.1)$$

con x_i una de las variables de estado del sistema y k una constante de tipo real, tal que en régimen permanente x_i llegue a ser el valor deseado k .

El control por modos deslizantes se caracteriza por dos comportamientos en lazo cerrado que se denominan modos

- Modo de alcance: El sistema se encuentra en este modo cuando se aplica una ley de control, denominada ley de alcanzabilidad, para forzar el alcance de la superficie deslizante.
- Modo de deslizamiento: es el comportamiento en el que la trayectoria del estado se desliza sobre la superficie y converge a un estado estable incluido en dicha superficie, véase la Figura 3.1.

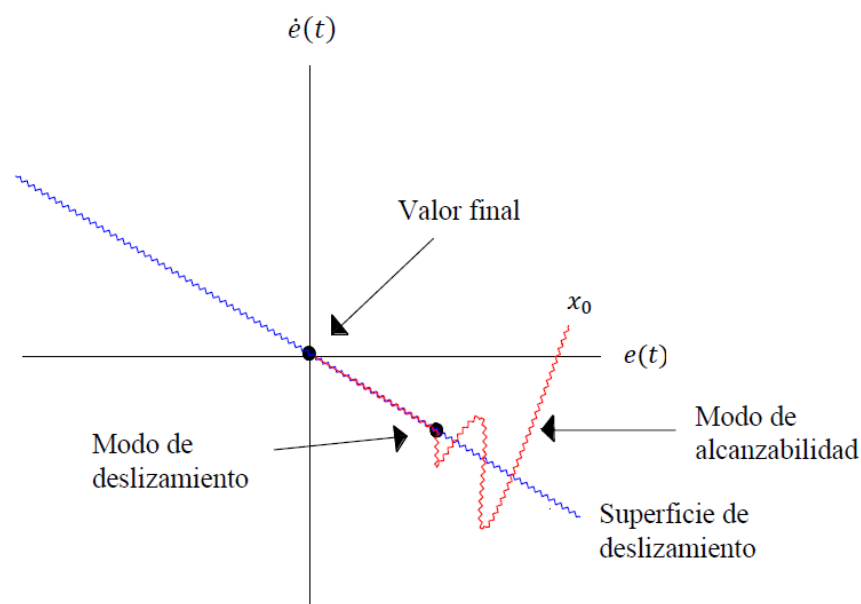


FIGURA 3.1: Representación del modo deslizante

En la figura 3.1 podemos observar que el sistema tiene una descripción, cuando la dinámica del sistema se encuentra por encima de la superficie de deslizamiento ($\sigma(x) > 0$), la cual se encuentra denotada como x_0 y otra para cuando se encuentra por debajo de la región de deslizamiento ($\sigma(x) < 0$).

Este tipo de control presenta dos ventajas principales:

1. Se puede obtener el comportamiento dinámico deseado del sistema en lazo cerrado con la elección de la ley de conmutación.
2. El sistema se vuelve insensible a las perturbaciones, incertidumbres paramétricas, debido a que la dinámica del sistema queda impuesta por la ley de conmutación y no por el sistema.

Si la trayectoria evoluciona sobre la superficie de deslizamiento se puede decir que el sistema se encuentra en SM. Cuando se encuentra en SM un sistema puede tener cualquier comportamiento dinámico como tender hacia un punto de equilibrio asintóticamente estable dentro de la superficie de deslizamiento o seguir una trayectoria de amplitud creciente que lo lleve a abandonar la región de deslizamiento.

Todos los trabajos de estudiar la estabilidad con control por modos deslizantes (SMC) usan el teorema de Lyapunov para asegurar el tipo de estabilidad del SMC con el modo deslizante (SM) del sistema.

3.2.1. Solución de Filippov

Considerando inicialmente el caso donde el sistema tiene una única entrada y $\sigma \in \mathbb{R}^n \rightarrow \in \mathbb{R}$. Suponga que x_0 es un punto de discontinuidad en σ y se define $f^c(x_0)$ y $f_+^c(x_0)$ como los límites de $f^c(x)$ como el punto x_0 está abordado desde el lado opuesto de una tangente a σ a x_0 (Edwards (2010)). La solución propuesta por Filippov está dada por

$$\dot{x}(t) = (1 - \alpha)f_-^c(x) + \alpha f_+^c(x) \quad (3.2)$$

donde el escalar $0 < \alpha < 1$.

El escalar α se elige de manera que

$$f_a^c := (2 - \alpha)f_-^c + \alpha f_+^c$$

es tangencial para σ , véase en la figura 3.2

Apunte 2.1. De la discusión anterior, está claro que la solución de Filippov es una solución media de los dos vectores de "velocidad" en el punto x_0 .

La Ec. (3.2) puede pensarse como una ecuación diferencial cuyo lado derecho se define como el conjunto convexo

$$F(x) = \left\{ (1 - \alpha)f_-^c + \alpha f_+^c : \forall \alpha \in [0 \ 1] \right\}$$

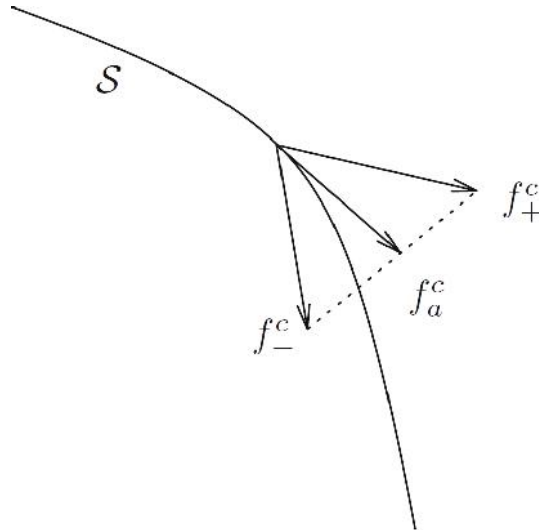


FIGURA 3.2: Esquema de la construcción de Filippov

y por lo tanto

$$\dot{x}(t) \in F(x)$$

Los valores de α garantizan $\dot{t} = 0$ puede ser calculado explícitamente de la Ec. (3.2). Para simplificar, supongamos $\sigma = Sx$ donde $S^t \in \mathbb{R}^n$. Entonces explícitamente

$$\dot{\sigma} = S\dot{x} = (1 - \alpha)Sf_-^c + \alpha Sf_+^c$$

En orden para mantener $\sigma = 0$, el escalar α debe satisfacer

$$(1 - \alpha)Sf_-^c + \alpha Sf_+^c = 0$$

y consecuentemente

$$\alpha = \frac{Sf_-^c}{Sf_-^c - Sf_+^c}$$

para que

$$\dot{x}(t) = \frac{Sf_-^c Sf_+^c - Sf_+^c Sf_-^c}{Sf_-^c - Sf_+^c}$$

3.2.2. Concepto de Control Equivalente

Una forma de llevar a cabo este análisis es mediante el llamado método de *control equivalente* atribuido a Utkin. Esto define el control equivalente como la acción de control necesario para mantener un movimiento de deslizamiento ideal en S . La idea es aprovechar el hecho de que en los modos de deslizamiento convencionales tanto $\sigma = \dot{\sigma} = 0$. La restricción de la derivada de σ se puede escribir como

$$\dot{\sigma} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} f(x, u, d) = 0$$

Esto representa una ecuación algebraica en x , u , y d , y por definición, el equivalente señal de control $u_{eq}(t)$, que es la función de control continuo necesaria para mantener deslizante (Edwards (2010)), es la solución para

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} f(x, u_{eq}, d) = 0 \quad (3.3)$$

Por ejemplo, considere el sistema afín

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + d \quad (3.4)$$

La estructura específica que se ha impuesto aquí asegura que para un determinado x la entrada de control aparece linealmente. En consecuencia, la Ecuación (3.3) se simplifica a

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} f(x) + g(x)u_{eq} + \frac{\partial \sigma}{\partial x} d = 0 \quad (3.5)$$

y así, siempre y cuando $\frac{\partial \sigma}{\partial x} g(x)$ es no singular. de la Ec. (3.3)

$$U_{eq} = - \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} g(x) \right)^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x} f(x) - \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} g(x) \right)^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x} d \quad (3.6)$$

La respuesta de ciclo cerrado se obtiene sustituyendo la expresión de la Ecuación (3.6) por la siguiente (3.4) para producir

$$\dot{x} = \left(I - g(x) \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} g(x) \right)^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) f(x) + \left(I - \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} g(x) \right)^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) d$$

3.3. Estabilidad mediante el teorema de Lyapunov

La teoría de estabilidad es fundamental en el estudio de sistemas no lineales. En diversos tipos de sistemas dinámicos existen diferentes tipos de problemas de estabilidad.

La estabilidad de puntos de equilibrio generalmente se caracteriza en el sentido de Lyapunov, quien fue un matemático ruso que estableció las bases de la teoría que hoy lleva su nombre.

Un punto de equilibrio se dice que es estable si todas las soluciones que se inicien en las cercanías del punto de equilibrio permanecen cercanas al punto de equilibrio, de lo contrario sería inestable. Un punto de equilibrio se dice asintóticamente estable si todas las soluciones que se inicien en las cercanías del punto de equilibrio no sólo permanecen en las cercanías del punto de equilibrio, sino que además tienden hacia el equilibrio a medida que el

tiempo se aproxima a infinito.

Consideremos el sistema estacionario

$$\dot{x} = f(x) \quad (3.7)$$

donde $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ es un mapa localmente Lipschitz desde un dominio $D \subset \mathbb{R}^n$. Supongamos que $\bar{x} \in D$ es un PE Ec. (3.7), es decir $f\bar{x} = 0$. Vamos a caracterizar y estudiar la estabilidad de \bar{x} .

Definición. El PE $x = 0$ de Ec.(3.7) es

- *Estable*, si para cada $\epsilon > 0$ existe $\delta = \delta(\epsilon)$ tal que $\|x(0)\| < \delta \rightarrow \|x(t)\| < \epsilon, \quad \forall t \geq 0$
- *Inestable* si no es estable
- *Asintóticamente estable* si es estable y δ puede elegirse tal que $\|x(0)\| < \delta \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$

3.3.1. Teorema de Lyapunov

Sea el origen $x = 0$ un PE de Ec.(3.7), y sea $D \subseteq \mathbb{R}^n$ un dominio que contiene el origen. Sea $V : D \rightarrow \mathbb{R}$ una función continuamente diferenciable tal que

$$V(0) = 0 \quad y \quad V(x) > 0 \text{ en } D - 0 \quad (3.8)$$

$$\dot{V}(x) \leq 0 \text{ en } D \quad (3.9)$$

entonces $x = 0$ es *estable*. Más aún, si

$$\dot{V}(x) < 0 \text{ en } D - 0 \quad (3.10)$$

entonces $x = 0$ es *asintóticamente estable*.

Demostración. Dado $\epsilon > 0$ elijamos $r \in (0, \epsilon]$ tal que

$$B_r = \{x \in \mathbb{R}^n \mid |x| \leq r\} \subset D$$

Sea $\alpha = \min_{|x|=r} V(x)$. Entonces $\alpha > 0$ por la Ec. (3.8). Tienenis $\beta \in (0, \alpha)$ y sea

$$\Omega_\beta = \{x \in B_r \mid V(x) \leq \beta\}$$

Entonces Ω_β está en el interior de B_r ; véase en la figura 3.3. El conjunto Ω_β tiene la propiedad de que toda trayectoria que comienza en Ω_β en $t = 0$ permanece en Ω_β para todo $t \geq 0$.

$$\dot{V}(x(t)) \leq 0 \rightarrow V(x(t)) \leq V(x(0)) \leq \beta, \quad \forall t \geq 0$$

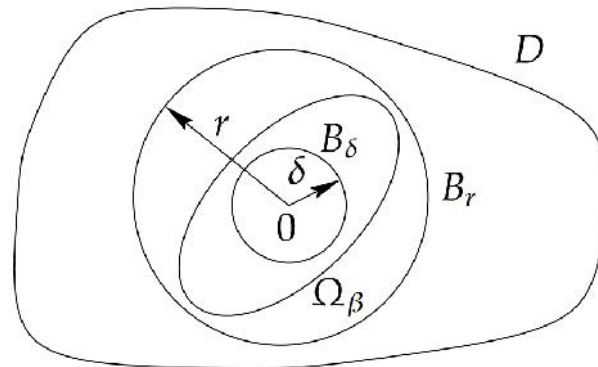


FIGURA 3.3: Representación geométrica de los conjuntos en la prueba del teorema de Lyapunov

Como Ω_B es un conjunto compacto (cerrado por definición y acotado porque está contenido en B_r), tiene una solución única definida para todo $t \geq 0$ cuando $x(0)$. Como V es continua y $V(0) = 0$, existe $\delta > 0$ tal que

$$\|x\| \leq \delta \rightarrow V(x) < \beta$$

entonces

$$B_\delta \subset \Omega_B \subset B_r$$

y

$$x(0) \in B_\delta \rightarrow x(0) \in \Omega_B \rightarrow x(t) \in \Omega_B \rightarrow x(B_r), \quad \forall t \geq 0$$

Por lo tanto

$$\|x(0)\| < \delta \rightarrow \|x(t)\| < r \leq \epsilon, \quad \forall t \geq 0$$

Lo que muestra que el PE en $x = 0$ es estable.

Teorema 3.1 (Teorema básico de Lyapunov) Sea $V(x, t)$ una función no negativa con derivada \dot{V} a lo largo de las trayectorias del sistema.

1. Si $V(x, t)$ es localmente positiva definida y $\dot{V}(x, t) \leq 0$ localmente en x , y para todo t , entonces el origen del sistema es localmente estable (en el sentido de Lyapunov).
2. Si $V(x, t)$ es localmente positiva definida y decreciente, y $\dot{V}(x, t) \leq 0$ localmente en x , y para todo t , entonces el origen del sistema es uniformemente localmente estable (en el sentido de Lyapunov).

3. Si $V(x, t)$ es localmente definido positivo y decreciente, y $-\dot{V}(x, t)$ es definida localmente positiva, entonces el origen del sistema es uniformemente localmente asintóticamente estable.
4. Si $V(x, t)$ es positivo definido y decreciente, y $-\dot{V}(x, t)$ es positivo definido, entonces el origen del sistema es globalmente uniformemente asintóticamente estable.

Una función $V(x, t)$ que cumple con las condiciones impuestas en el método directo de Lyapunov, se denomina función de Lyapunov. Este método es una herramienta de análisis muy poderosa. Sin embargo, presenta dos desventajas. La primera es que no hay un método sistemático para hallar una función de Lyapunov por lo tanto hay que proponer una función candidata de Lyapunov y probar si la misma cumple con los requisitos de estabilidad. La segunda es que el teorema sólo brinda condiciones suficientes por lo tanto el hecho de no encontrar una función candidata a Lyapunov que satisfaga las condiciones de estabilidad o de estabilidad asintótica no significa que el origen es inestable o asintóticamente estable.

3.4. Diseño del Sliding Mode Control

Considere el sistema (2.7) el cual se requiere compensar através de una ley de control por Modos Deslizantes, para ello primero se propone una superficie de deslizamiento adecuada (Shtessel (2010)),

$$\sigma = \sigma(x_1, x_2) = x_2 + cx_1, \quad c > 0 \quad (3.11)$$

Para que los estados del sistema puedan alcanzar convergencia asintótica en cero en presencia de una perturbación acotada $f(x_1, x_2, t)$, se tiene que forzar σ a cero en tiempo finito por medio de una acción de control u . Este problema se puede resolver aplicando la teoría de Lyapunov, para la dinámica de σ a partir de las ecuaciones (2.7) y (3.11):

$$\dot{\sigma} = cx_2 + f(x_1, x_2, t) + u, \quad \sigma(0) = \sigma_0 \quad (3.12)$$

Para (3.12) se propone la siguiente función de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2}\sigma^2 \quad (3.13)$$

Para obtener la estabilidad asintótica para un punto de equilibrio debe satisfacer las siguientes condiciones:

a) $\dot{V} < 0, \text{ for } \sigma \neq 0$

b) $\lim_{|\sigma| \rightarrow \infty} V = \infty$

La condición (b) es satisfecha por (3.13). Para que la variable de deslizamiento σ alcance la convergencia en tiempo finito, la condición (a) se transforma en:

$$\dot{V} \leq -\alpha V^{1/2}, \quad \alpha > 0 \quad (3.14)$$

Si (3.14) es integrada sobre $0 \leq t_R \leq t$, se obtiene

$$V^{1/2}(t) \leq -\frac{1}{2}\alpha t + V^{1/2}(0)$$

Si $V(t)$ alcanza la estabilidad en tiempo finito entonces t_R está acotada por

$$t_R \leq \frac{2V^{1/2}(0)}{\alpha}$$

La derivada de V , se calcula como

$$V = \sigma\dot{\sigma} = \sigma(cx_2 + f(x_1, x_2, t) + u)$$

proponiendo $u = -cx_2 + v$, se obtiene la condición

$$\dot{V} = \sigma f(x_1, x_2, t) + v\sigma$$

donde $v = -\rho \text{sign}(\sigma)$, y

$$\text{sign}(x) \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0 \\ -1 & \text{if } x < 0 \\ \in [-1, 1] & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

entonces se tiene

$$\dot{V} \leq |s|L - |s|K = -|s|(K - L)$$

$$\dot{V} \leq -\frac{\alpha}{\sqrt{2}}|s|, \alpha > 0$$

$$\dot{V} \leq -|s|(K - L) = -\frac{\alpha}{\sqrt{2}}|s|$$

$$K = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}|s|$$

Por lo tanto, la ley de control que estabiliza al sistema en tiempo finito es

$$u = -cx_2 - \rho \text{sign}(\sigma)$$

3.4.1. Variable de deslizamiento

Primero, se introduce la compensación deseada para la dinámica del sistema (2.5), para esto, se selecciona (3.15) como una ecuación homogénea lineal

invariante en el tiempo (Shtessel Y,(2010)):

$$c_i x_1 + x_2 = 0, \quad c > 0 \quad i = 1, \dots, 5 \quad (3.15)$$

Para compensar la dinámica, se introduce una nueva variable en el espacio de estado del sistema (2.5)

$$\sigma = \sigma(x_1, x_2) = cx_1 + x_2, \quad c > 0, \quad (3.16)$$

El principio del diseño del Control de Super-Twisting es forzar el error y la derivada del error al origen (Utkin (1999)) . Para el método de STC, se escoge la variable de deslizamiento como:

$$\sigma(e) = ce + \dot{e}, \quad c > 0 \quad (3.17)$$

El error y la derivada del error son definidas como:

$$\begin{aligned} e &= x_1^d - x_1 \\ \dot{e} &= x_2^d - x_2 \end{aligned}$$

Donde x_1^d y x_2^d son la posición deseada y la velocidad deseada, respectivamente.

De (3.17), la derivada de la dinámica del sistema (2.5) and (3.16) es:

$$\dot{\sigma} = c\dot{e} + \ddot{e}, \quad c > 0 \quad (3.18)$$

Donde \ddot{e} es el error de aceleración.

3.5. Super-Twisting

3.5.1. Fundamentos del algoritmo de Super-Twisting

El algoritmo de Super-Torsión es un algoritmo de 2-MD, fue específicamente diseñado para sistemas de grado relativo 1 con respecto a la variable de deslizamiento, esto se debe a que el propio algoritmo de control está compuesto por un estado integral, y para reducir el efecto del chattering. La acción de control está compuesta por dos términos, la primera se define a partir de su derivada (discontinua) mientras que el otro, que está presente en el modo de alcance, es una función de la variable de deslizamiento.

La forma en que las trayectorias del sistema controlado convergen al origen en el plano de deslizamiento $\dot{\sigma} - \sigma$ es realizando rodeos característicos alrededor del mismo. Con una correcta elección de parámetros, este algoritmo converge en tiempo finito luego de describir una trayectoria similar a la de una torsión.

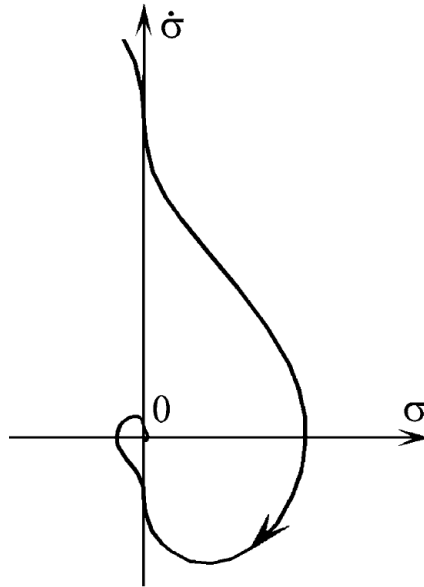


FIGURA 3.4: Trayectoria del Controlador de Super-Torsión

3.5.2. Diseño del Super-Twisting Control

En el diseño del controlador sliding mode convencional es diseñado para conducir la variable de deslizamiento a cero, a pesar de lo cual se obtiene la solución al problema de seguimiento de la salida. En muchos casos, el control de conmutación de alta frecuencia es impráctico, y el control continuo es necesario.

Para llevar la variable deslizante (3.16) a cero en tiempo finito probamos la opción siguiendo un control continuo:

$$u = c|\sigma|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma), \quad c > 0 \quad (3.19)$$

Asumiendo que el término de perturbación acumulativa $\phi(y, \dot{y}, t) = 0$ en la ecuación de la dinámica del sistema Ec.(3.18) llega a ser

$$\dot{\sigma} = -c|\sigma|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma), \quad \sigma(0) = \sigma_0 \quad (3.20)$$

Integrando Ec.(3.20) se obtiene

$$|\sigma(t)|^{\frac{1}{2}} - |\sigma_0|^{\frac{1}{2}} = -\frac{c}{2}t \quad (3.21)$$

Se desea identificar el instante de tiempo $t = t_r$ así que $\sigma(t_r) = 0$, esto está dado por

$$t_r = \frac{2}{c}|\sigma_0|^{\frac{1}{2}} \quad (3.22)$$

Así que el control en la Ec. (3.19) conduce la variable de deslizamiento a cero en un tiempo finito (3.22). Sin embargo, en el caso de $\phi(y, \dot{y}, t) \neq 0$, la

compensación de la dinámica es

$$\dot{\sigma} = \phi(y, \dot{y}, t) - c|\sigma|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma), \sigma(0) = \sigma_0 \quad (3.23)$$

y la convergencia a cero no ocurre.

Si pudiéramos añadir un término a la función de control (3.19) para que comience a seguir a la perturbación $\phi(y, \dot{y}, t) \neq 0$ en tiempo finito, entonces la perturbación será compensada completamente. Tan pronto como se cancele la perturbación, la dinámica de la variable deslizante coincidirá con la Ec. (3.20).

Asumiendo $|\dot{\phi}(y, \dot{y}, t)| \leq C$ el siguiente control

$$\begin{cases} u = c|\sigma|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma) + w \\ \dot{w} = b \text{sign}(\sigma) \end{cases} \quad (3.24)$$

hace que la dinámica compesada sea

$$\begin{cases} \dot{\sigma} + c|\sigma|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma) + w = \phi(y, \dot{y}, t) \\ \dot{w} = b \text{sign}(\sigma) \end{cases} \quad (3.25)$$

El control 3.24 satisface nuestras expectativas. y el termino w llega a ser igual a $\phi(y, \dot{y}, t)$ en un tiempo finito, y por lo tanto la Ec.(3.25) se convierte en Ec. (3.20). Consecuentemente $\sigma \rightarrow 0$ converge en tiempo finito.

El control de Super-Torsión exhibe las siguientes propiedades:

- El control de Super-Torsión (3.24) es un control de modos deslizantes de segundo orden, donde σ y $\dot{\sigma} \rightarrow 0$ en tiempo finito.
- El control de Super-Torsión (3.24) es continuo a que tanto $c|\sigma|^{\frac{1}{2}}$ y el término $w = b \int \text{sign}(\sigma) dt$ son continuos. Ahora, el termino de comutación de alta frecuencia $\text{sign}(\sigma)$ está "oculto" debajo de la integral.

Conclusión

Con base a las investigaciones que se han llevado acabo sobre los modos deslizantes, es bien sabido que el controlador de Super Torsión es eficiente y suficiente para estabilizar en tiempo finito la dinámica de una planta, mejorar la robustes de la planta, y este ha sido implementado en sistemas electromecánicos y no es difícil su implementación. La idea principal de este trabajo es diseñar el controlador para manipulador robótico 5-DOF CRS Catalyst-5 basado en STA. Este Robot tiene que tener por defecto un controlador PD,

mejorar el control del seguimiento de la trayectoria es la prioridad. El sistema robótico debe ser controlado conociendo sus principales características como su cinemática y dinámica. Para la realización de una tarea en particular, se usó MATLAB/Simulink para validar el modelo dinámico y simular el controlador propuesto. Se utilizaron los polinomios de enésima orden para ajustar el rastreo de trayectoria que denota el tiempo, velocidad y aceleración. Los resultados de la simulación del controlador de DP y STC se comparan para la estabilización de las articulaciones de Robot CRS Catalyst-5 para referencias constantes y planificadas trayectorias.

Capítulo 4

Formulación del problema

En el presente capítulo se presenta el robot manipulador CRS Catalyst-5, su arquitectura abierta y funcionamiento general, el método de control propuesto, su diseño, estudio y validación en Matlab/Simulink.

4.1. CRS Catalys-5

El robot manipulador CRS Catalyst-5T mostrado en la figura 4.1, es un robot articulado de 5 g.d.l. Tiene cinco articulaciones que son actuadas por cinco motores.



FIGURA 4.1: CRS Catalyst-5 perteneciente a la UNACAR

Existen diversos problemas de control para sistemas mecánicos que están basados en manipular la posición o localización de una masa. Un ejemplo típico es un brazo manipulador con n grados de libertad, estos sistemas son complejos y no lineales. La problemática común es modelar matemáticamente la dinámica del sistema, para esto hay diversas herramientas disponibles.

Asegurar la estabilidad de la posición es una tarea importante, pues los brazos manipuladores generalmente son usados en la industria para trabajos de alto riesgo. Debido a esto, no sólo se busca la estabilidad, sino también la robustez del sistema ante perturbaciones. En el presente trabajo se propone desarrollar un algoritmo de Control de Super-Twisting (STC) para mejorar el comportamiento del Robot Manipulador CRS Catalyst-5 de CRS Robotics Corporation.

4.1.1. Proceso de control del CRS Catalyst-5

Es sistema es alimentado con el controlador C500C que tiene toda la capacidad de hacer funcionar robots industriales. El controlador C500C contiene controladores convencionales de lazo cerrado tipo PID operando en cada motor. Para configurar el robot CRS en arquitectura abierta, se requiere el siguiente hardware (véase la fig. 4.2):

1. CRS Catalyst-5T Robot (véase fig. 4.1)
2. Servo Gripper (véase fig. 4.1)
3. C500C/Q8 Interface (véase fig. 4.2)
4. PC con el software QuaRC (véase fig. 4.2)
5. Tarjeta de adquisición de datos Quard Q8 (véase fig. 4.3)

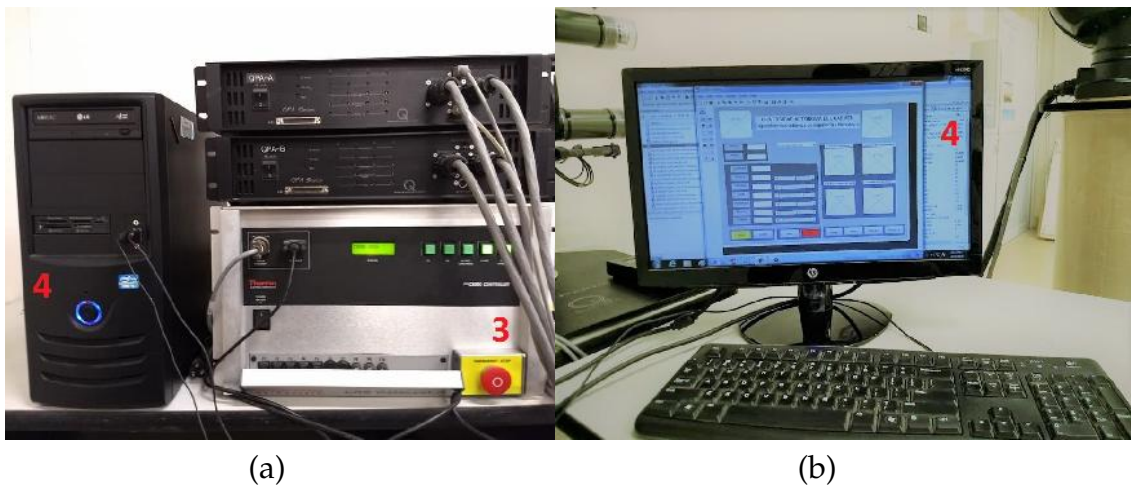


FIGURA 4.2: (a) PC y controlador c500, (b) Hardware de la PC

La tarjeta Quanser Q8 es una innovadora tarjeta de control con una amplia gama de entradas y salidas. Una gran variedad de dispositivos con sensores analógicos y digitales, así como codificadores de cuadratura, se conectan fácilmente al Quanser Q8. Esta solución de una sola placa es ideal para su uso en sistemas de control y aplicaciones de medición complejas. El software QuaRC contiene librerías, drivers, y herramientas para crear un entorno de



FIGURA 4.3: Tarjeta de adquisición de datos Q8

programación adecuado para controlar el robot Catalyst CRS-5.

El proceso de control se puede ilustrar en la figura (4.4). Su flujo consta de definir los comandos de posición angular deseada, en este paso los números constantes del valor de las posiciones deseadas en grados es convertido en radianes, las señales entran en radianes a los bloques de control para realizarse el cálculo, después de esto se envían a un convertidor digital analógico para su amplificación, entran a la planta (en este punto el robot se empieza a mover), los encoders mandan señales de regreso para la retroalimentación y es interpretada señales actuales de los motores.

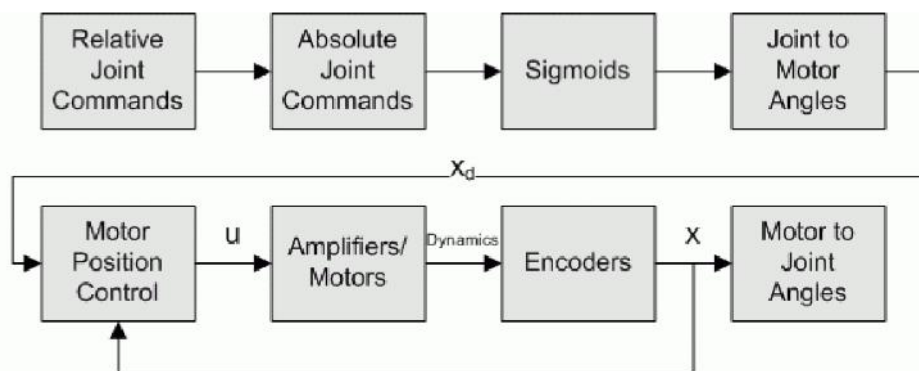


FIGURA 4.4: Proceso de control del robot CRS-Catalyst 5

4.1.2. Modelo Dinámico CRS-Catalyst 5 por medio de las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange

Para llevar a cabo las simulaciones en Matlab/Simulink es necesario tener el modelo matemático de la planta para poder denotarlo en bloques de funciones los cuales tendran múltiples entradas y múltiples salidas. Por

medio de esto, podemos obtener los estados del sistema, y otras variables que son necesarias para validar los controladores. A partir de las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange se presenta el modelo dinámico del robot manipulador CRS Catalyst-5, a continuación se muestra las matrices que comprende la Ec. (2.5).

4.2. Diseño de Sliding Mode Control

Para probar la estabilidad, primero, se debe obtener la derivada de la variable de deslizamiento (3.18) y sustituir el error de aceleración.

$$\begin{aligned}\dot{\sigma} &= c\dot{e} + \ddot{x}_2^d - x_2 \\ &= c\dot{e} + \ddot{x}_2^d - \left(M^{-1}(x_1) \left[\tau - C(x_1, x_2)x_2 - g(x_1) \right] \right)\end{aligned}\quad (4.1)$$

donde v es el algoritmo de Super-Twisting y está descrito como sigue (Levant(2010)):

$$\rho = -k \text{sing}(\sigma), \quad k > 0 \quad (4.2)$$

donde

$$\text{sign}(x) \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0 \\ -1 & \text{if } x < 0 \\ \in [-1, 1] & \text{if } x = 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

Se propone la ley de control basado en el algoritmo de Super-Twisting como sigue:

$$\tau = M(x_1) \left[v + c\dot{e} + \ddot{x}_2^d \right] + C(x_1, x_2)x_2 + g(x_1) \quad (4.4)$$

4.2.1. Estudio de estabilidad del Sliding Mode Control

Para la dinámica σ (3.18) se selecciona una función candidata de Lyapunov (Levant (2010)).

$$V = \frac{1}{2} \sigma \sigma^T \quad (4.5)$$

Para obtener la estabilidad asintótica para un punto de equilibrio debe satisfacer las siguientes condiciones:

1. $\dot{V} < 0$, for $\sigma \neq 0$

2. $\lim_{|\sigma| \rightarrow \infty} V = \infty$

La derivada de (4.15) es calculada como:

$$\dot{V} = \sigma^T \dot{\sigma} \quad (4.6)$$

Sustituyendo (4.12) en (4.16)

$$= \sigma^T \left[c\dot{e} + \dot{x}_2^d - \left(M^{-1}(x_1) \left(\tau - C(x_1, x_2)x_2 - g(x_1) \right) \right) \right] \quad (4.7)$$

Sustituyendo la ley de control (4.14) en (4.17)

$$= \sigma^T \left[c\dot{e} + \dot{x}_2^d - \left(M^{-1}(x_1) \left(M(x_1) \left[v + c\dot{e} + \dot{x}_2^d \right] \right) \right) \right] \quad (4.8)$$

$$- C(x_1, x_2)x_2 - g(x_1) + C(x_1, x_2)x_2 + g(x_1) \right] \quad (4.9)$$

$$\leq \sigma \left[c\dot{e} + \dot{x}_2^d - v - c\dot{e} - \dot{x}_2^d \right] \quad (4.10)$$

$$\leq k \text{sign}(\sigma) \quad (4.11)$$

Por lo tanto

$$\dot{V} \leq 0$$

4.3. Diseño de Super-Twisting Control

Para probar la estabilidad, primero, se debe obtener la derivada de la variable de deslizamiento (3.18) y sustituir el error de aceleración.

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= c\dot{e} + \dot{x}_2^d - \dot{x}_2 \\ &= c\dot{e} + \dot{x}_2^d - \left(M^{-1}(x_1) \left[\tau - C(x_1, x_2)x_2 - g(x_1) \right] \right) \end{aligned} \quad (4.12)$$

donde v es el algoritmo de Super-Twisting y está descrito como sigue (Levant(2010)):

$$v = -\alpha |\sigma|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma) - \beta \int_0^t \text{sign}(\sigma) dz, \quad \alpha, \beta > 0 \quad (4.13)$$

Se propone la ley de control basado en el algoritmo de Super-Twisting como sigue:

$$\tau = M(x_1) \left[v + c\dot{e} + \dot{x}_2^d \right] + C(x_1, x_2)x_2 + g(x_1) \quad (4.14)$$

4.3.1. Estudio de estabilidad del Super-Twisting Control

Para la dinámica σ (3.18) se selecciona una función candidata de Lyapunov (Levant (2010)).

$$V = \frac{1}{2} \sigma \sigma^T \quad (4.15)$$

Para obtener la estabilidad asintótica para un punto de equilibrio debe satisfacer las siguientes condiciones:

1. $\dot{V} < 0$, for $\sigma \neq 0$
2. $\lim_{|\sigma| \rightarrow \infty} V = \infty$

La derivada de (4.15) es calculada como:

$$\dot{V} = \sigma^T \dot{\sigma} \quad (4.16)$$

Sustituyendo (4.12) en (4.16)

$$= \sigma^T \left[c\dot{e} + \dot{x}_2^d - \left(M^{-1}(x_1) \left(\tau - C(x_1, x_2)x_2 - g(x_1) \right) \right) \right] \quad (4.17)$$

Sustituyendo la ley de control (4.14) en (4.17)

$$= \sigma^T \left[c\dot{e} + \dot{x}_2^d - \left(M^{-1}(x_1) \left(M(x_1) \left[v + c\dot{e} + \dot{x}_2^d \right] \right. \right. \right. \quad (4.18)$$

$$\left. \left. - C(x_1, x_2)x_2 - g(x_1) + C(x_1, x_2)x_2 + g(x_1) \right) \right] \quad (4.19)$$

$$\leq \sigma \left[c\dot{e} + \dot{x}_2^d - v - c\dot{e} - \dot{x}_2^d \right] \quad (4.20)$$

$$\leq \alpha |\sigma|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma) + \beta \int_0^t \text{sign}(\sigma) dz \quad (4.21)$$

Por lo tanto

$$\dot{V} \leq 0$$

4.4. Diseño de trayectorias con polinomios

Para un sistema robótico, la definición de una trayectoria se realiza sobre la base de una colección de puntos que definen el viaje de debe recorrer el actuador final, o cualquier otro elemento del sistema, con el objetivo de cumplir una tarea.

El objetivo de planeación de trayectorias es precisamente la generación de una metodología compacta que permita definir no solo los puntos en la que la trayectoria, sino el tiempo en el que deberán ser efectivamente alcanzados y algunas características sobre la velocidad y la aceleración que el actuador final deberá cumplir en el momento de alcanzar cada punto.

Una de las soluciones más comunes para el diseño de trayectorias se soluciona con el uso de funciones polimoniales para definir la trayectoria de

cada articulación. La adopción de estas expresiones permite asegurar propiedades adecuadas en la generación de puntos y el cumplimiento de restricciones de frontera, como son velocidades de inicio o llegada y las aceleraciones iniciales o finales.

El método se basa en el postulado de que una trayectoria pueda ajustarse al trazo de una función polinomial de grado n , que permite generar la solución para un conjunto de n restricciones de frontera en el sistema.

Las funciones polinomiales que se consideran son dependientes del tiempo, y en general, cuentan con la estructura siguiente:

$$\theta(t) = c_0 + c_1t + c_2t^3 + \dots + c_{n,1}t^{n-1} + c_nt^n \quad (4.22)$$

Para el caso de una sola articulación, las condiciones tipo frontera de inicio son la posición inicial θ_i , en el tiempo t_i , así como la velocidad inicial nula (inicio desde el estado de reposo), que pueden expresarse como:

$$\begin{aligned} \theta_i(t_i) &= \theta_i \\ \dot{\theta}_i(t_i) &= 0 \end{aligned} \quad (4.23)$$

La segunda condición tipo frontera tiene que ver con los valores de llegada, es decir, el valor final θ_f que deben cumplirse en el tiempo t_f y la velocidad correspondiente al alcanzar dicho punto final. Ambas pueden expresarse como:

$$\theta_f(t_f) = \theta_f \quad (4.24)$$

$$\dot{\theta}_f(t_f) = 0 \quad (4.25)$$

4.4.1. Polinomios de quinto grado

Los polinomios de tercer grado no contemplan la definición de una condición de frontera para la aceleración, que termina calculándose directamente como la segunda derivada del polinomio de posición. La trayectoria derivada de un polinomio de tercer grado comúnmente genera valores considerables para la aceleración, y difícilmente puede asegurar una aceleración cero al inicio o al final de la trayectoria. Esta limitante condiciona seriamente la capacidad del generador de trayectorias basado en polinomios de tercer grado para asegurar una operación regulada en cuanto a la aceleración, y por lo tanto en cuanto a la fuerza al inicio y fin de la trayectoria.

Con el objetivo de superar estos inconvenientes, se debe considerar un par de condiciones de frontera adicionales para restringir el valor de la aceleración inicial y el valor para la aceleración final, elevando el número total de condiciones a seis con la inclusión de la condición de frontera para la aceleración.

Al incrementar el número de condiciones de frontera, es necesario recurrir a un polinomio de mayor grado que permita disponer de por lo menos

seis coeficientes y, por tanto, el manejo de seis condiciones de frontera.

La elección natural es la ecuación de un polinomio de quinto grado que requiere seis coeficientes, como se ilustra a continuación.

$$\theta(t) = c_0 + c_1t + c_2t^2 + c_3t^3 + c_4t^4 + c_5t^5 \quad (4.26)$$

La expresión para la velocidad puede obtenerse de forma simple como su primera derivada:

$$\dot{\theta}(t) = c_1 + 2c_2t + 3c_3t^2 + 4c_4t^3 + 5c_5t^4 \quad (4.27)$$

La aceleración se deriva de la ecuación para la velocidad como:

$$\ddot{\theta}(t) = 2c_2 + 6c_3t + 12c_4t^2 + 20c_5t^3 \quad (4.28)$$

Enumerando los polinomios para el tiempo inicial t_i y el tiempo final t_f , generándose las expresiones siguientes:

$$\theta(t_i) = c_0 + c_1t_i + c_2t_i^2 + c_3t_i^3 + c_4t_i^4 + c_5t_i^5 \quad (4.29)$$

$$\dot{\theta}(t_i) = c_1 + 2c_2t_i + 3c_3t_i^2 + 4c_4t_i^3 + 5c_5t_i^4 \quad (4.30)$$

$$\ddot{\theta}(t_i) = 2c_2 + 6c_3t_i + 12c_4t_i^2 + 20c_5t_i^3 \quad (4.31)$$

$$\theta(t_f) = c_0 + c_1t_f + c_2t_f^2 + c_3t_f^3 + c_4t_f^4 + c_5t_f^5 \quad (4.32)$$

$$\dot{\theta}(t_f) = c_1 + 2c_2t_f + 3c_3t_f^2 + 4c_4t_f^3 + 5c_5t_f^4 \quad (4.33)$$

$$\ddot{\theta}(t_f) = 2c_2 + 6c_3t_f + 12c_4t_f^2 + 20c_5t_f^3 \quad (4.34)$$

Suponiendo que el trazo de la trayectoria comienza en $t_i = 0$, sin perder generalidad en la demostración, las primeras tres expresiones puede simplificarse para obtener los valores de los coeficientes c_0 , c_1 y c_2 como sigue:

$$\begin{aligned} \theta(t_i) &= c_0 & \theta_i &= c_0 \\ \dot{\theta}(t_i) &= c_1 & \dot{\theta}_i &= c_1 \\ \ddot{\theta}(t_i) &= 2c_2 & \ddot{\theta}_i &= 2c_2 & c_2 &= \frac{1}{2}\ddot{\theta}_i \end{aligned} \quad (4.35)$$

Esta última expresión presenta una útil simplificación en la notación considerando $\theta(t_i) = \theta_i$, $\dot{\theta}(t_i) = \dot{\theta}_i$ y $\ddot{\theta}(t_i) = \ddot{\theta}_i$. En la figura 4.5 se representan las condiciones de frontera en un esquema hecho en Matlab/Simulink.

Las últimas tres expresiones para el tiempo t_f se modifican con la nueva notación (sustituyendo t_f con t) y los valores c_0 , c_1 y c_2 ;

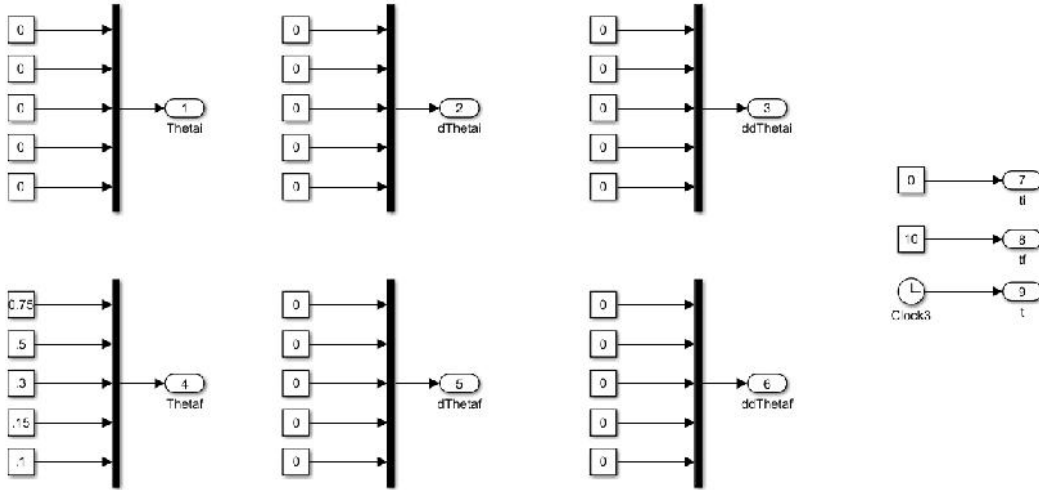


FIGURA 4.5: Condiciones de frontera

$$\begin{aligned}
 \theta_f &= \theta_i + \dot{\theta}_i t + c_2 t^2 + c_3 t^3 + c_4 t^4 + c_5 t^5 \\
 \dot{\theta}_f &= \dot{\theta}_i + 2 \left(\frac{1}{2} \ddot{\theta}_i \right) t + 3c_3 t^2 + 4c_4 t^3 + 5c_5 t^4 \\
 \ddot{\theta}_f &= 2 \left(\frac{1}{2} \ddot{\theta}_i \right) + 6c_3 t + 12c_4 t^2 + 20c_5 t^3
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

Esta sustitución da origen a tres expresiones que pueden considerarse como un sistema de ecuaciones simultaneas con tres coeficientes para ser determinados c_3 , c_4 y c_5 , tal y como se ilustra a continuación.

$$\begin{aligned}
 \theta_f &= \theta_i + \dot{\theta}_i t + c_2 t^2 + c_3 t^3 + c_4 t^4 + c_5 t^5 \\
 \dot{\theta}_f &= \dot{\theta}_i + \ddot{\theta}_i t + 3c_3 t^2 + 4c_4 t^3 + 5c_5 t^4 \\
 \ddot{\theta}_f &= \ddot{\theta}_i + 6c_3 t + 12c_4 t^2 + 20c_5 t^3
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

En la figura 4.6 se muestra un diagrama en Matlab/Simulink donde es representado en bloques el sistema de ecuaciones de orden mayor para determinar la posición deseada, velocidad deseada y aceleración deseada que son necesarias para la ley de control (4.14).

De forma compacta, el valor de cada uno de los coeficientes c_3 , c_4 y c_5 puede calcularse de la siguiente manera.

$$c_3 = \frac{1}{T^3} \left[10(\theta_f - \theta_i) - (4\dot{\theta}_f + 6\dot{\theta}_i)T - \left(\frac{3}{2}\ddot{\theta}_f - \frac{1}{2}\ddot{\theta}_i \right)T^2 \right] \tag{4.38}$$

$$c_4 = \frac{1}{T^4} \left[15(\theta_f + \theta_i) + (7\dot{\theta}_f + 8\dot{\theta}_i)T + \left(\frac{3}{2}\ddot{\theta}_f - \ddot{\theta}_i \right)T^2 \right] \tag{4.39}$$

$$c_5 = \frac{1}{T^5} \left[6(\theta_f + \theta_i) - 3(\dot{\theta}_f + \dot{\theta}_i)T - \left(\frac{1}{2}\ddot{\theta}_f - \frac{1}{2}\ddot{\theta}_i \right)T^2 \right] \tag{4.40}$$

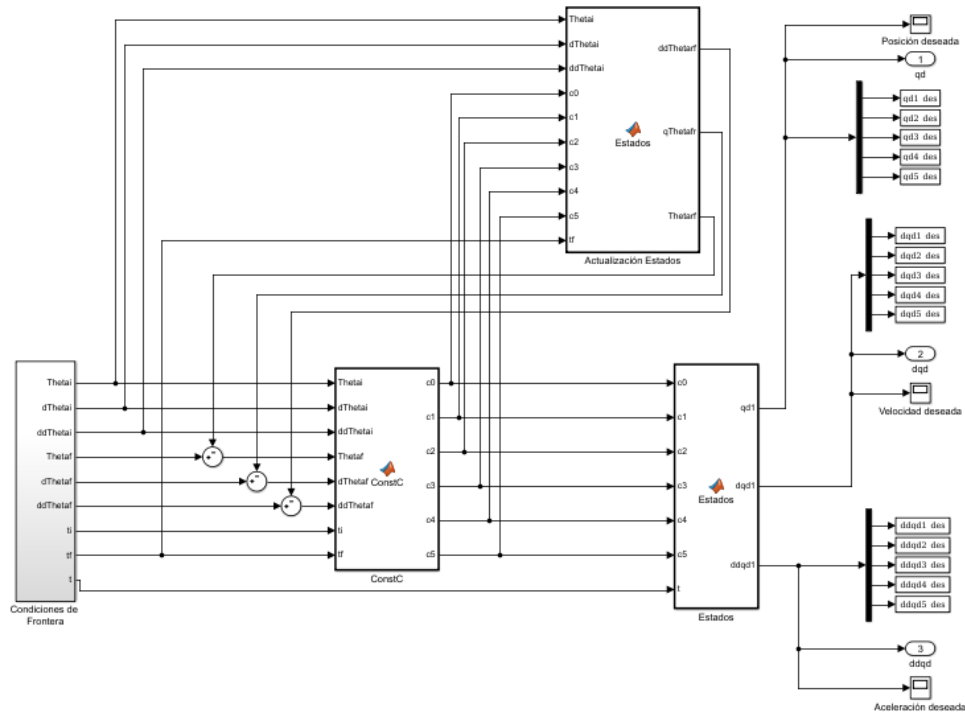


FIGURA 4.6: Esquema planeación de trayectorias

Donde la variable T representa la diferencia entre el tiempo final e inicial, $T = (t_f - t_i)$. Esta inclusión habilita el uso de estas expresiones para extender la generación de trayectorias a cualquier valor de tiempo y, por tanto, habilita la construcción de trayectorias mediante puntos vía cuyos trazos pueden comensar en cualquier instante de tiempo.

Conclusión

Con el estudio de estabilidad basado en el teorema de Lyapunov, se demuestra que la estabilidad de la planta está asegurada en tiempo finito. Las ganancias de la superficie de deslizamiento y del algoritmo de Super-Torsión son valores positivos. La generación de trayectoria es indispensable, ya que usando los polinomios de orden mayor, podemos determinar los valores deseados de los estados como la velocidad y la aceleración. Estos estados se usan en la ley de control propuesta.

Capítulo 5

Resultados de simulaciones y discusiones

En este capítulo se presentan las simulaciones en Matlab/Simulink, los esquemas de control de los controladores PD, SMC, y STC y sus resultados. De igual manera se trata la implementación en línea del robot manipulador CRS-Catalyst-5 usando Matlab/Simulink, sus esquemas de control y sus resultados experimentales. La representación virtual del robot se puede llevar a cabo por medio de bloques de funciones que contienen su modelo dinámico y parámetros físicos. Estas simulaciones muestran el rendimiento del controlador PD, SMC y del STC de manera independiente.

Las pruebas experimentales se llevaron a cabo en las instalaciones de la UNACAR, laboratorio de robótica. En la figura 5.1 se muestra el equipo completo de lazo cerrado para operar el robot manipulador CRS-Catalyst 5. El robot es operado de manera alámbrica desde una computadora de escritorio, que está conectada al amplificador c5000 por medio de una tarjeta Quarc.



FIGURA 5.1: Pruebas experimentales en el laboratorio.

5.1. Simulaciones

Las simulaciones de los controladores PD, SMC y STC fueron programadas para alcanzar referencias constantes para cada articulación, de igual manera para seguimiento de trayectorias deseadas. Las referencias constantes que se usaron son de 0.75rad para la articulación 1, 0.5rad para la articulación 2, 0.3rad para la articulación 3, 1.5rad para la articulación 4, y 1rad para la articulación 5.

A continuación se muestra los esquemas de control en Matlab/Simulink de las simulaciones, gráficas del rendimiento en cuanto alcance de referencia, seguimiento de trayectoria, error de posición y torque aplicado. Todo esto se lleva a cabo en simulaciones de 10 segundos, y las unidades de posición están dadas en radianes.

5.1.1. Controlador Proporcional Derivativo

La posición de cada motor en cada articulación del robot manipulador CRS-Catalyst es controlado con un sistema de retroalimentación de lazo cerrado proporcional derivativo. Este tipo de controlador se puede describir como sigue:

$$u = k_p(x_d(t) - x(t)) - k_d \left(\frac{d}{dt}x(t) \right) \quad (5.1)$$

donde k_p es la ganancia de control proporcional, k_d es la ganancia de control derivativo. La salida de control u es el voltaje de la salida analógica de los canales de Q8 de la tarjeta y es amplificada por el C500C.

Las ganancias del controlador están definidas de la siguiente manera:

Eslabón	Kp	Kd
1	171.9	5.73
2	171.9	5.73
3	171.9	5.73
4	171.9	5.73
5	171.9	0.688

TABLA 5.1: Ganancias del PDC

La posición está representada con la variable x , y la posición deseada por x_d . Las ganancias y la ley de control del robot (PD) fueron adquiridas del manual del mismo.

5.1.2. Esquema del controlador PD

En la figura 5.2 se muestra el esquema de control en Matlab/Simulink del PDC en diagrama a bloques.

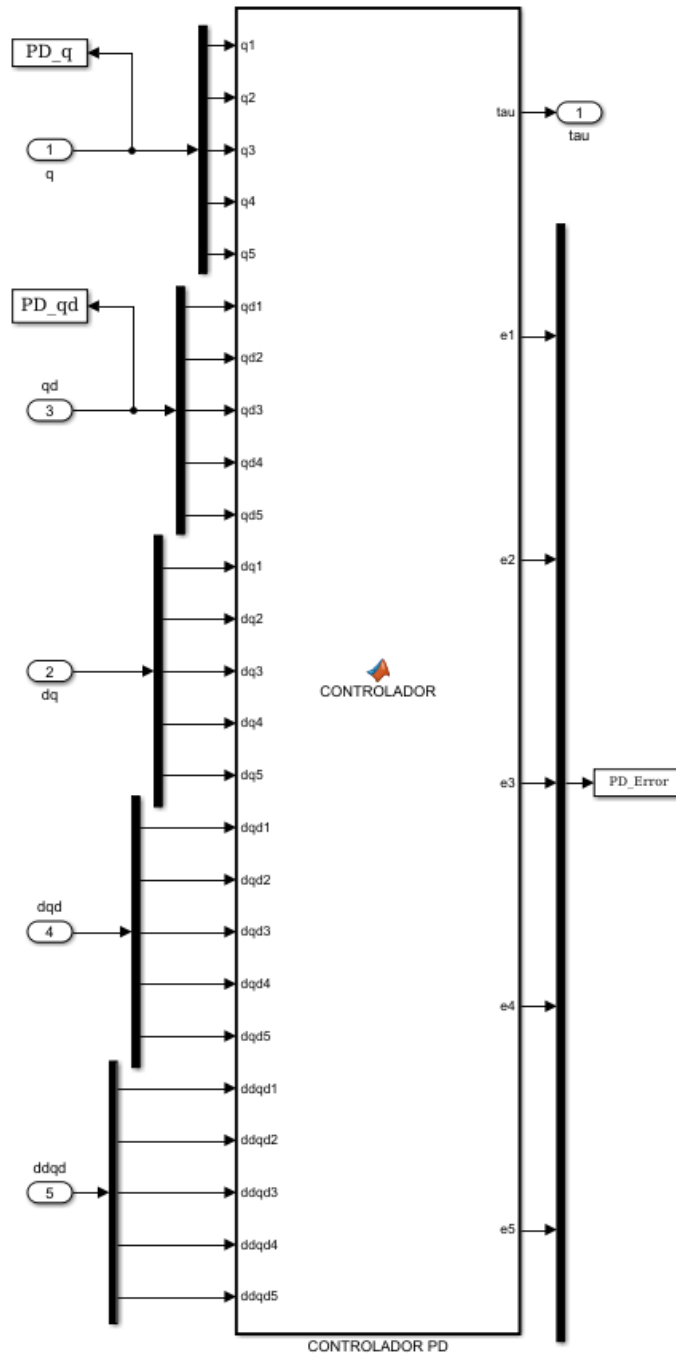


FIGURA 5.2: Esquema de Control Proporcional Derivativo

5.1.3. Control de Modos Deslizantes

La simulación del SMC fue simulada en un tiempo de 10 segundo con una ganancia de $K = 16$.

5.1.4. Esquema del SMC

La figura 5.3 se presenta el esquema en Matlab/Simulink usando el SMC.

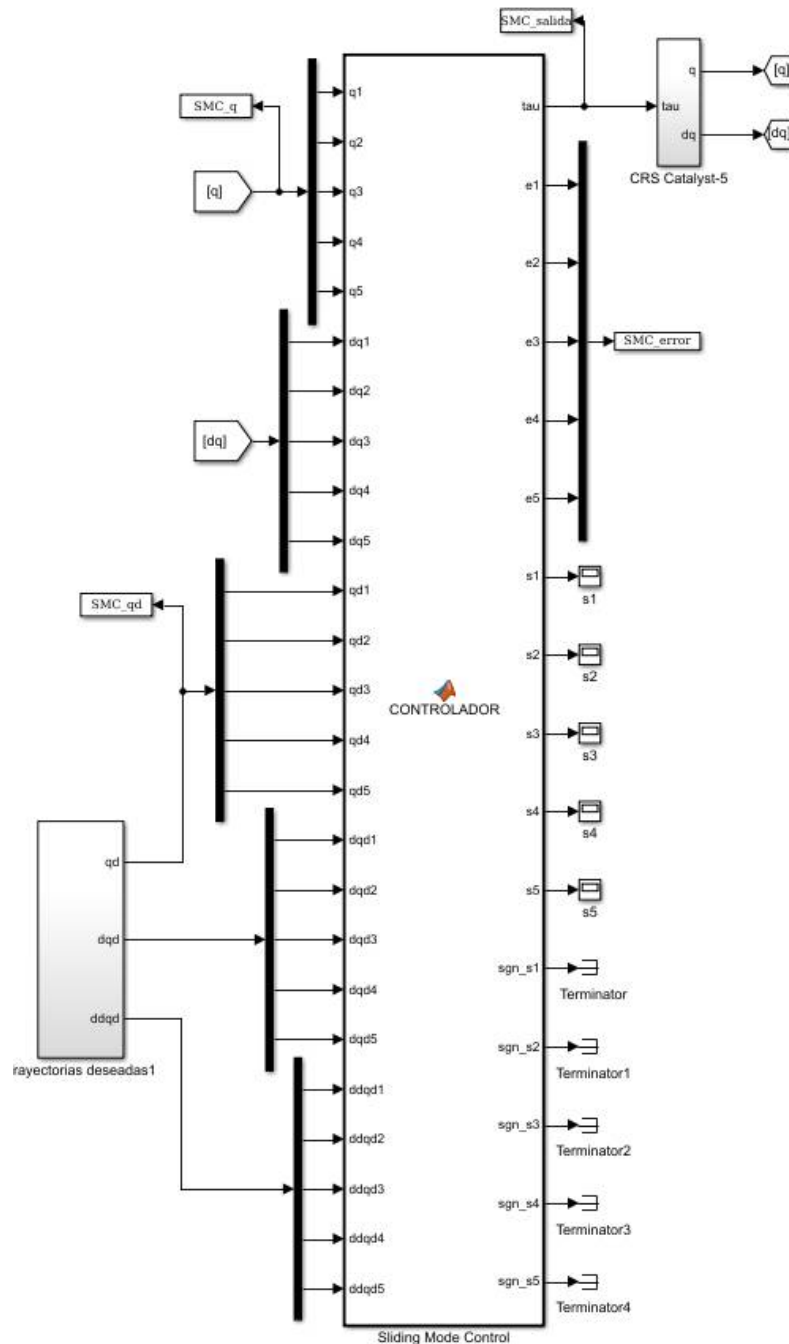


FIGURA 5.3: Esquema de Control de Modos Deslizantes

5.1.5. Control de Super-Torsi3n

En esta secci3n se muestra el esquema de control y la simulaci3n del Control de Super-Torsi3n en Matlab/Simulink. Las ganancias del STC fueron sintonizadas de manera experimental y son las que se muestran en la siguiente tabla (5.2).

c	4
α	0.25
β	0.5

TABLA 5.2: Ganancia del STC

5.1.6. Esquema del STC

La figura 5.4 muestra el esquema de control de la simulaci3n de STC en Matlab/Simulink.)

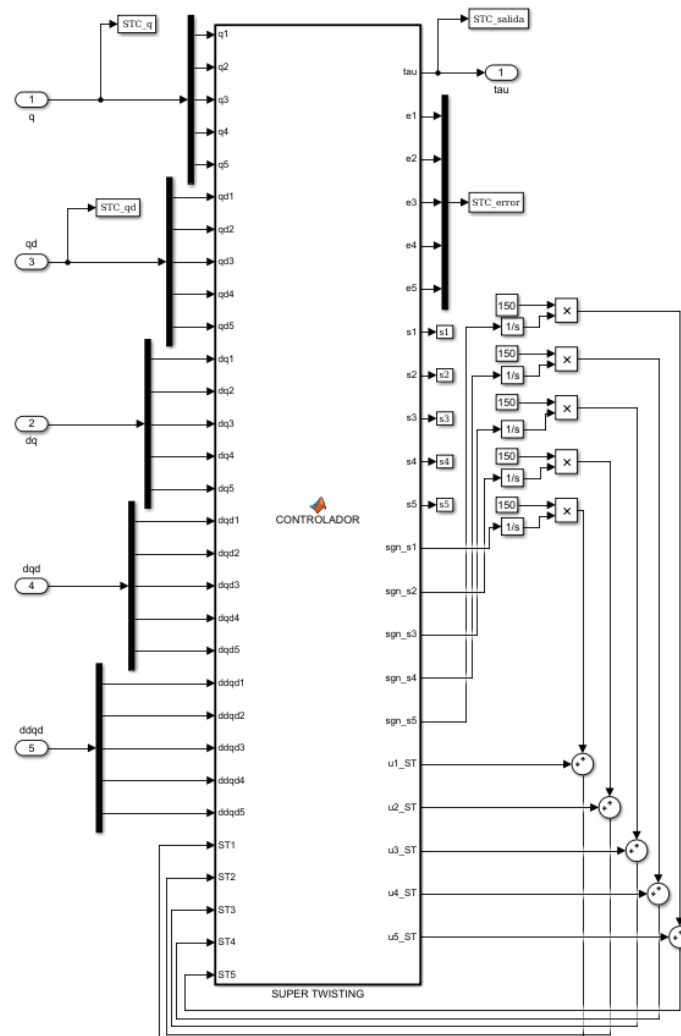


FIGURA 5.4: Esquema de Control de Super-Twisting

5.2. Resultados de las simulaciones

En esta sección se presentan los resultados de las simulaciones de los controladores PDC, SMC, STC en Matlab/Simulink. Los tiempos de simulación fueron establecidos para ser realizados en 10 segundos. Las trayectorias fueron planeadas con los polinomios de alto orden que fueron estipulados en la sección capítulo número 4.

5.2.1. Simulación del seguimiento de trayectoria

En las siguientes figuras se muestran los resultados del seguimiento de trayectoria para los eslabones que comprenden del primero al quinto. Claramente se puede apreciar que los tres controladores muestran un buen desempeño. En la figura 5.5 se muestra el resultado de las tres simulaciones con PDC, SCM y STC. La referencia es de 1 radián, que equivale a 180 grados. En

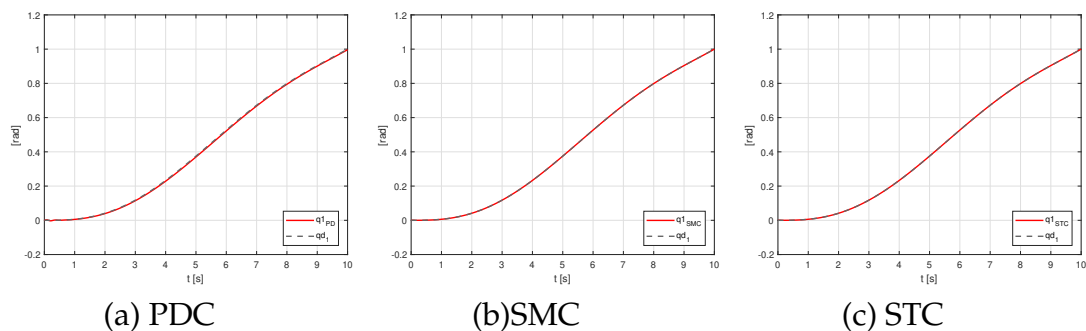


FIGURA 5.5: Seguimiento de trayectoria para el eslabón 1 con una referencia de 1 radián.

la figura 5.6 se muestra el resultado de las tres simulaciones con PDC, SCM y STC. Las tres simulaciones fueron hechas para que el eslabón 2 alcance una referencia de 0,78 radianes, que equivale a 140.4 grados aproximadamente.

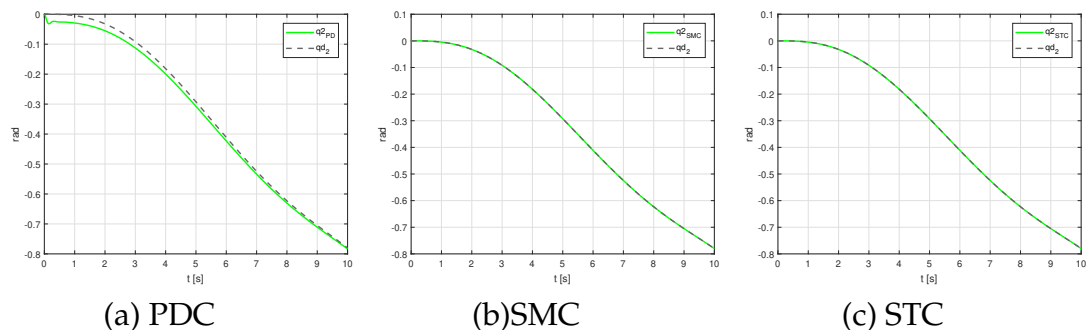


FIGURA 5.6: Seguimiento de trayectoria para el eslabón 2 con una referencia de $-0,78$ radianes.

En la figura 5.7 se muestra el resultado de las tres simulaciones con PDC, SCM y STC. Las tres simulaciones fueron hechas para que el eslabón 3 alcance una referencia de 0,35 radianes, que equivale a 63 grados arroximadamente. El PDC es el que muestra peor desempeño en cuanto seguimiento. En la

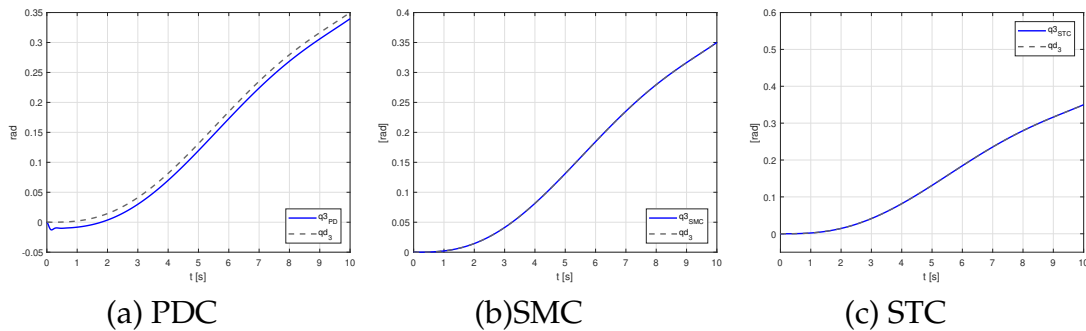


FIGURA 5.7: Seguimiento de trayectoria para el eslabón 3 con una referencia de 0,35 radianes.

figura 5.8 se muestra el resultado de las tres simulaciones con PDC, SCM y STC. Las tres simulaciones fueron hechas para que el eslabón 4 alcance una referencia de 0,35 radianes, que equivale a 63 grados arroximadamente.

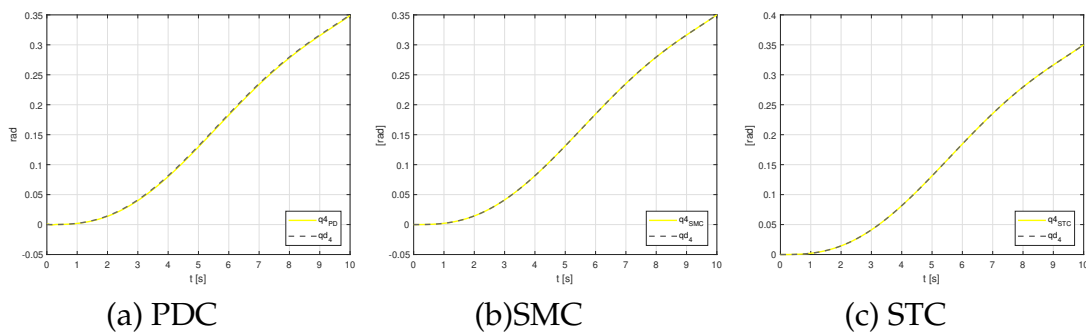


FIGURA 5.8: Seguimiento de trayectoria para el eslabón 4 con una referencia de 0,35 radianes.

En la figura 5.9 se muestra el resultado de las tres simulaciones con PDC, SCM y STC. Las tres simulaciones fueron hechas para que el eslabón 4 alcance una referencia de 0,53 radianes, que equivale a 95.4 grados arroximadamente.

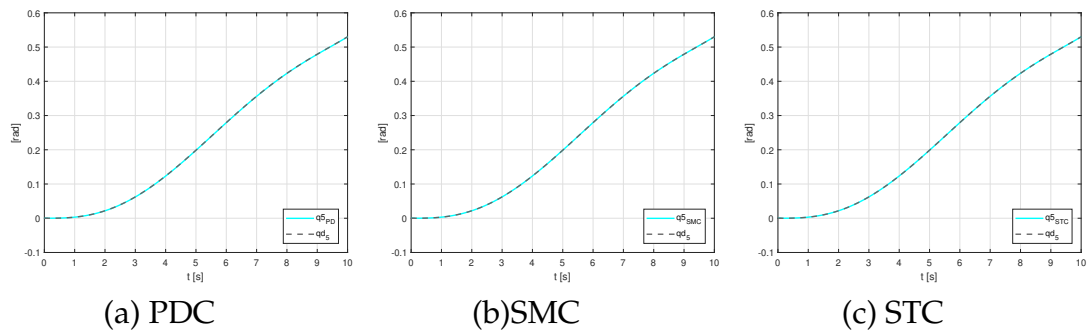


FIGURA 5.9: Seguimiento de trayectoria para el eslabón 5 con una referencia de 0,53 radianes.

5.2.2. Simulación del error de seguimiento de trayectoria

En las siguientes figuras se muestra la simulación de los tres controladores del error de seguimiento de trayectoria para los eslabones que comprenden del primero al quinto.. A pesar que en las figuras anteriores se muestra un buen rendimiento en el seguimiento de trayectorias, en la gráficas de error de seguimiento de trayectoria del STC es mucho menor comparándolo con el PDC y SMC, y que se comporta de una manera más suave.

En la figura 5.10 se muestra el error de posición del seguimiento de manera suave a una referencia de 1 radián usando los tres controladores para el primer eslabón. En la parte superior izquierda de cada gráfica se puede ver el orden en el que están, en base a esto, denotamos que el STC tiene que menor error que los demás controladores.

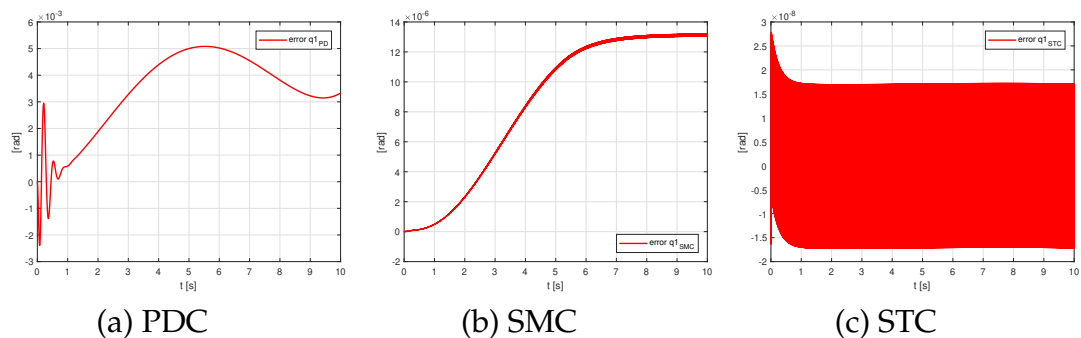


FIGURA 5.10: Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 1 con una referencia de 1 radianes.

En la figura 5.11 se muestra el error de posición del seguimiento de manera suave a una referencia de 0.78 radianes usando los tres controladores para el primer eslabón. En la parte superior izquierda de cada gráfica se puede ver el orden en el que están, en base a esto, denotamos que el STC tiene que menor error que los demás controladores.

En la figura 5.11 se muestra el error de posición al seguimiento de los tres controladores para el segundo eslabón. Se puede apreciar que el comportamiento de la señal es muy suave del STC y que está en un orden de $\times 10^{-6}$.

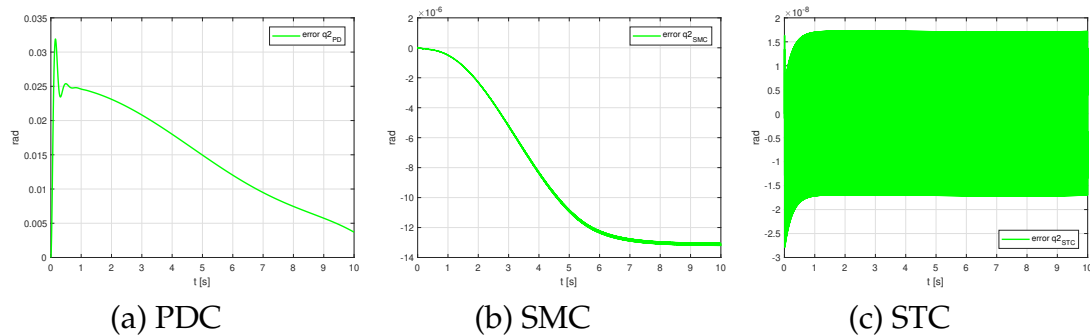


FIGURA 5.11: Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 2 con una referencia de $-0,78$ radianes.

En la figura 5.12 se muestra el error de seguimiento de trayectoria para el tercer eslabón. De igual manera que las pruebas anteriores, el comportamiento del error del STC sigue siendo más suave y de menor grado.

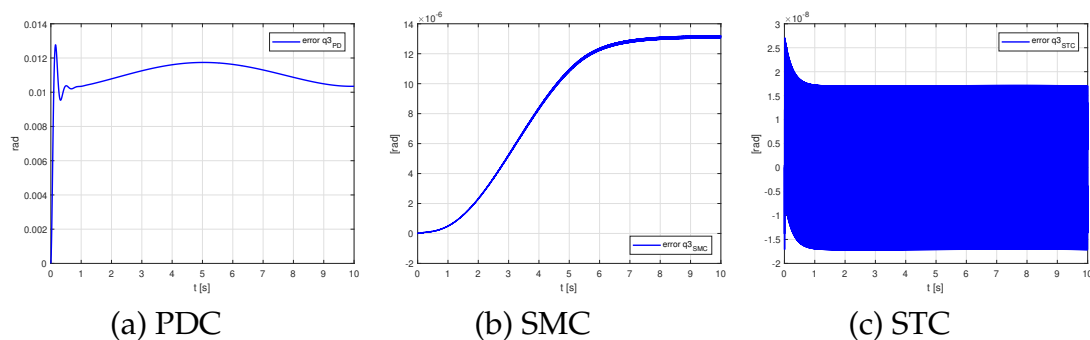


FIGURA 5.12: Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 3 con una referencia de $0,35$ radianes.

En la figura 5.13 se muestra el error de seguimiento de trayectoria para el cuarto eslabón. En estas gráficas podemos observar que los tres controladores tienen un rango de error muy pequeño, incluso que el SMC está en el mismo que STC, aunque el STC se sigue comportando de mejor manera y es más chico.

En la figura 5.14 se muestra el error de seguimiento de trayectoria para el quinto eslabón. Como podemos observar, todas las gráficas tienen comportamientos similares. En el SMC se ve que la señal tiene más oscilaciones que PD y STC, que el comportamiento del PD comparado al SMC es más suave pero con mayor error, y en cuanto al STC tiene menor error y mejor comportamiento que los demás controladores.

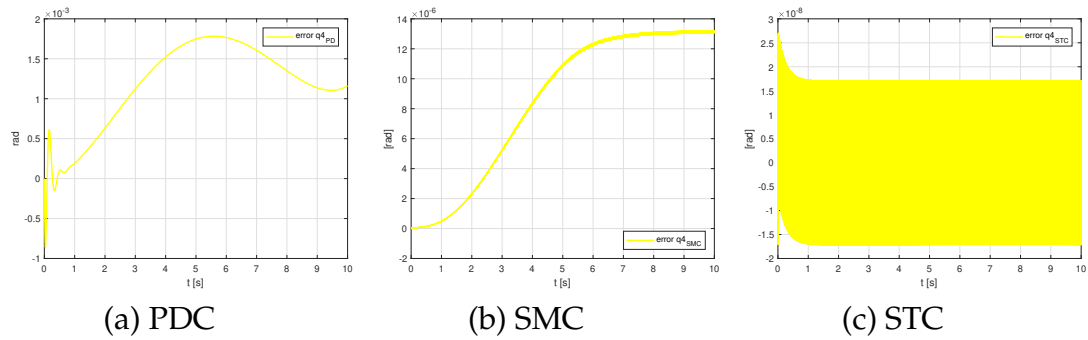


FIGURA 5.13: Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 4 con una referencia de 0,35 radianes.

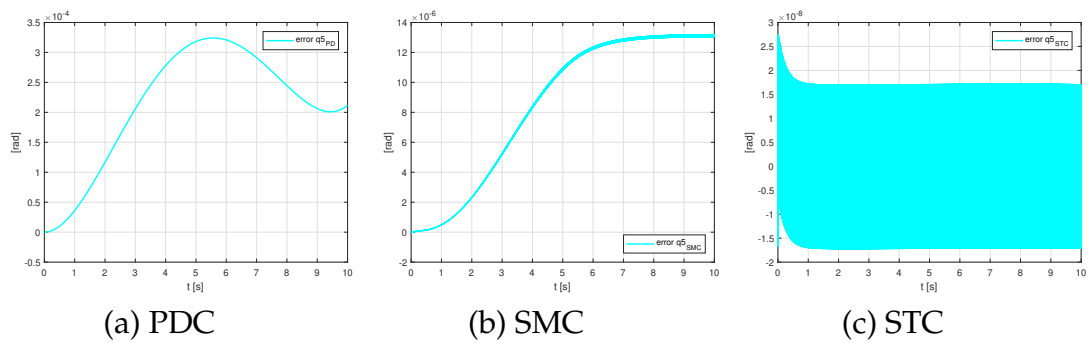


FIGURA 5.14: Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 5 con una referencia de 0,53 radianes.

5.2.3. Simulación de la fuerza aplicada a los motores

En las siguientes imágenes se muestran los resultados de la simulación de la fuerza aplicada en Nm/s^2 a cada motor que se encuentra ubicado en las articulaciones de los eslabones, usando los tres controladores.

En la figura 5.15 se muestra la fuerza aplicada al motor de la articulación del primer eslabón.

Como se puede observar el comportamiento de la señal es muy diferente

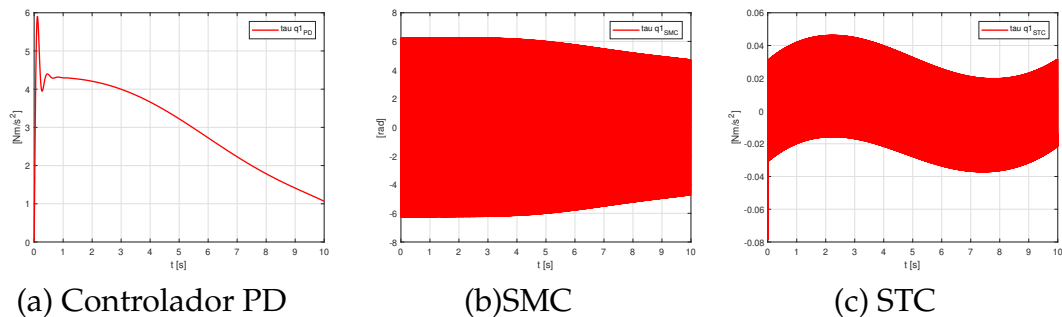


FIGURA 5.15: Fuerza aplicada al motor de la articulación 1.

en cada controlador, notablemente el SMC tiene un mayor uso de fuerza y de oscilaciones en alta frecuencia, el PDC tiende a empezar con una fuerza mayor y baja considerablemente con el paso del tiempo. En cambio, el STC al comienzo de la simulación se puede ver que aunque empiece con mayor fuerza que el resto de la simulación, la magnitud de esta través del tiempo es muy baja.

En la figura 5.16 se muestra los resultados de la simulación para la fuerza aplicada al motor de la segunda articulación. de igual manera que el primer eslabón, el comportamiento es muy similar, sólo que en la simulación del SCT la fuerza que se aplica al segundo motor es mucho mayor a la del primero.

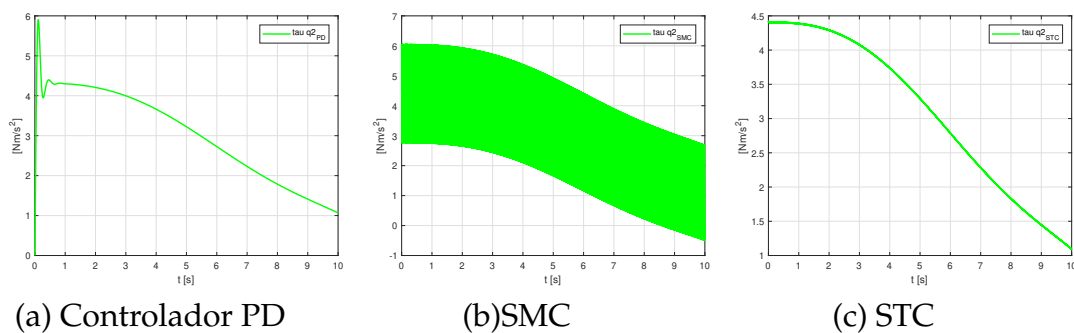


FIGURA 5.16: Fuerza aplicada al motor de la articulación 2.

En la figura 5.17 se muestra los resultados de la simulación de la fuerza aplicada al motor de la tercera articulación.

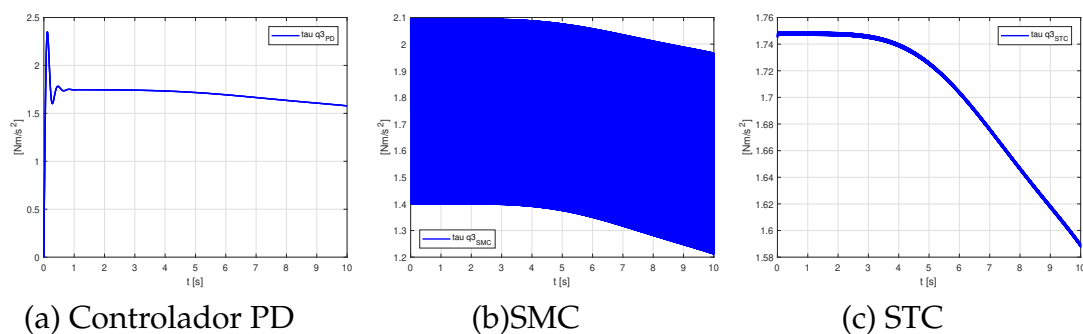


FIGURA 5.17: Fuerza aplicada al motor de la articulación 3.

En la figura 5.18 se muestra los resultados de la simulación de la fuerza aplicada al motor de la cuarta articulación. En estas gráficas se puede notar que el la magnitud de fuerza baja considerablemente para los tres controladores.

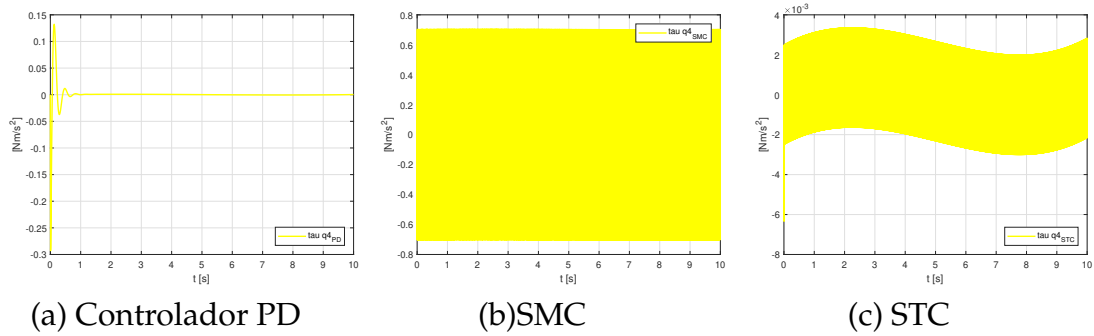


FIGURA 5.18: Fuerza aplicada al motor de la articulación 4.

En la figura 5.19 se muestra los resultados de la simulación de la fuerza aplicada al motor de la articulación cinco. Estas simulaciones son las de menor rango encunto a magnitud.

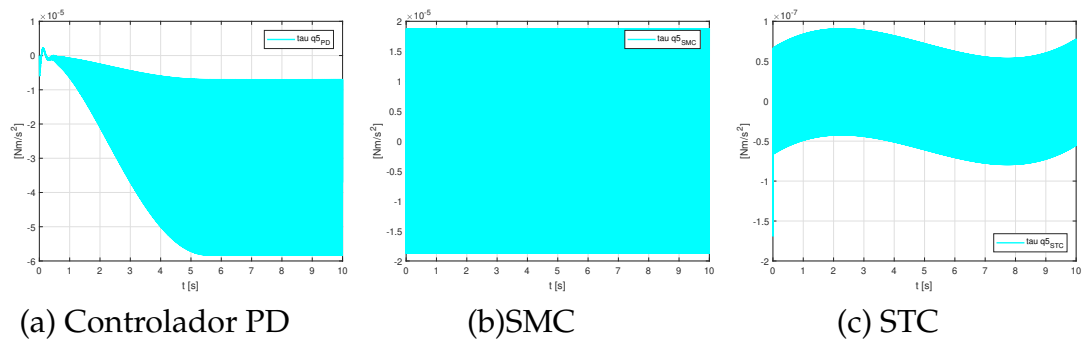


FIGURA 5.19: Fuerza aplicada al motor de la articulación 5.

Con respecto a los resultados previos, se puede declarar que el STC es tiene un mejor rendimiento y comportamiento en cuanto a la fuerza aplicada, un rango de error de seguimiento de trayectoria menor a los demás controladores, y un buen desempeño en el seguimiento de trayectoria.

5.3. Resultados experimentales de la implementación

Es esta sección se presenta la implementación en línea del controlador PD y del STC, los esquemas de control, las gráficas de seguimiento de trayectoria, error de seguimiento de trayectoria y la fuerza aplicada a cada motor.

5.3.1. Esquema del controlador PD

En la figura 5.20 se muestra el programa de posición por default que contiene el robot manipulador CRS Catayst 5 en Matlab/Simulink. Este progra-

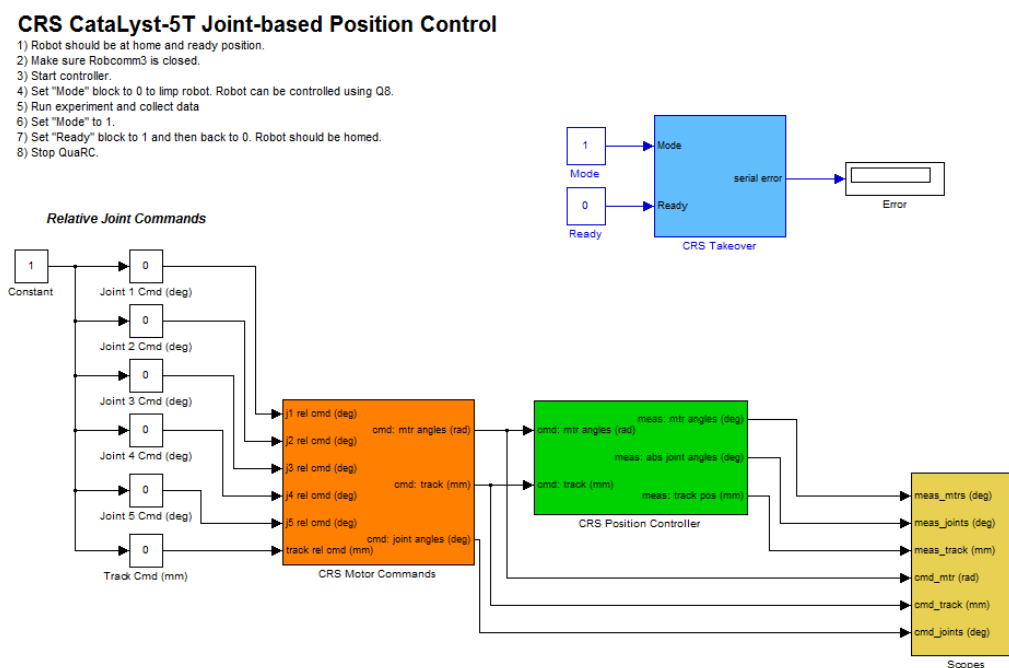


FIGURA 5.20: Joint-based position control Simulink model

ma recibe los comandos que son interpretados como la señal deseada en grados para ser procesador y transformados en radianes.

La figura 5.21 muestra lo que está adentro del subsistema que está en color naranja de la figura 5.20. A este subsistema le llegan las señales de posición deseada, y las lecturas de los encoders de cada articulación. Estas señales son dirigidas al bloque que se llama PD Control Ssystem, dicho bloque contiene el PDC.

En la figura 5.22 se muestra el controlador PDC, se puede observar que cuenta con un filtro de segundo orden el cual calcula la derivada de la posición para poder usarla en la ley de control de PD.

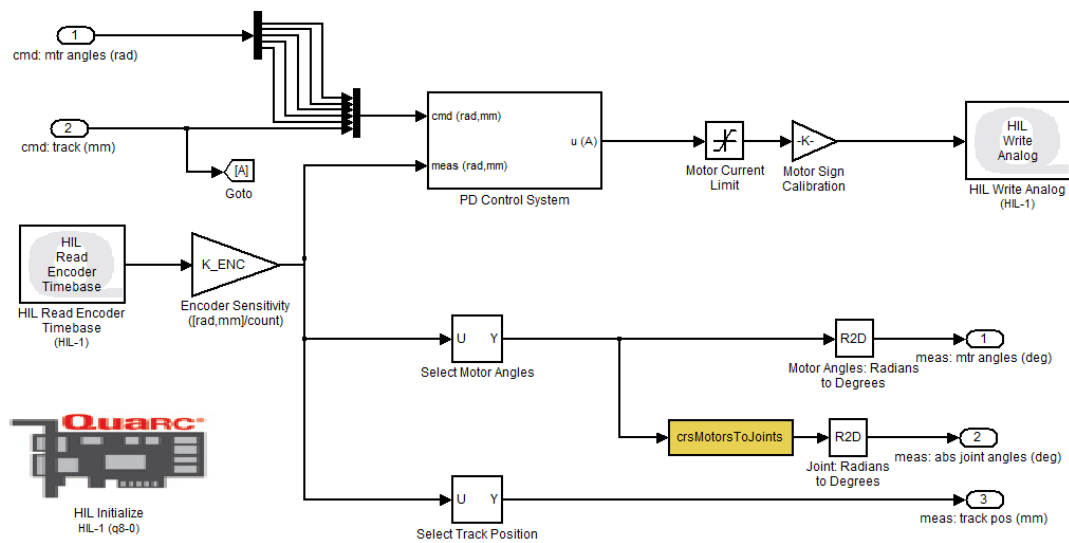


FIGURA 5.21: CRS Position controller

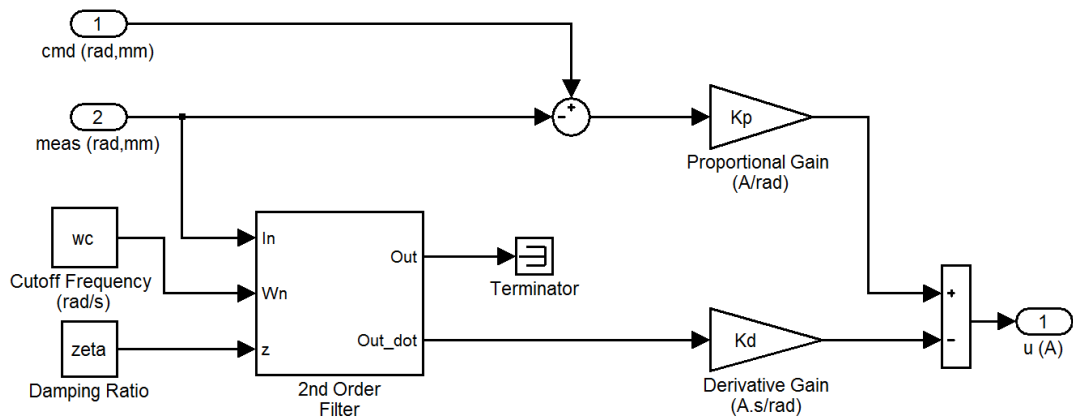


FIGURA 5.22: Sistema de control Proporcional Derivativo

Después de las operaciones matemáticas éstas van de salida para ser reescritas en un convertidor digital analógico que tiene el nombre de HIL Write Analog para ser subsecuente enviadas al amplificador c5000.

5.3.2. Esquema del STC

En la figura 5.23 se muestra el esquema de control en Matlab/Simulink. Este esquema de control es muy similar al que se usa para el PDC. El único cambio es que en este programa, el bloque del PDC es sustituido por uno que contiene el STC.

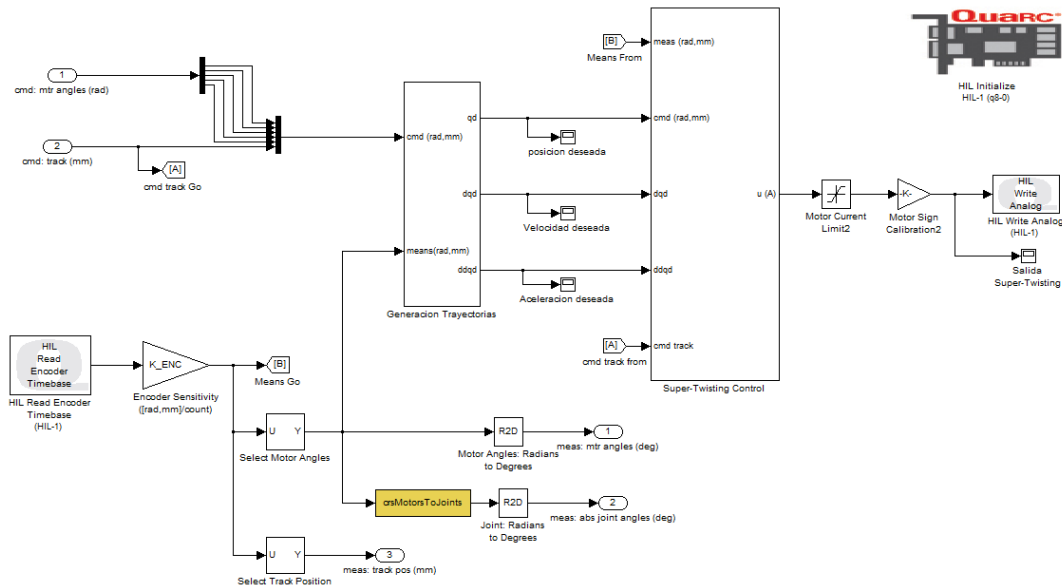


FIGURA 5.23: Esquema de control para la implementación en línea del STC

En la figura 5.24 se muestra un zoom al sistema de generación de trayectorias y STC.

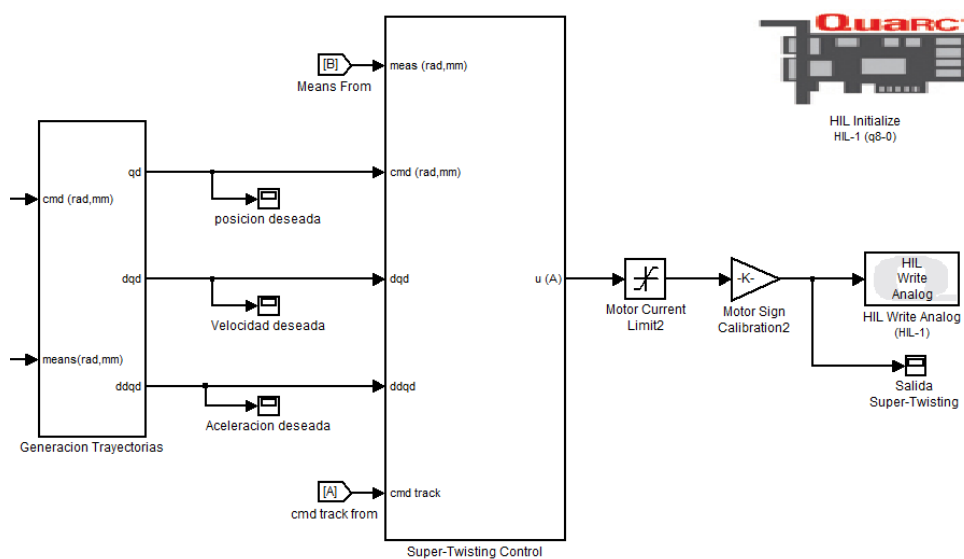


FIGURA 5.24: Bloque de generación de trayectorias (izquierda), bloque que contiene el STC (derecha)

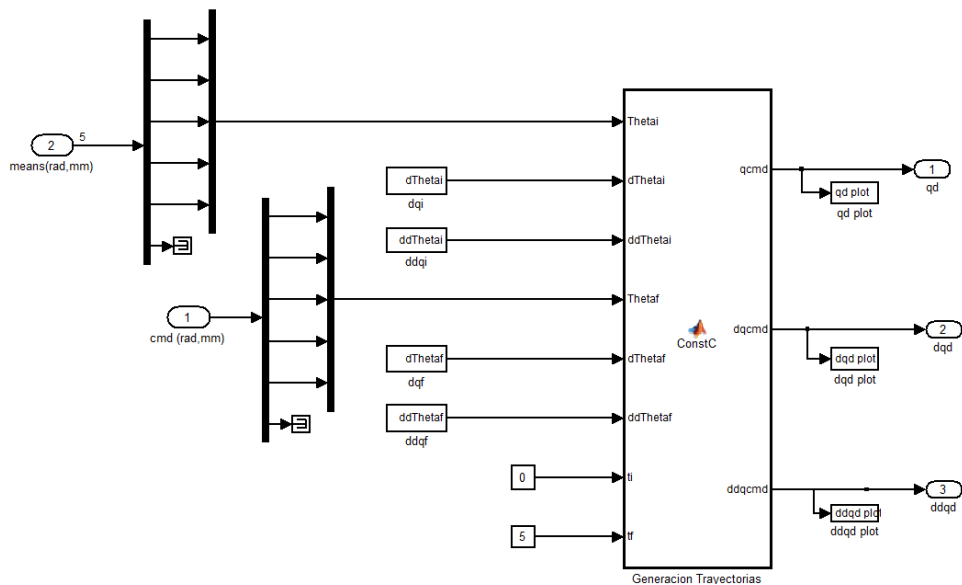


FIGURA 5.25: Sistema de generación de trayectorias

En la figura 5.25 se muestra el sistema de generación de trayectorias, este contiene las condiciones de frontera y el sistema de ecuaciones que comprenden los polinomios de alto orden. En la figura 5.26 se muestra el bloque de función que contiene el STC.

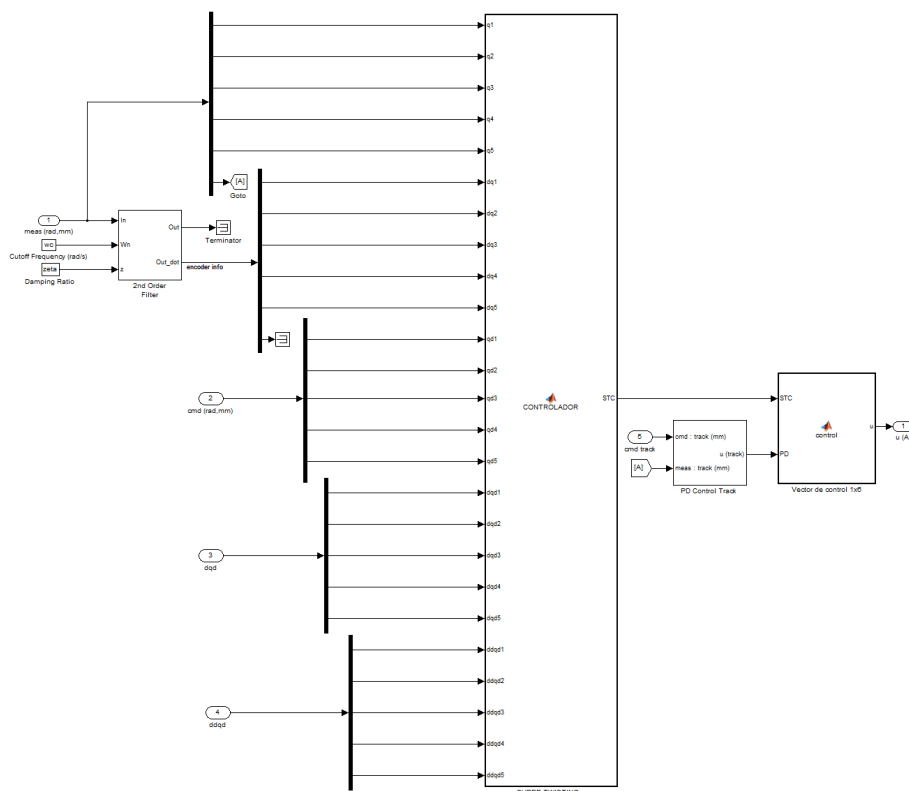


FIGURA 5.26: Bloque de función que contiene el STC

5.3.3. Seguimiento de trayectoria en línea

En esta sección se presentan los resultados de la implementación en línea de los controladores PDC, STC en Matlab/Simulink. Los tiempos de simulación fueron establecidos para ser realizados en 10 segundos. Las trayectorias fueron planeadas con los polinomios de alto orden que fueron estipulados en el capítulo número 4.

En las siguientes figuras se muestran los resultados del seguimiento de trayectoria para los eslabones que comprenden del primero al quinto. En la figura 5.27 se muestra el seguimiento de trayectoria para el eslabón uno, siendo del lado derecho el PDC y del lado izquierdo el STC. La línea punteada de color gris representa la posición deseada del eslabón y la roja continua la posición real. El punto de referencia son $-1,5706$ radianes que equivalen aproximadamente -180 grados.

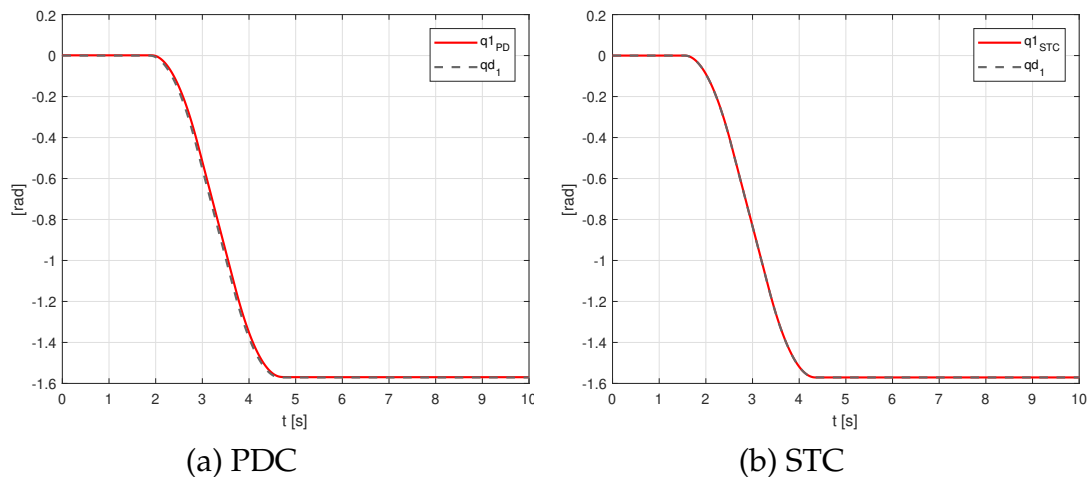


FIGURA 5.27: Seguimiento de trayectoria para el eslabón 1 usando ambos controladores

Se puede apreciar que ambos controladores tiene un buen rendimiento en cuanto al seguimiento de trayectoria, pero en la figura (a) se puede apreciar que el PDC tiene un ligero desfase en el seguimiento entre los segundos dos al cinco.

En la figura 5.28 se muestra el seguimiento de trayectoria para el eslabón 2, la línea punteada de color gris representa la posición deseada y la línea verde continua la posición del eslabón. El punto de referencia son $-0,5236$ radianes que equivalen aproximadamente -60 grados.

Comparando ambos controladores, el STC tiene un mejor desempeño en el seguimiento de trayectoria, aunque el comportamiento del PDC es muy aceptable. En la figura 5.29 se muestra el seguimiento de trayectoria para el tercer eslabón, la línea punteada gris representa la posición deseada y la línea

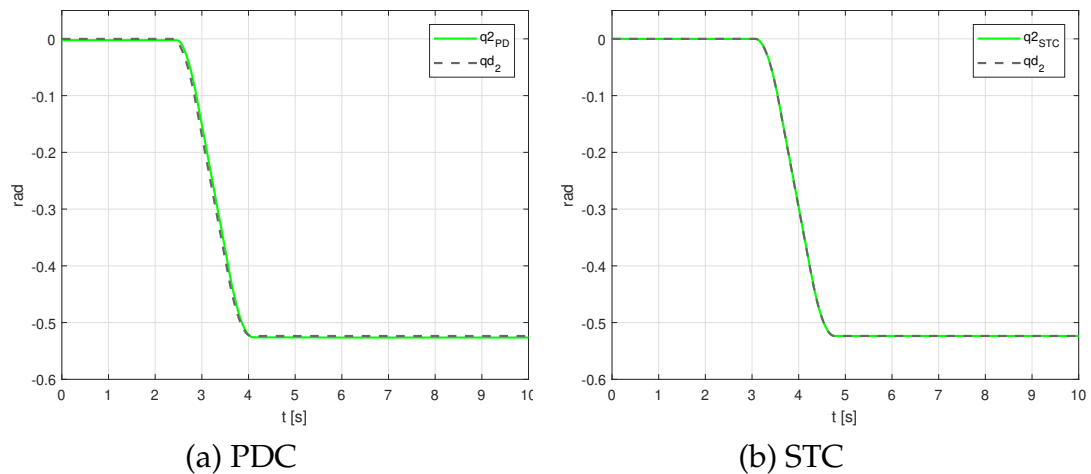


FIGURA 5.28: Seguimiento de trayectoria para el eslabón 2 usando ambos controladores

continua azul la posición real del eslabón 3. La trayectoria de referencia es alcanzar desde la posición inicial 0,5236 radianes que en su equivalencia sería aproximadamente 60 grados, para después regresar a su posición inicial.

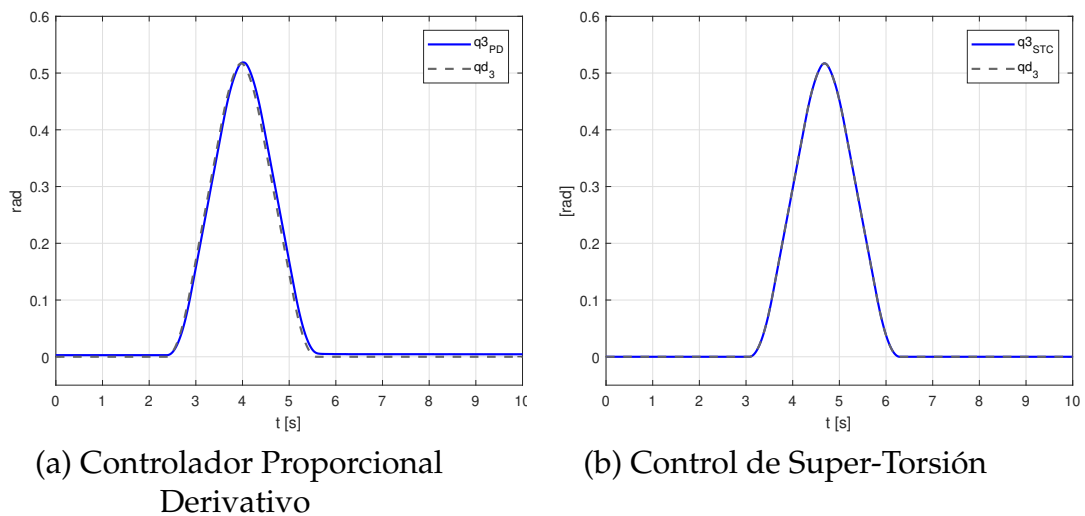


FIGURA 5.29: Seguimiento de trayectoria para el eslabón 3 usando ambos controladores

La figura 5.30 muestra el seguimiento de trayectoria para el eslabón cuatro de la implementación, la línea punteada de color gris representa la trayectoria deseada del eslabón cuatro, y la línea amarilla continua la posición real del mismo. Para una referencia de de 0,0872 radianes que en su equivalencia a grados sería aproximadamente 10.

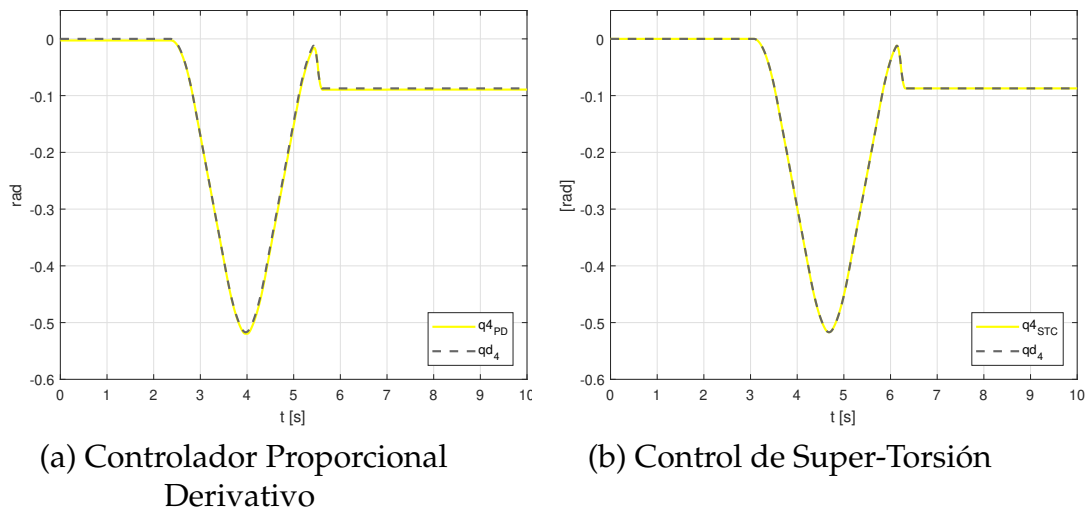


FIGURA 5.30: Seguimiento de trayectoria para el eslabón 4 usando ambos controladores

En la figura 5.31 se puede apreciar el seguimiento de trayectoria para el eslabón 5. La línea punteada de color gris representa la posición deseada de 0,08772 radianes que son aproximadamente 10 grados, y la línea continua de color cian la posición real. En ambos controladores podemos observar que el seguimiento es muy aceptable.

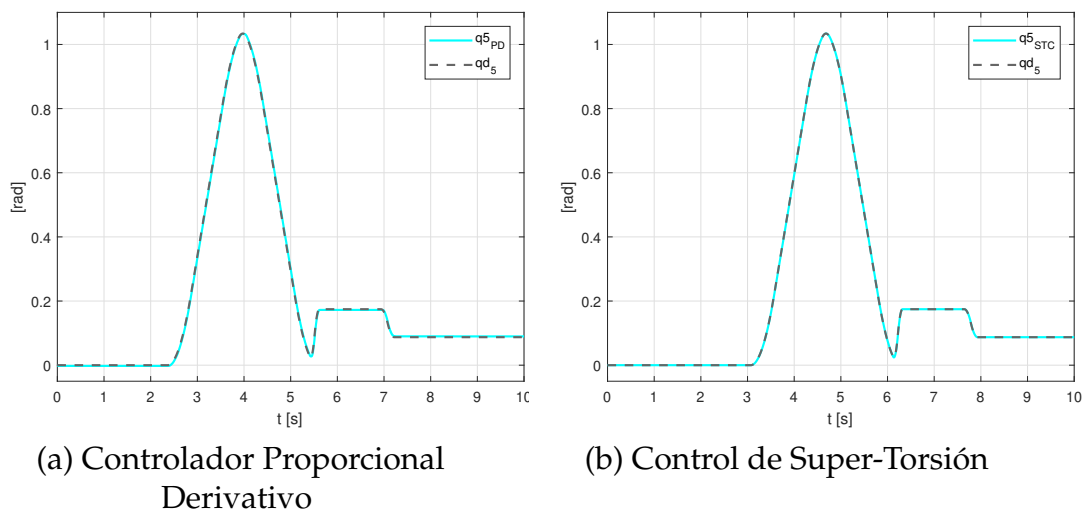


FIGURA 5.31: Seguimiento de trayectoria para el eslabón 5 usando ambos controladores

5.3.4. Error de seguimiento de trayectoria en línea

En las siguientes figuras se muestra el error de seguimiento de trayectoria de la implementación en línea de los eslabones que comprenden del primero

al quinto usando el PDC y STC. En la figura 5.32 se muestra el error de seguimiento de trayectoria del eslabón 1, los resultados de la figura izquierda son usando el PDC, y de la derecha es usando el STC. Se puede observar que el error del PDC es muy aceptable, pero el de STC es menor.

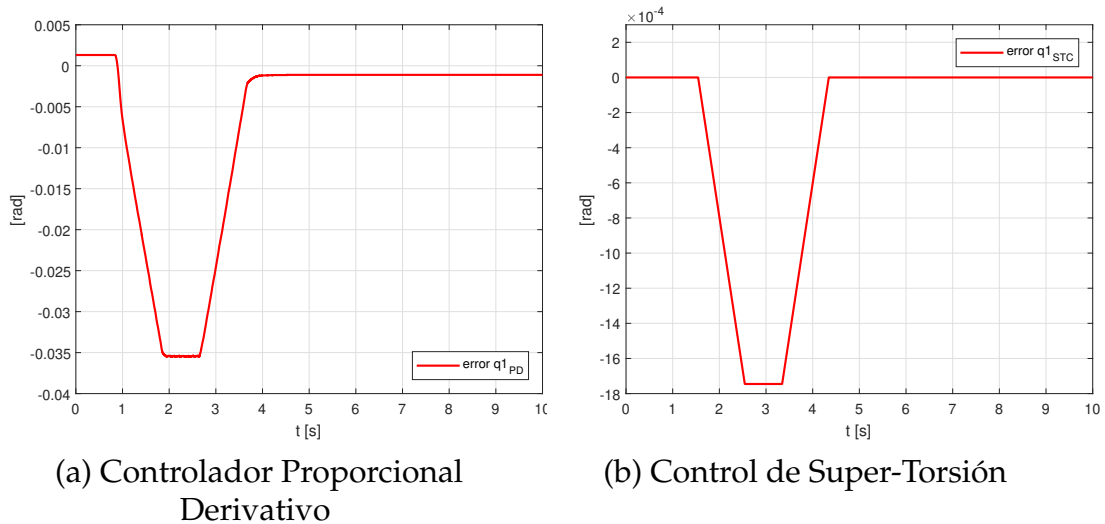


FIGURA 5.32: Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 1 usando ambos controladores

En la figura 5.33 se muestra el error de seguimiento de trayectoria del eslabón 2, los resultados de la figura izquierda son usando el PDC muestran tiros negativos y positivos, en cambio, la figura derecha que muestra el resultado del STC, se puede observar que el STC tiene un rendimiento mejor. En la figura 5.34 se muestra el error de seguimiento de trayectoria del tercer

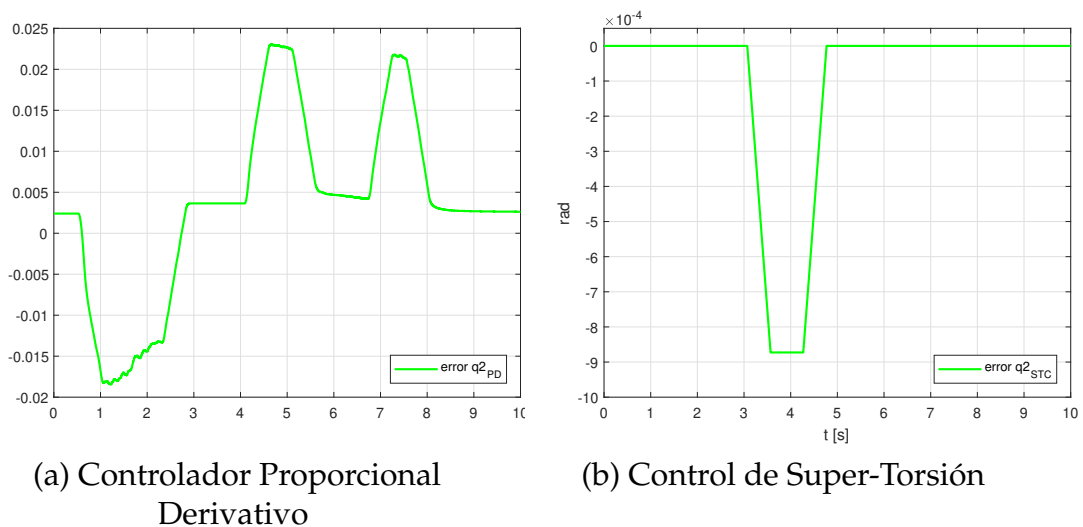


FIGURA 5.33: Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 2 usando ambos controladores

eslabón. Se puede observar que el controlador STC muestra un mejor comportamiento que el PDC, y su error es menor. En la figura 5.35 se muestra

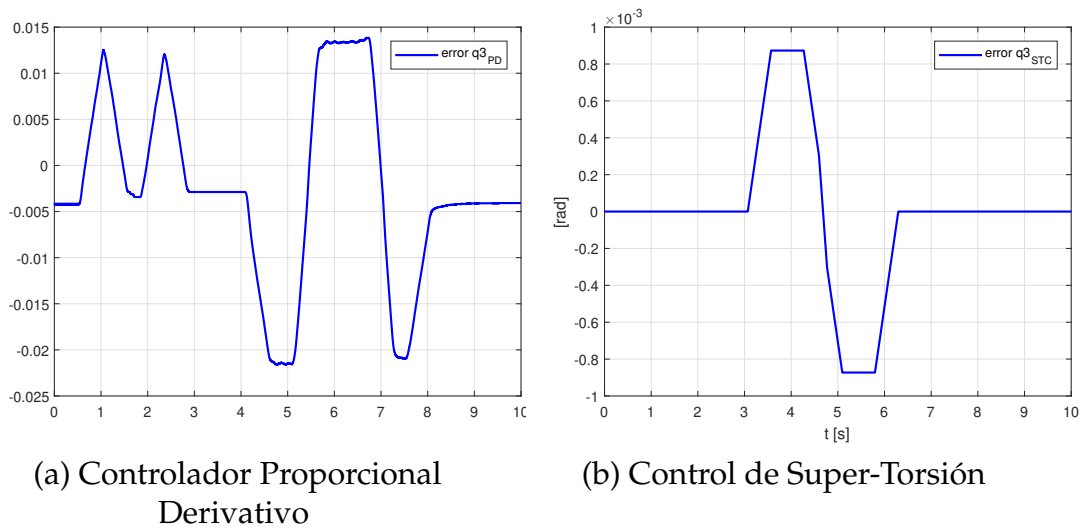


FIGURA 5.34: (Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 2 usando ambos controladores)

el error de seguimiento de trayectoria del eslabón cuatro, los resultados de la figura izquierda son usando el PDC, y de la derecha es usando el STC. Se puede observar que el error del PDC es muy aceptable, pero el de STC es menor.

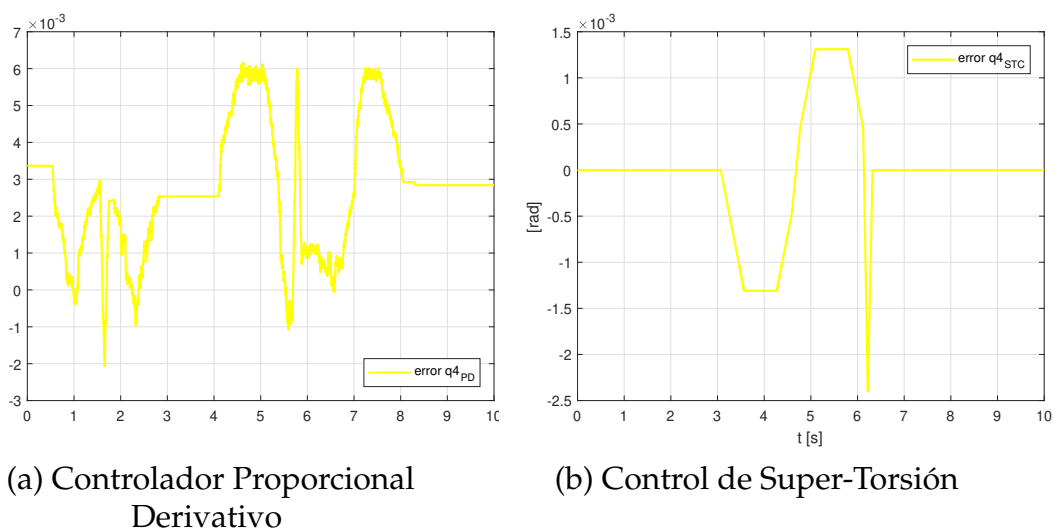


FIGURA 5.35: Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 4 usando ambos controladores

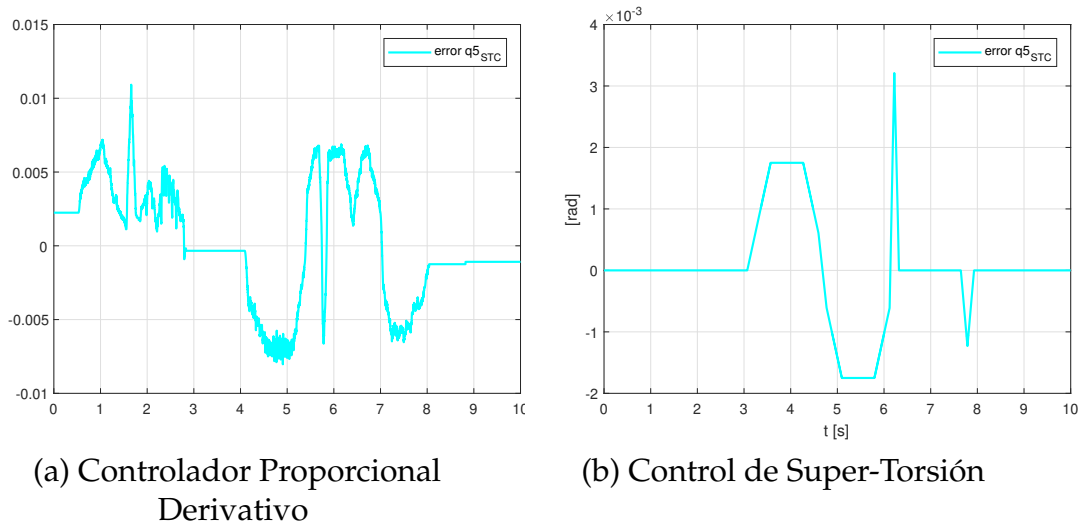


FIGURA 5.36: Error de seguimiento de trayectoria para el eslabón 5 usando ambos controladores

5.3.5. Fuerza aplicada a los motores en línea

En las siguientes imágenes se muestran las gráficas de la fuerza aplicada en Nm/s^2 a cada motor que se encuentra ubicado en las articulaciones de los eslabones. En las gráficas de puede apreciar que el comportamiento de cada simulación es diferente, y que en cuanto a rendimiento y comportamiento el STC es superior y requiere menos fuerza. En la 5.37 se muestra la fuerza aplicada al motor de la articulación 1, en estas gráficas se puede apreciar que usando el STC podemos tener un mejor rendimiento y que se requiere menor fuerza para llegar a la trayectoria deseada.

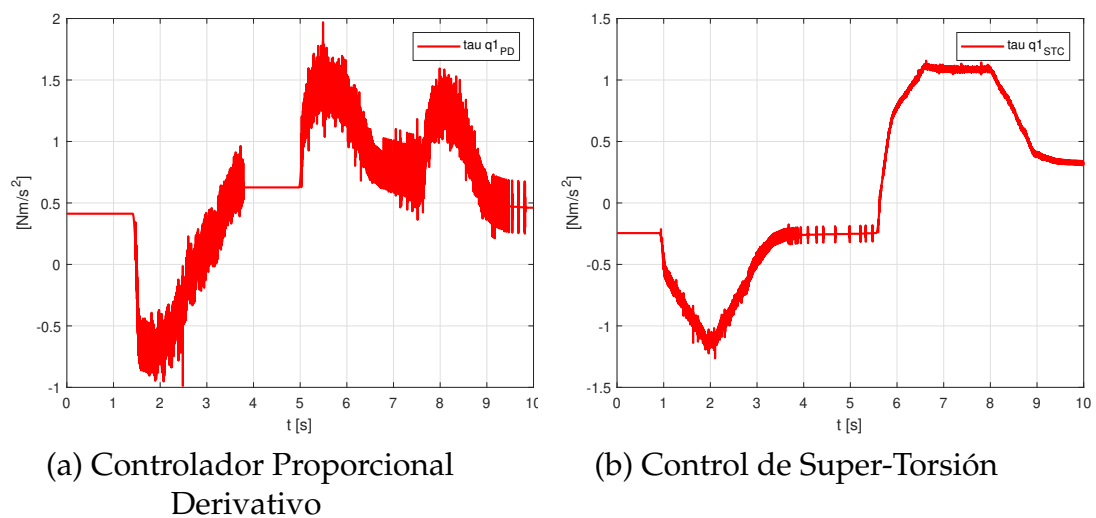


FIGURA 5.37: Fuerza aplicada al eslabón 1 usando ambos controladores

En la 5.38 se muestra la fuerza aplicada al motor de la articulación 2, en estas gráficas se puede apreciar que usando el STC podemos tener un mejor rendimiento y que se requiere menor fuerza para llegar a la trayectoria deseada.

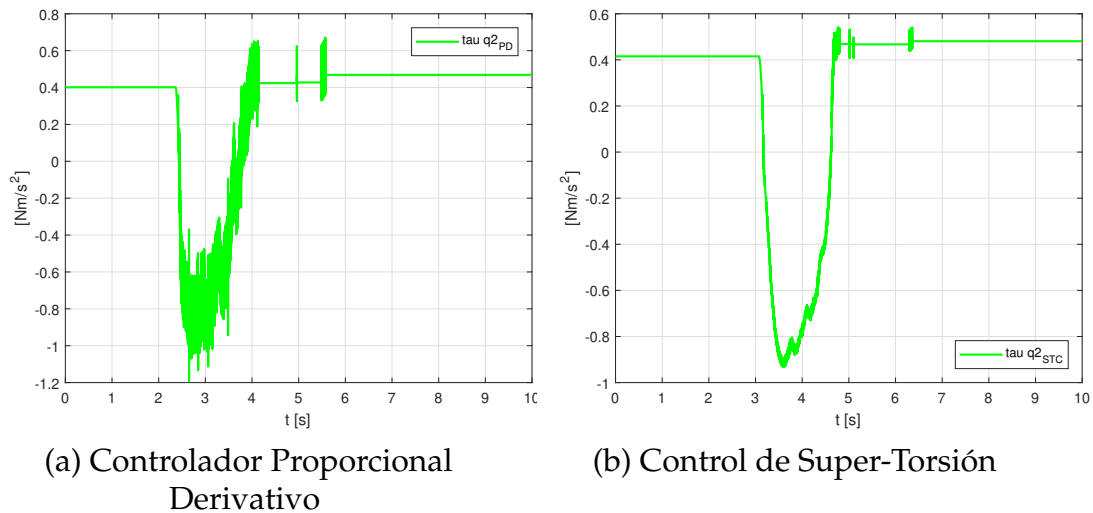


FIGURA 5.38: Fuerza aplicada al eslabón 2 usando ambos controladores

En la 5.39 se muestra la fuerza aplicada al motor de la articulación 3, en estas gráficas se puede apreciar que usando el STC podemos tener un mejor rendimiento y que se requiere menor fuerza para llegar a la trayectoria deseada.

En la 5.40 se muestra la fuerza aplicada al motor de la articulación 4, en estas

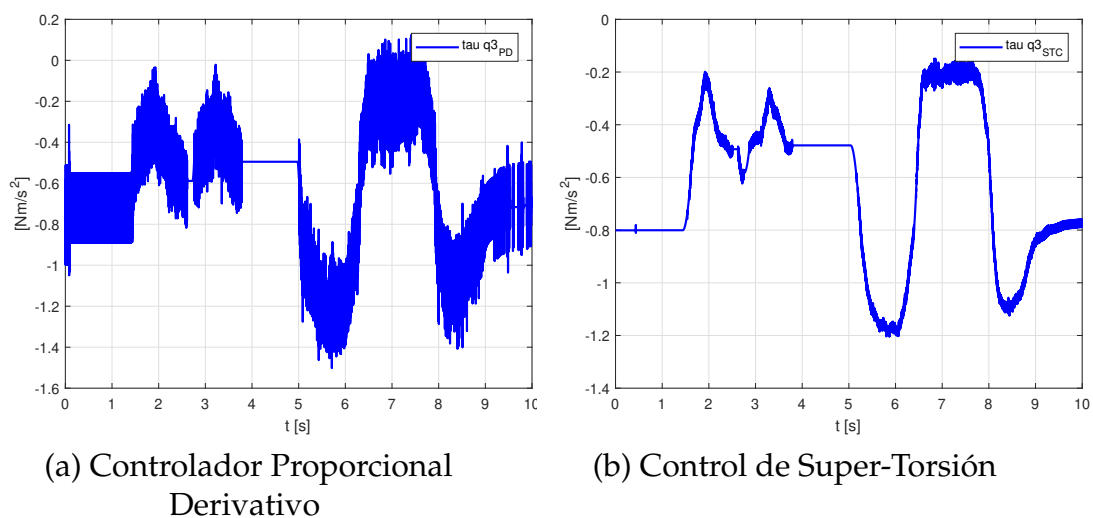


FIGURA 5.39: Fuerza aplicada al eslabón 3 usando ambos controladores

gráficas se puede apreciar que usando el STC podemos tener un mejor rendimiento y que se requiere menor fuerza para llegar a la trayectoria deseada.

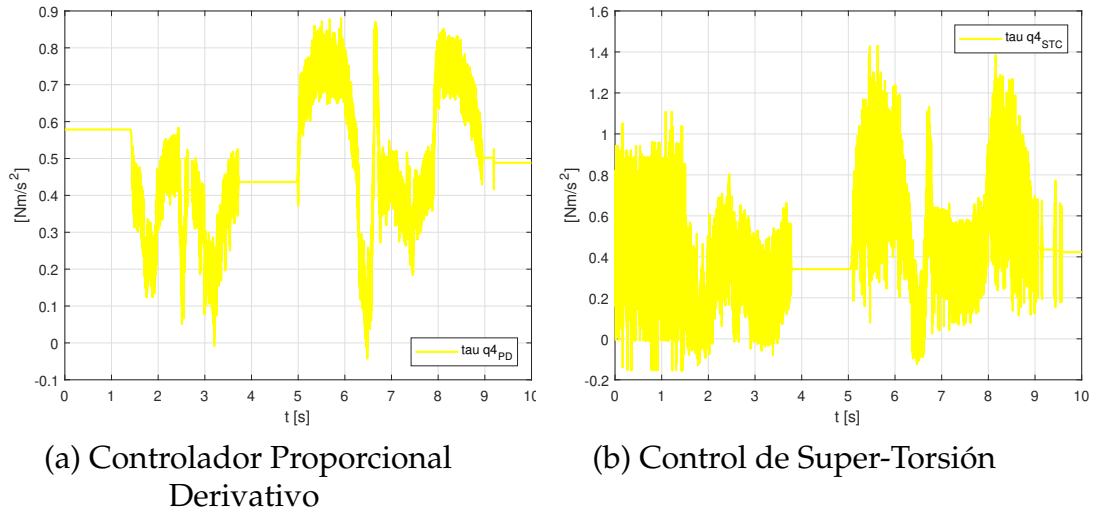


FIGURA 5.40: Fuerza aplicada al eslabón 4 usando ambos controladores

En la 5.41 se muestra la fuerza aplicada al motor de la articulación 5, en estas gráficas se puede apreciar que usando el STC podemos tener un mejor rendimiento y que se requiere menor fuerza para llegar a la trayectoria deseada.

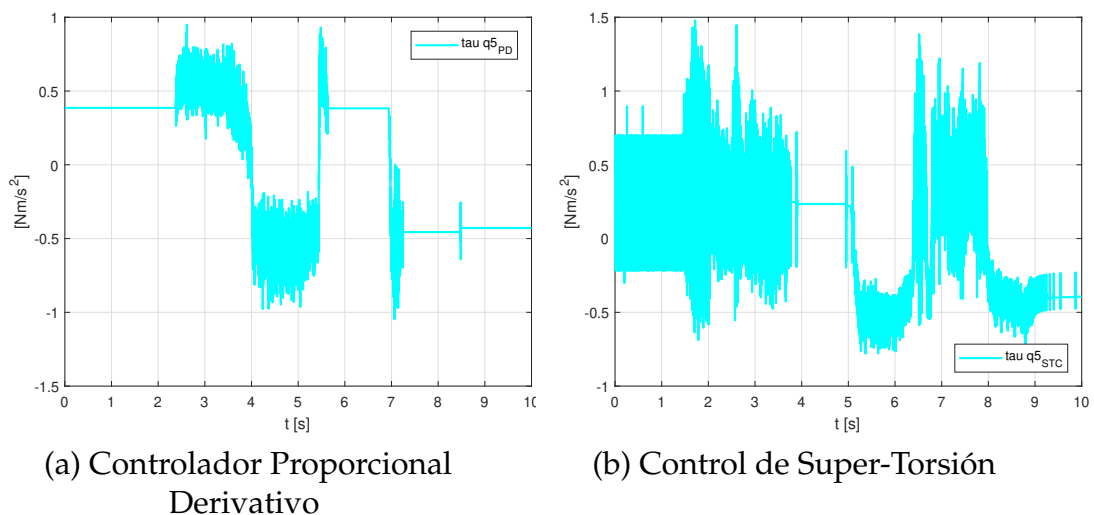


FIGURA 5.41: Fuerza aplicada al eslabón 5 usando ambos controladores

En el siguiente enlace se encuentra el video de la prueba experimental:

https://drive.google.com/open?id=11pml2ygf0Bpmv_oEnx4r8-C9AeXXc1f6

Conclusión

En el presente capítulo se presentaron los esquemas de control de los programas para los controladores PD, SMC, y STC en Matlab/Simulink; a su vez se presentaron los resultados de las simulaciones y de la implementación en línea. Aunque en las simulaciones se usaron referencias y ganancias diferentes a las de la implementación, se obtuvo resultados muy aceptables, con rangos de errores muy pequeños como para obtenerlos de forma real debido a la resolución de los sensores. Con una sintonización correcta de las ganancias del algoritmo de ST se puede mejorar el rendimiento y desempeño del controlador propuesto.

Trabajo Futuro

El robot manipulador CRS Catalyst-5 es un sistema electromecánico complejo, lo cual resulta interesante para implementar diferentes técnicas de control avanzado. Por su entorno de programación, resulta accesible la modificación y creación de esquemas de control en Matlab/Simulink. Para trabajo futuro, se propone la implementación de control robusto con perturbaciones externas como obstrucciones, golpes, alteraciones de carga en el transcurso del seguimiento de trayectorias. Asimismo, recurrir a observadores para la estimación de estados, y corroborar si este cálculo matemático es más veloz y efectivo que el uso de sensores.

Conclusión

La evolución y el desarrollo de los robots desde su aparición textual hasta hoy en día ha sido grande y extensa, ya que son excelentes sistemas de alto orden y no lineales para desarrollar e implementar metodologías de control convencional o avanzado. Al llevar a cabo este trabajo de tesis se sabía que no sería tan fácil de realizar, debido a que un robot industrial de cinco grados de libertad es un sistema electromecánico complejo. El modelado matemático de un robot manipulador es un sistema de ecuaciones muy extenso, el cual tiene que ser obtenido de manera cuidadosa para que los resultados de la simulación sean lo más aproximados a la realidad. El estudio de estabilidad y el diseño de la ley de control demuestra que la metodología propuesta puede ser llevada a cabo, cumplir con el objetivo general y específicos del presente trabajo.

De acuerdo con los resultados de la simulación, los tres controladores presentan un buen rendimiento para el seguimiento de trayectorias, presentando pequeños márgenes de errores. La eficiencia de la ley de control propuesta se validó utilizando MATLAB/SIMULINK para cada una de las articulaciones en un tiempo de diez segundos. En los resultados obtenidos de la simulación se puede observar el comportamiento de cada controlador con respecto a su alcance de posición, error de posición y fuerza aplicada a cada motor. Con base a los datos que se adquirieron en las simulaciones, la estabilización de la posición a la posición deseada del controlador PD presenta sobretiros y amortiguamientos más prolongados a los demás controladores. Los resultados de SMC muestran un mejor tiempo de respuesta que el PDC en cuanto a estabilización de posición, el error de seguimiento de trayectoria es menor, pero la fuerza aplicada tiene muy marcado el efecto del chattering, comportándose de una forma brusca. El STC tuvo mejores resultados que los demás controladores en cuanto seguimiento de trayectoria, error de posición y fuerza aplicada, el error de posición es menor que los demás, y la diferencia de fuerza aplicada comparándolo con los otros controladores es bastante considerable y muestra un mejor desempeño, con esto, se reafirma que el sistema estará estable en un tiempo finito, y mejorando la suavidad con la que el sistema alcanza su punto de referencia y su estabilidad.

Los resultados experimentales de la implementación en línea, fue un verdadero reto para llevar a cabo, debido a que influyen diversos factores externos que no están contemplados en el modelo matemático que se usó en las simulaciones. Estas incertidumbres paramétricas y externas influyen demasiado en el momento de la implementación. De igual manera, la mediciones, resolución y precisión de los sensores de posición no es tan exacta como para

obtener un rango tan menor como el cálculo de los estados de forma matemática o virtual, o semejantes a los de la simulación. El robot CRS Catalyst 5 que se utilizó para realizar este trabajo de tesis tiene problemas mecánicos y electrónicos, los cuales dificultaron demasiado la implementación, la comunicación y la ejecución. En los resultados obtenidos en las pruebas experimentales se puede apreciar que la presencia del ruido es demasiado grande en las señales de posición, ya que los actuadores tienen cierto deterioro debido al tiempo que no fue utilizado y la falta de mantenimiento. Aún así, la metodología de control propuesta fue implementada de forma exitosa, dando resultados aceptables en cuanto al seguimiento de trayectorias y estabilidad en un tiempo finito. La sintonización de las ganancias fue de forma experimental, por lo tanto no se puede afirmar que fueron las mejores para dicha tarea, por lo tanto se puede mejorar la eficiencia y reducir el rango de error con una mejor sintonización de estas para el STA. El comportamiento del STC es mejor que el del PDC, esto se puede dictaminar con los resultados plasmados en las gráficas de error de posición y fuerza aplicada, y con esto se demuestra que la ley de control propuesta no solo cumple los objetivos específicos de forma matemática, sino también en la implementación, y que puede ser aplicado para cualquier robot manipulador industrial.

Bibliografía

- [Arad(2016)] Arad, H. and Jeremiah, N. (2016). Robotic manipulation using an open-architecture industrial arm: a pedagogical overview *IEEE Robotics and Automation Magazine* Vol. 15, no. 3, September 2008.
- [Barrientos(1997)] Barrientos, A., Luis F., Balaguer C., Aracil R.(2003). *Fundamentos de Robótica. McGraw Hill* 1997.
- [Chalanga, A.(2015)] Chalanga A., Kamal S., Fridman L., Bandyopadhyay B., Moreno J. (2015) *Implementation of Super-Twisting Control: Super-Twisting and Higher Order Sliding Mode Observer Based Approaches*.
- [Edwards(1998)] Edwards, C. and Spurgeon, S. K. (1998). *Sliding Mode Control Theory and Applications*. NY:CRC Press.
- [Ertugrul, M.(1998)] Ertugrul, M. and O. Kaynak, (1998). *Neural computation of the equivalent control in sliding mode for robot trajectory control applications. IEEE Conference on Robotic and Automation*, pp: 2042-2047.
- [Farzin, P.(2012)] Farzin P. and Nasri S. (2012). *Review of Sliding Mode Control of Robotic Manipulator. World Applied Sciences Journal*
- [Reyes(2011)] Fernando, R.(2011). *Robótica, Control de robots manipuladores Alfaomega*.
- [Lee, H.K.(1994)] Lee, H.K. and K. Fms, (1994). *A study on the Design of Self-Tuning Sliding Mode Fuzzy Controller. Domestic conference*, pp: 212-218.
- [Levant(1993)] Levant, A. (1993). Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International Journal of Control*, vol. 58, no. 6, pp. 1247-1263.
- [Levant(2007)] Levant, A. (2007). Principles of 2-sliding mode design. *Automatica*, vol. 43, pp. 576-586
- [Marco P.(2014)] Marco P, Erik V., Daniel Z.(2012). *Fundamentos de robótica y mecatrónica con Matlab y Simulink. RAMA*
- [Medhaffar, H.(2006)] Medhaffar, H., N. Derbel and T. Damak (2006). *A decoupled fuzzy indirect adaptive sliding mode controller with application to robot manipulator. Int. Journal on Modeling, Identification and Control*, 1 (1): 23-29.
- [Ouyang (2014)] Ouyang, P.R.(2014). PD with sliding mode control for trajectory tracking of robotic system. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 30 (2014) 189-200.

- [Rafael(2003)] Rafael, K. Santibáñez, V.(2003). Control de Movimientos para Robots Manipuladores *Prentice Hall* 2003.
- [Safaric, R.(1996)] Safaric, R., K. Jezernik, M. Rodic, A. Sabanovic and S. Urban, (1996). *Sliding mode neural network robot controller. IEEE. Conferences on advanced Motion Control*, pp:395-400.
- [Slotine, J.J.E.(1983)] Slotine, J.J.E. and W. Li. (1983). *Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces, with application to robot manipulators.. Int. J. Control*, 38 (2):465-492.
- [Slotine, J.J.E.(1984)] Slotine, J.J.E. and W. Li. (1984). *Sliding controller design for nonlinear systems. Int. J. Control*, 40:421-434.
- [Levant(2010)] Shtessel Y., Edwards C., Fridman L., Levant A, (2010). *Sliding Mode Control and Observation*, Birkhäuser.
- [Sun, F.C.(1996)] Sun, F.C., Z.Q. Sun and G. Feng, (1996). *Design of adaptive fuzzy sliding mode controller for robot manipulators. IEEE Conference on Fuzzy and systems*, pp: 62-67.
- [Thermo.(2001)] *Thermo CRS. CataLyst-5 Robot System User Guide. umi-cat5-400 edition.*
- [Utkin(1999)] Utkin, V. I. Guldner, J. Shi, J. (1999). *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. Taylor & Francis Ltd, 11 New Fetter Lane, London EC4P 4EE.
- [Yu, W.(1999)] Yu W., A. S. Pozniak and E. N. Sanchez, (1999). *Neural adaptive control of two links manipulator with sliding mode compensation. IEEE Conference on Robotics and Automation*, pp: 3122-3127.

Apéndice A

La matriz de inercia está descrita de la siguiente manera:

$$M(q) = \begin{bmatrix} M(q_{11}) & M(q_{12}) & M(q_{13}) & M(q_{14}) & M(q_{15}) \\ M(q_{21}) & M(q_{22}) & M(q_{23}) & M(q_{24}) & M(q_{25}) \\ M(q_{31}) & M(q_{32}) & M(q_{33}) & M(q_{34}) & M(q_{35}) \\ M(q_{41}) & M(q_{42}) & M(q_{43}) & M(q_{44}) & M(q_{45}) \\ M(q_{51}) & M(q_{52}) & M(q_{53}) & M(q_{54}) & M(q_{55}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} M(q_{11}) = & (I_1 + m_2lc_2^2\cos(q_2)^2 + I_2 + m_3l_2^2\cos(q_1)^2\cos(q_2)^2 + lc_3^2m_3\cos(q_1)^2 \\ & \cos(q_2 + q_3)^2 + m_3l_2^2\cos(q_2)^2\sin(q_1)^2 + m_3lc_3^2\cos(q_2 + q_3)^2\sin(q_1)^2 + m_3 \\ & 2l_2lc_3\cos(q_2)\cos(q_2 + q_3)\sin(q_1)^2 + m_32l_2lc_3\cos(q_1)^2\cos(q_2)\cos(q_2 + q_3) \\ & + I_3 + m_4l_2^2\cos(q_1)^2\cos(q_2)^2 + m_4l_3^2\cos(q_1)^2\cos(q_2 + q_3)^2 + m_4l_2^2\cos(q_2) \\ & \sin(q_1)^2 + m_4l_3^2\cos(q_2 + q_3)^2\sin(q_1)^2 + 2m_4l_2l_3\cos(q_1)\cos(q_2 + q_3)\sin(q_1)^2 \\ & + 2m_4l_2l_3\cos(q_1)^2\cos(q_2)\cos(q_2 + q_3) + I_4 + m_5lc_5^2 - m_5lc_5^2\cos(q_2 + \\ & q_3 + q_4)^2 + m_5l_2^2\cos(q_2)^2 + m_5l_3^2\cos(q_2 + q_3)^2 + 2m_5l_2l_3\cos(q_2 + q_3) + \\ & 2m_5l_2lc_5\cos(q_2)\sin(q_2 + q_3 + q_4) + 2m_5l_3lc_5\cos(q_2 + q_3) \\ & \sin(q_2 + q_3 + q_4) + I_5) \end{aligned}$$

$$M(q_{12}) = I_2 + I_3 + I_4 + I_5$$

$$M(q_{13}) = I_3 + I_4 + I_5$$

$$M(q_{14}) = I_4 + I_5$$

$$M(q_{15}) = I_5$$

$$M(q_{21}) = I_2 + I_3 + I_4 + I_5$$

$$\begin{aligned} M(q_{22}) = & (m_2lc_2^2 + I_2 + m_3l_2^2\cos(q_2)^2 + m_3lc_3^2\cos(q_2 + q_3)^2 + m_3l_2^2\cos(q_1)^2 \\ & \sin(q_2)^2 + m_3lc_3^2\cos(q_1)^2\sin(q_2 + q_3)^2 + m_3l_2^2\sin(q_1)^2\sin(q_2)^2 + m_3lc_3^2 \\ & \sin(q_1)^2\sin(q_2 + q_3)^2 + m_32l_2lc_3\cos(q_2)\cos(q_2 + q_3) + m_32l_2lc_3\cos(q_1)^2 \\ & \sin(q_2)\sin(q_2 + q_3) + m_32l_2lc_3\sin(q_1)^2\sin(q_2)\sin(q_2 + q_3) + I_3 + m_4l_2^2 \\ & \cos(q_2)^2 + m_4l_3^2\cos(q_2 + q_3) + m_4l_2^2\cos(q_1)^2\sin(q_2)^2 + m_4l_3^2\cos(q_1)^2 \\ & \sin(q_2 + q_3)^2 + m_4l_2^2\sin(q_1)^2\sin(q_2)^2 + m_4l_3^2\sin(q_1)^2\sin(q_2 + q_3)^2 + \\ & 2m_4l_2l_3\cos(q_2)\cos(q_2 + q_3) + 2m_4l_2l_3\cos(q_1)^2\sin(q_2)\sin(q_2 + q_3) + \\ & 2m_4l_2l_3\sin(q_1)^2\sin(q_2)\sin(q_2 + q_3) + I_4 + m_5l_2^2 + m_5l_3^2 + m_5lc_5^2 \\ & + 2m_5l_2l_3\cos(q_2)\cos(q_2 + q_3)2m_5l_2lc_5\cos(q_2 + q_3 + q_4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sin(q_2) + 2m_5l_2lc_5\cos(q_2)\sin(q_2 + q_3 + q_4)2m_5l_3lc_5\cos(q_2 \\
& + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3) + 2m_5l_3lc_5\cos(q_2 + q_3) \\
& \sin(q_2 + q_3 + q_4) + 2m_5l_2l_3\sin(q_2)\sin(q_2 + q_3) + I_5) \\
M(q_{23}) = & 1/2(m_32lc_3^2\cos(q_2 + q_3)^2 + m_32lc_3^2\cos(q_1)^2\sin(q_2 + q_3)^2 \\
& + m_32lc_3^2\sin(q_1)^2\sin(q_2 + q_3)^2 + m_32l_2lc_3\cos(q_2)\cos(q_2 + q_3) \\
& + m_32l_2lc_3\cos(q_1)^2\sin(q_2)\sin(q_2 + q_3) + m_32l_2lc_3\sin(q_1)^2 \\
& \sin(q_2)\sin(q_2 + q_3) + m_4l_3^2\cos(q_2 + q_3)^2 + 2m_4l_3^2\cos(q_1)^2 \\
& \sin(q_2 + q_3)^2 + 2m_4l_3^2\sin(q_1)^2\sin(q_2 + q_3)^2 + 2m_4l_2l_3\cos(q_2) \\
& \cos(q_2 + q_3) + 2m_4l_2l_3\cos(q_1)^2\sin(q_2)\sin(q_2 + q_3) \\
& + 2m_4l_2l_3\sin(q_1)^2\sin(q_2)\sin(q_2 + q_3) + 2m_5l_3^2 \\
& + 2m_5lc_5^2\cos(q_2 + q_3 + q_4)^2 - 2m_5l_3^2\cos(q_2 + q_3)^2 \\
& + 2m_5lc_5^2\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_1) \\
& - 2m_5l_3^2\cos(q_2 + q_3)\sin(q_1)\sin(q_2 + q_3) - 2m_5l_2lc_5 \\
& \cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2) - 4m_5l_3lc_5\cos(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \sin(q_2 + q_3) + 2m_5l_2l_3\sin(q_2)\sin(q_2 + q_3) + 2m_5l_2lc_5\cos(q_2 + q_3 \\
& + q_4)\cos(q_2)\sin(q_1) + 2m_5l_3lc_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_2 + q_3) \\
& \sin(q_1) - 2m_5l_2l_3\cos(q_2)\sin(q_1)\sin(q_2 + q_3) - 2m_5l_3lc_5 \\
& \sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_1)\sin(q_2 + q_3) + I_5) + (I_3 + I_4 + I_5) \\
M(q_{24}) = & 1/2(2m_5lc_5^2 - 2m_5l_2lc_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2) \\
& + 2m_5l_2lc_5\cos(q_2)\sin(q_2 + q_3 + q_4) - 2m_5l_3lc_5\cos(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \sin(q_2 + q_3) + 2m_5l_3lc_5\cos(q_2 + q_3) \\
& \sin(q_2 + q_3 + q_4)) + (I_4 + I_5) \\
M(q_{25}) = & I_5 \\
M(q_{31}) = & I_3 + I_4 + I_5 \\
M(q_{32}) = & 1/2(m_32lc_3^2\cos(q_2 + q_3)^2 + m_32lc_3^2\cos(q_1)^2 \\
& \sin(q_2 + q_3)^2 + m_32lc_3^2\sin(q_1)^2\sin(q_2 + q_3)^2 + m_32l_2lc_3\cos(q_2) \\
& \cos(q_2 + q_3) + m_32l_2lc_3\cos(q_1)^2\sin(q_2)\sin(q_2 + q_3) + \\
& m_32l_2lc_3\sin(q_1)^2\sin(q_2)\sin(q_2 + q_3) + m_4l_3^2\cos(q_2 + q_3)^2 \\
& + 2m_4l_3^2\cos(q_1)^2\sin(q_2 + q_3)^2 \\
& + 2m_4l_3^2\sin(q_1)^2\sin(q_2 + q_3)^2 \\
& + 2m_4l_2l_3\cos(q_2)\cos(q_2 + q_3) + 2m_4l_2l_3\cos(q_1)^2\sin(q_2)\sin(q_2 + q_3) \\
& + 2m_4l_2l_3\sin(q_1)^2\sin(q_2)\sin(q_2 + q_3) + 2m_5l_3^2 + 2m_5lc_5^2\cos(q_2 + q_3 \\
& + q_3 + q_4)^2 - 2m_5l_3^2\cos(q_2 + q_3)^2 + 2m_5 \\
& \cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_1) \\
& - 2m_5l_3^2\cos(q_2 + q_3)\sin(q_1)\sin(q_2 + q_3) - 2m_5l_2lc_5\cos(q_2 + q_3 \\
& + q_4)\sin(q_2) - 4m_5l_3lc_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3) \\
& + 2m_5l_2l_3\sin(q_2)\sin(q_2 + q_3) + 2m_5l_2lc_5\cos(q_2 + q_3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + q_4) \cos(q_2) \sin(q_1) + 2m_5 l_3 l c_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \cos(q_2 + q_3) \\
& \sin(q_1) - 2m_5 l_2 l_3 \cos(q_2) \sin(q_1) \sin(q_2 + q_3) - 2m_5 l_3 l c_5 \sin(q_2 \\
& + q_3 + q_4) \sin(q_1) \sin(q_2 + q_3) + I_5) + (I_3 + I_4 + I_5) \\
M(q_{33}) = & (m_3 l c_3^2 \cos(q_2 + q_3)^2 + m_3 l c_3^2 \cos(q_1)^2 \sin(q_2 + q_3)^2 \\
& + m_3 l c_3^2 \sin(q_1)^2 \sin(q_2 + q_3)^2 + I_3 + m_4 l_3^2 \cos(q_2 + q_3)^2 \\
& + m_4 l_3^2 \cos(q_1)^2 \sin(q_2 + q_3)^2 + m_4 l_3^2 \sin(q_1)^2 \sin(q_2 + q_3)^2 \\
& + I_4 + 2m_5 l_3^2 + 2m_5 l c_5^2 \cos(q_2 + q_3 + q_4)^2 - m_5 l_3^2 \cos(q_1)^2 \\
& - 2m_5 l_3^2 \cos(q_2 + q_3)^2 - m_5 l c_5^2 \cos(q_2 + q_3 + q_4)^2 \cos(q_1)^2 \\
& + l_3^2 m_5 \cos(q_1)^2 \cos(q_2 + q_3)^2 - 4m_5 l_3 l c_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2 \\
& + q_3) + 2m_5 l_3 \\
M(q_{34}) = & 1/2(2m_5 l c_5^2 \cos(q_2 + q_3 + q_4)^2 + 2m_5 l c_5^2 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \sin(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_1) - 2m_5 l_3 l c_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2 + q_3) \\
& - 2m_5 l_3 l c_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_1) \sin(q_2 + q_3)) + (I_4 + I_5) \\
M(q_{35}) = & I_5 \\
M(q_{41}) = & I_4 + I_5 \\
M(q_{42}) = & 1/2(2m_5 l c_5^2 - 2m_5 l_2 l c_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2) \\
& + 2m_5 l_2 l c_5 \cos(q_2) \sin(q_2 + q_3 + q_4) - 2m_5 l_3 l c_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \sin(q_2 + q_3) + 2m_5 l_3 l c_5 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3 + q_4)) + (I_4 + I_5) \\
M(q_{43}) = & 1/2(2m_5 l c_5^2 \cos(q_2 + q_3 + q_4)^2 + 2m_5 l c_5^2 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \sin(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_1) - 2m_5 l_3 l c_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2 + q_3) \\
& - 2m_5 l_3 l c_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_1) \sin(q_2 + q_3)) + (I_4 + I_5) \\
M(q_{44}) = & I_4 + m_5 l c_5^2 + I_5 \\
M(q_{45}) = & I_5 \\
M(q_{51}) = & I_5 \\
M(q_{52}) = & I_5 \\
M(q_{53}) = & I_5 \\
M(q_{54}) = & I_5 \\
M(q_{55}) = & I_5
\end{aligned}$$

La matriz de Coriolis y de fuerzas centrípetas está descrita de la siguiente manera:

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} C(q, \dot{q})_{11} & C(q, \dot{q})_{12} & C(q, \dot{q})_{13} & C(q, \dot{q})_{14} & C(q, \dot{q})_{15} \\ C(q, \dot{q})_{21} & C(q, \dot{q})_{22} & C(q, \dot{q})_{23} & C(q, \dot{q})_{24} & C(q, \dot{q})_{25} \\ C(q, \dot{q})_{31} & C(q, \dot{q})_{32} & C(q, \dot{q})_{33} & C(q, \dot{q})_{34} & C(q, \dot{q})_{35} \\ C(q, \dot{q})_{41} & C(q, \dot{q})_{42} & C(q, \dot{q})_{43} & C(q, \dot{q})_{44} & C(q, \dot{q})_{45} \\ C(q, \dot{q})_{51} & C(q, \dot{q})_{52} & C(q, \dot{q})_{53} & C(q, \dot{q})_{54} & C(q, \dot{q})_{55} \end{bmatrix}$$

$$C(q, \dot{q})_{12} = 0$$

$$C(q, \dot{q})_{13} = 0$$

$$C(q, \dot{q})_{14} = 0$$

$$C(q, \dot{q})_{15} = 0$$

$$C(q, \dot{q})_{21} = 0$$

$$\begin{aligned}
C(q, \dot{q})_{22} = & (2l_3^2 m_4 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) \cos(q_1)^2 - 2l_2^2 m_3 \cos(q_2) \sin(q_2) \\
& - 2l_2^2 m_4 \cos(q_2) \sin(q_2) - 2lc_3^2 m_3 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) \\
& - l_3^2 m_4 \sin(q_2 + q_3) + 2lc_3^2 m_3 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) \cos(q_1)^2 \\
& - 2l_2 l_3 m_4 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2) - 2l_2 l_3 m_4 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2) \\
& - 2l_2 lc_3 m_3 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2) - 2l_2 lc_3 m_3 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2) \\
& + 2l_3^2 m_4 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) \sin(q_1)^2 + 2lc_3^2 m_3 \cos(q_2 + q_3) \\
& \sin(q_2 + q_3) \sin(q_1)^2 + 2l_2^2 m_3 \cos(q_1)^2 \cos(q_2) \sin(q_2) \\
& + 2l_2^2 m_4 \cos(q_1)^2 \cos(q_2) \sin(q_2) + 2l_2^2 m_3 \cos(q_2) \sin(q_1)^2 \sin(q_2) \\
& + 2l_2^2 m_4 \cos(q_2) \sin(q_1)^2 \sin(q_2) + 2l_2 l_3 m_4 \cos(q_2 + q_3) \cos(q_1)^2 \sin(q_2) \\
& + 2l_2 l_3 m_4 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_1)^2 \cos(q_2) + 2l_2 lc_3 m_3 \cos(q_2 \\
& + q_3) \cos(q_1)^2 \sin(q_2) + 2l_2 lc_3 m_3 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_1)^2 \cos(q_2) \\
& + 2l_2 l_3 m_4 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_1)^2 \sin(q_2) + 2l_2 l_3 m_4 \sin(q_2 + q_3) \\
& \cos(q_2) \sin(q_1)^2 + 2l_2 lc_3 m_3 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_1)^2 \sin(q_2) \\
& + 2l_2 lc_3 m_3 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2) \sin(q_1)^2) dq_2 + (2l_3^2 m_4 \cos(q_2 + q_3) \\
& \sin(q_2 + q_3) \cos(q_1)^2 - 2lc_3^2 m_3 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) \\
& - l_3^2 m_4 \sin(q_2 + q_3) + 2lc_3^2 m_3 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) \cos(q_1)^2 \\
& - 2l_2 l_3 m_4 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2) + 2l_2 l_3 m_5 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2) \\
& - 2l_2 l_3 m_5 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2) - 2l_2 lc_3 m_3 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2) \\
& + 2l_3^2 m_4 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) \sin(q_1)^2 + 2lc_3^2 m_3 \cos(q_2 \\
& + q_3) \sin(q_2 + q_3) \sin(q_1)^2 + 2l_2 lc_5 m_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \cos(q_2) \\
& + 2l_2 lc_5 m_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2) + 2l_2 l_3 m_4 \cos(q_2 \\
& + q_3) \cos(q_1)^2 \sin(q_2) + 2l_2 lc_3 m_3 \cos(q_2 + q_3) \cos(q_1)^2 \sin(q_2) \\
& + 2l_2 l_3 m_4 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_1)^2 \sin(q_2) + 2l_2 lc_3 m_3 \cos(q_2 \\
& + q_3) \sin(q_1)^2 \sin(q_2)) dq_3 + (2l_3 lc_5 m_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \cos(q_2 + q_3) \\
& + 2l_3 lc_5 m_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2 + q_3) + \\
& 2l_2 lc_5 m_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \cos(q_2) \\
& + 2l_2 lc_5 m_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2)) dq_4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C(q, \dot{q})_{23} = & (lc_5^2 m_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2 + q_3 + q_4) \cos(q_1) \\
& - l_3^2 m_5 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) \cos(q_1) - l_2 l_3 m_5 \sin(q_2 + q_3) \\
& \cos(q_1) \cos(q_2) + l_3 lc_5 m_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cos(q_2 + q_3)\cos(q_1) - l_3lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3)\cos(q_1) \\
& + l_2lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_1)\cos(q_2) \Big) dq_1 + (l_3^2m_5\sin(q_2 + q_3)^2\sin(q_1) \\
& - l_3^2m_5\cos(q_2 + q_3)^2\sin(q_1) - lc_5^2m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)^2\sin(q_1) \\
& - 2lc_5^2m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3 + q_4) - l_3^2m_4\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3) \\
& + 2l_3^2m_5\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3) - 2lc_3^2m_3\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3) \\
& + lc_5^2m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)^2\sin(q_1) + 2l_3^2m_4\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3) \\
& \cos(q_1)^2 + 2lc_3^2m_3\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3)\cos(q_1)^2 - l_2l_3m_4\cos(q_2 + q_3) \\
& \sin(q_2) - l_2l_3m_4\sin(q_2 + q_3)\cos(q_2) + l_2l_3m_5\cos(q_2 + q_3) \\
& \sin(q_2) + l_2l_3m_5\sin(q_2 + q_3)\cos(q_2) - l_2lc_3m_3\cos(q_2 + q_3) \\
& \sin(q_2) - l_2lc_3m_3\sin(q_2 + q_3)\cos(q_2) + 2l_3^2m_4\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3) \\
& \sin(q_1)^2 + 2lc_3^2m_3\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3)\sin(q_1)^2 \\
& - 2l_3lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_2 + q_3) + 2l_3lc_5m_5 \\
& \sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3) - l_2lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \cos(q_2) + l_2lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2) - l_2l_3m_5\cos(q_2 + q_3) \\
& \cos(q_2)\sin(q_1) + l_2l_3m_5\sin(q_2 + q_3)\sin(q_1)\sin(q_2) \\
& - 2l_3lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3)\sin(q_1) - 2l_3lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \cos(q_2 + q_3)\sin(q_1) + l_2l_3m_4\cos(q_2 + q_3)\cos(q_1)^2\sin(q_2) + l_2l_3m_4\sin(q_2 + q_3) \\
& \cos(q_1)^2\cos(q_2) + l_2lc_3m_3\cos(q_2 + q_3)\cos(q_1)^2\sin(q_2) + l_2lc_3m_3\sin(q_2 + q_3) \\
& \cos(q_1)^2\cos(q_2) + l_2l_3m_4\cos(q_2 + q_3)\sin(q_1)^2\sin(q_2) + l_2l_3m_4\sin(q_2 + q_3) \\
& \cos(q_2)\sin(q_1)^2 + l_2lc_3m_3\cos(q_2 + q_3)\sin(q_1)^2\sin(q_2) + l_2lc_3m_3\sin(q_2 + q_3) \\
& \cos(q_2)\sin(q_1)^2 - l_2lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_1)\sin(q_2) - l_2lc_5m_5 \\
& \sin(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_2)\sin(q_1) \Big) dq_2 + (l_3^2m_5\sin(q_2 + q_3)^2\sin(q_1) \\
& - l_3^2m_5\cos(q_2 + q_3)^2\sin(q_1) - lc_5^2m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)^2\sin(q_1) \\
& - 2lc_5^2m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3 + q_4) - l_3^2m_4\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3) \\
& + 2l_3^2m_5\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3) - 2lc_3^2m_3\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3) \\
& + lc_5^2m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)^2\sin(q_1) + 2l_3^2m_4\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3) \\
& \cos(q_1)^2 + 2lc_3^2m_3\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3)\cos(q_1)^2 - l_2l_3m_4\sin(q_2 + q_3) \\
& \cos(q_2) + l_2l_3m_5\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2) - l_2lc_3m_3\sin(q_2 + q_3)\cos(q_2) + 2l_3^2m_4 \\
& \cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3)\sin(q_1)^2 + 2lc_3^2m_3\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3)\sin(q_1)^2 \\
& - 2l_3lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_2 + q_3) + 2l_3lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \sin(q_2 + q_3) + l_2lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2) - l_2l_3m_5\cos(q_2 + q_3) \\
& \cos(q_2)\sin(q_1) - 2l_3lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \sin(q_2 + q_3)\sin(q_1) - 2l_3lc_5m_5 \\
& \sin(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_2 + q_3)\sin(q_1) + l_2l_3m_4\cos(q_2 + q_3) \\
& \cos(q_1)^2\sin(q_2) + l_2lc_3m_3\cos(q_2 + q_3) \\
& \cos(q_1)^2\sin(q_2) + l_2l_3m_4\cos(q_2 + q_3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2lc_5^2m_5\cos(q_2+q_3+q_4)\sin(q_2+q_3+q_4) - lc_5^2m_5 \\
& \sin(q_2+q_3+q_4)^2\sin(q_1) + 2l_3lc_5m_5\sin(q_2+q_3+q_4) \\
& \sin(q_2+q_3) + l_2lc_5m_5\sin(q_2+q_3+q_4)\sin(q_2) \\
& - l_3lc_5m_5\cos(q_2+q_3+q_4)\sin(q_2+q_3)\sin(q_1) \\
& - l_3lc_5m_5\sin(q_2+q_3+q_4)\cos(q_2+q_3)\sin(q_1) \\
& - l_2lc_5m_5\sin(q_2+q_3+q_4)\cos(q_2)\sin(q_1))dq_4 \\
C(q, \dot{q})_{24} = & (l_2lc_5m_5\cos(q_2+q_3+q_4)\cos(q_2) + l_2lc_5m_5\sin(q_2+q_3+q_4) \\
& \sin(q_2))dq_3 + (l_3lc_5m_5\cos(q_2+q_3+q_4)\cos(q_2+q_3) + \\
& l_3lc_5m_5\sin(q_2+q_3+q_4)\sin(q_2+q_3) + \\
& l_2lc_5m_5\cos(q_2+q_3+q_4)\cos(q_2) + \\
& l_2lc_5m_5\sin(q_2+q_3+q_4)\sin(q_2))dq_4 \\
C(q, \dot{q})_{25} = & 0 \\
C(q, \dot{q})_{31} = & 0 \\
C(q, \dot{q})_{32} = & (lc_5^2m_5\cos(q_2+q_3+q_4)\sin(q_2+q_3+q_4)\cos(q_1) - l_3^2m_5 \\
& \cos(q_2+q_3)\sin(q_2+q_3)\cos(q_1) - l_2l_3m_5\sin(q_2+q_3)\cos(q_1)\cos(q_2) \\
& + l_3lc_5m_5\cos(q_2+q_3+q_4)\cos(q_2+q_3)\cos(q_1) - l_3lc_5m_5 \\
& \sin(q_2+q_3+q_4)\sin(q_2+q_3)\cos(q_1) + l_2lc_5m_5\cos(q_2+q_3+q_4)\cos(q_1) \\
& \cos(q_2))dq_1 + (l_3^2m_5\sin(q_2+q_3)^2\sin(q_1) - l_3^2m_5\cos(q_2+q_3)^2\sin(q_1) \\
& - lc_5^2m_5\sin(q_2+q_3+q_4)^2\sin(q_1) - 2lc_5^2m_5\cos(q_2+q_3+q_4) \\
& \sin(q_2+q_3+q_4) - l_3^2m_4\cos(q_2+q_3)\sin(q_2+q_3) \\
& + 2l_3^2m_5\cos(q_2+q_3)\sin(q_2+q_3) - 2lc_3^2m_3\cos(q_2+q_3)\sin(q_2+q_3) \\
& + lc_5^2m_5\cos(q_2+q_3+q_4)^2\sin(q_1) + 2l_3^2m_4\cos(q_2+q_3)\sin(q_2+q_3) \\
& \cos(q_1)^2 + 2lc_3^2m_3\cos(q_2+q_3)\sin(q_2+q_3)\cos(q_1)^2 - l_2l_3m_4\cos(q_2+q_3) \\
& \sin(q_2) - l_2l_3m_4\sin(q_2+q_3)\cos(q_2) + l_2l_3m_5\cos(q_2+q_3) \\
& \sin(q_2) + l_2l_3m_5\sin(q_2+q_3)\cos(q_2) - l_2lc_3m_3\cos(q_2+q_3)\sin(q_2) \\
& - l_2lc_3m_3\sin(q_2+q_3)\cos(q_2) + 2l_3^2m_4\cos(q_2+q_3) \\
& \sin(q_2+q_3)\sin(q_1)^2 + 2lc_3^2m_3\cos(q_2+q_3)\sin(q_2+q_3) \\
& \sin(q_1)^2 - 2l_3lc_5m_5\cos(q_2+q_3+q_4)\cos(q_2+q_3) + 2l_3lc_5m_5 \\
& \sin(q_2+q_3+q_4)\sin(q_2+q_3) \\
& - l_2lc_5m_5\cos(q_2+q_3+q_4)\cos(q_2) + l_2lc_5m_5 \\
& \sin(q_2+q_3+q_4)\sin(q_2) - l_2l_3m_5\cos(q_2+q_3)\cos(q_2)\sin(q_1) \\
& + l_2l_3m_5\sin(q_2+q_3)\sin(q_1)\sin(q_2) - 2l_3lc_5m_5\cos(q_2+q_3+q_4) \\
& \sin(q_2+q_3)\sin(q_1) - 2l_3lc_5m_5\sin(q_2+q_3+q_4)\cos(q_2+q_3) \\
& \sin(q_1) + l_2l_3m_4\cos(q_2+q_3)\cos(q_1)^2\sin(q_2) + l_2l_3m_4\sin(q_2+q_3) \\
& \cos(q_1)^2\cos(q_2) + l_2lc_3m_3\cos(q_2+q_3)\cos(q_1)^2\sin(q_2) \\
& + l_2lc_3m_3\sin(q_2+q_3)\cos(q_1)^2\cos(q_2) + l_2l_3m_4\cos(q_2+q_3) \\
& \sin(q_1)^2\sin(q_2) + l_2l_3m_4\sin(q_2+q_3)\cos(q_2) \\
& \sin(q_1)^2 + l_2lc_3m_3\cos(q_2+q_3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sin(q_1)^2 \sin(q_2) + l_2 l_3 m_3 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2) \sin(q_1)^2 - l_2 l_3 m_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_1) \sin(q_2) - l_2 l_3 m_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4) \cos(q_2) \sin(q_1)) dq_2 + (l_3^2 m_5 \sin(q_2 + q_3)^2 \sin(q_1) - l_3^2 m_5 \cos(q_2 + q_3)^2 \sin(q_1) - l_3^2 m_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4)^2 \sin(q_1) - 2l_3^2 m_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2 + q_3 + q_4) - l_3^2 m_4 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) + 2l_3^2 m_5 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) - 2l_3^2 m_3 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_1) \sin(q_2 + q_3) + l_3^2 m_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4)^2 + 2l_3^2 m_4 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) \cos(q_1)^2 + 2l_3^2 m_3 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) \cos(q_1)^2 - l_2 l_3 m_4 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2) + l_2 l_3 m_5 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2) - l_2 l_3 m_3 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2) + 2l_3^2 m_4 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) \sin(q_1)^2 + 2l_3^2 m_3 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) \sin(q_1)^2 - 2l_3 l_3 m_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \cos(q_2 + q_3) + 2l_3 l_3 m_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2 + q_3) + l_2 l_3 m_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2) - l_2 l_3 m_5 \cos(q_2 + q_3) \cos(q_2) \sin(q_1) - 2l_3 l_3 m_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2 + q_3) \sin(q_1) - 2l_3 l_3 m_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4) \cos(q_2 + q_3) \sin(q_1) + l_2 l_3 m_4 \cos(q_2 + q_3) \cos(q_1)^2 \sin(q_2) + l_2 l_3 m_3 \cos(q_2 + q_3) \cos(q_1)^2 \sin(q_2) + l_2 l_3 m_4 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_1)^2 \sin(q_2) + l_2 l_3 m_3 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_1)^2 \sin(q_2) - l_2 l_3 m_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4) \cos(q_2) \sin(q_1)) dq_3 + (l_3^2 m_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4)^2 \sin(q_1) - 2l_3^2 m_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2 + q_3 + q_4) - l_3^2 m_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4)^2 \sin(q_1) + 2l_3 l_3 m_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2 + q_3) + l_2 l_3 m_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2) - l_3 l_3 m_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2 + q_3) \sin(q_1) - l_3 l_3 m_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4) \cos(q_2 + q_3) \sin(q_1) - l_2 l_3 m_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4) \cos(q_2) \sin(q_1)) dq_4 \\
C(q, \dot{q})_{33} = & (2l_3^2 m_5 \cos(q_1) \sin(q_1) - 2l_3^2 m_5 \cos(q_2^2 + 2q_2 q_3 + q_3^2) \cos(q_1) \sin(q_1) + 2l_3^2 m_5 \cos(q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 + 2q_2 q_3 + 2q_2 q_4 + 2q_3 q_4) \cos(q_1) \sin(q_1) - 4l_3 l_3 m_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2 + q_3) \cos(q_1) \sin(q_1)) dq_1 + (4l_3^2 m_5 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) - 2l_3^2 m_4 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) - 4l_3^2 m_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2 + q_3 + q_4) - 2l_3^2 m_3 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) + 2l_3^2 m_5 \cos(q_2 + q_3 + q_4) \sin(q_2 + q_3 + q_4) \cos(q_1)^2 + 2l_3^2 m_4 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) \cos(q_1)^2 - 2l_3^2 m_5 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) \cos(q_1)^2 + 2l_3^2 m_3 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) \cos(q_1)^2 + 2l_3^2 m_4 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) \sin(q_1)^2 + 2l_3^2 m_3 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) \sin(q_1)^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sin(q_2 + q_3)\sin(q_1)^2 - 4l_3lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_2 + q_3) \\
& + 4l_3lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3) + 2l_3lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \cos(q_2 + q_3)\cos(q_1)^2 - 2l_3lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3) \\
& \cos(q_1)^2) dq_2 + (4l_3^2m_5\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3) - 2l_3^2m_4\cos(q_2 + q_3) \\
& \sin(q_2 + q_3) - 4lc_5^2m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3 + q_4) - \\
& 2lc_3^2m_3\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3) + 2lc_5^2m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \sin(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_1)^2 + 2l_3^2m_4\cos(q_2 + q_3) \\
& \sin(q_2 + q_3)\cos(q_1)^2 - 2l_3^2m_5\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3) \\
& \cos(q_1)^2 + 2lc_3^2m_3\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3)\cos(q_1)^2 + 2l_3^2 \\
& m_4\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3)\sin(q_1)^2 + 2lc_3^2m_3\cos(q_2 + q_3)\sin(q_2 + q_3) \\
& \sin(q_1)^2 - 4l_3lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_2 + q_3) + 4l_3lc_5m_5 \\
& \sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3) + 2l_3lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \cos(q_2 + q_3)\cos(q_1)^2 - 2l_3lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3) \\
& \cos(q_1)^2) dq_3 + (2lc_5^2m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_1)^2 \\
& - 4lc_5^2m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3 + q_4) + 4l_3lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \sin(q_2 + q_3) - 2l_3lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3)\cos(q_1)^2) dq_4 \\
C(q, \dot{q})_{34} = & (m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_1)lc_5^2 - l_3m_5 \\
& \sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3)\cos(q_1)lc_5) dq_1 + (lc_5^2m_5\cos(q_2 \\
& + q_3 + q_4)^2\sin(q_1) - 2lc_5^2m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3 + q_4) \\
& - lc_5^2m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)^2\sin(q_1) - l_3lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_2 + q_3) \\
& + l_3lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3) - l_3lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \sin(q_2 + q_3)\sin(q_1) - l_3lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_2 + q_3)\sin(q_1)) dq_2 \\
& + (lc_5^2m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)^2\sin(q_1) - 2lc_5^2m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 \\
& + q_3 + q_4) - lc_5^2m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)^2\sin(q_1) - l_3lc_5m_5 \\
& \cos(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_2 + q_3) + l_3lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \sin(q_2 + q_3) - l_3lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3) \\
& \sin(q_1) - l_3lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_2 + q_3)\sin(q_1)) \\
& dq_3 + (lc_5^2m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)^2\sin(q_1) - 2lc_5^2m_5 \\
& \cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3 + q_4) - lc_5^2m_5 \\
& \sin(q_2 + q_3 + q_4)^2\sin(q_1) + l_3lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \sin(q_2 + q_3) - l_3lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3) \\
& \sin(q_1)) dq_4 \\
C(q, \dot{q})_{35} = & 0 \\
C(q, \dot{q})_{41} = & 0 \\
C(q, \dot{q})_{42} = & (l_2lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_2) + l_2lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sin(q_2))dq_3 + (l_3lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_2 + q_3) + l_3lc_5 \\
& m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3) + l_2lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_2) \\
& + l_2lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2))dq_4 \\
C(q, \dot{q})_{43} = & (m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_1) \\
& lc_5^2 - l_3m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3) \\
& \cos(q_1)lc_5) dq_1 + (lc_5^2m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)^2\sin(q_1) - 2lc_5^2 \\
& m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3 + q_4) - lc_5^2m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)^2 \\
& \sin(q_1) - l_3lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \cos(q_2 + q_3) + l_3lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \sin(q_2 + q_3) - l_3lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3)\sin(q_1) - l_3 \\
& lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_2 + q_3)\sin(q_1))dq_2 + (lc_5^2m_5 \\
& \cos(q_2 + q_3 + q_4)^2\sin(q_1) - 2lc_5^2m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3 + q_4) \\
& - lc_5^2m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)^2 \\
& \sin(q_1) - l_3lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \cos(q_2 + q_3) + l_3lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \sin(q_2 + q_3) - l_3lc_5m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \sin(q_2 + q_3)\sin(q_1) - l_3lc_5m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)\cos(q_2 + q_3)\sin(q_1)) \\
& dq_3 + (lc_5^2m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4)^2\sin(q_1) - 2lc_5^2m_5\cos(q_2 + q_3 + q_4) \\
& \sin(q_2 + q_3 + q_4) - lc_5^2m_5\sin(q_2 + q_3 + q_4)^2\sin(q_1) + l_3lc_5m_5 \\
& \sin(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3) - l_3lc_5m_5 \\
& \cos(q_2 + q_3 + q_4)\sin(q_2 + q_3)\sin(q_1))dq_4 \\
C(q, \dot{q})_{44} = & 0 \\
C(q, \dot{q})_{45} = & 0 \\
C(q, \dot{q})_{51} = & 0 \\
C(q, \dot{q})_{52} = & 0 \\
C(q, \dot{q})_{53} = & 0 \\
C(q, \dot{q})_{54} = & 0 \\
C(q, \dot{q})_{55} = & 0
\end{aligned}$$

El vector de gravedad está contituido de la siguiente manera:

$$g(q) = \begin{bmatrix} g(q_{11}) \\ g(q_{21}) \\ g(q_{31}) \\ g(q_{41}) \\ g(q_{51}) \end{bmatrix}$$

$$gq_{11} = 0$$

$$gq_{21} = gm_5(l_3 \cos(q_2 + q_3) + l_2 \cos(q_2) + lc_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4)) + gm_4(l_3 \cos(q_2 + q_3) + l_2 \cos(q_2)) + gm_3(lc_3 \cos(q_2 + q_3) + l_2 \sin(q_2)) + glc_2 m_2 \cos(q_2)$$

$$gq_{31} = gm_5(l_3 \cos(q_2 + q_3) + lc_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4)) + gl_3 m_4 \cos(q_2 + q_3) + glc_3 m_3 \cos(q_2 + q_3)$$

$$gq_{41} = glc_5 m_5 \sin(q_2 + q_3 + q_4)$$

$$gq_{51} = 0$$

Anexo

Resultados obtenidos

- Se envió un artículo al congreso internacional: *Second Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems (MICNON)* del *International Federation of Automatic Control (IFAC)* con el título: **Super Twisting Control For Thermo's Catalyst-5 Robotic Arm.**
- Se redactó un borrador para la revista internacional: *Applied Soft Computing* (©Clarivate Analytics Journal Citation Reports 2017)



Available online at www.sciencedirect.com

ScienceDirect

IFAC PapersOnLine 51-13 (2018) 303–308

IFAC Papers
Online
CONFERENCE PAPER ARCHIVE

Super Twisting Control For Thermo's Catalyst-5 Robotic Arm

Giovanni López Cruz* Hussain Alazki*
Ramón García Hernández**

* *Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma del Carmen, Ciudad del Carmen, Campeche, México. (e-mail: gio_lobo@hotmail.com; halazki@pampano.unacar.mx).*

** *División de Estudios de Posgrado e Investigación, Instituto Tecnológico de la Laguna, Torreón, Coahuila, México, (e-mail:rgarciah@correo.itlalaguna.edu.mx)*

Abstract: The control of industrial robotics systems is important due to the wide range of their applications. These machines are complex electromechanical systems that have multiples input/outputs, are non-linear and uncertainty. For this purpose, it is essential that the robot programmers can test the behavior of the robots in different circumstances and with varying parameters under a control methodology. In this work, it is designed a controller base on Super Twisting Algorithm (robust nonlinear controller) to reduce the chattering problem of sliding mode control with the robustness of robotic manipulator, and the stability proof in the case of nonlinear systems. Simulation results are shown and compare with the Proportional-Derivative controller using the 5-DOF (Degrees of Freedom) robotic manipulator CRS Catalyst-5 by Thermo Electron Corporation to illustrate the efficient of the proposed method.

© 2018, IFAC (International Federation of Automatic Control) Hosting by Elsevier Ltd. All rights reserved.

Keywords: Super Twisting Control, Robust Control, Robotic Manipulators.

1. INTRODUCTION

The robotic manipulators have facilitated the work in different areas (the manufacturing of pieces, assembling, painting, and even medical surgery). The first manipulator robot used in the factories was the UNIMATE, installed by the General Motors Company in 1960 (Barrientos (1997)). Since then there has been considerable development in the tasks that these machines can achieve. It is necessary to develop and apply control algorithms to complex tasks. These industrial robots have conventional controllers by default such as the proportional derivative (PD). This controller widely used for its simplicity, but it is not robust enough to the disturbances (Arad (2016)). There are diverse PD type controllers, have been successfully implemented in robot manipulators and can guarantee global and asymptotic stability for the trajectory tracking problem (Kelly R. (2003)).

In recent years, diverse strategies of control are used for in robots manipulators; the Sliding Mode Control (SMC) (Slotine (1983); Slotine (1984)) is an efficient tool to control complex dynamic plants. This controller reduces the sensitivity to disturbances and plant parameters variations. Another kind of control has been used for robotics systems; the Sliding Mode Control (SMC) (Slotine (1983); Slotine (1984)) is an efficient tool to control complex dynamic plants, this controller reduce the sensitivity to disturbances, and plant parameters variations, another kind of control for robotics systems as the adaptive control, adaptive fuzzy sliding mode (Sun (1996); Medhaffar (2006)), fuzzy logic, neural adaptive (Yu (1999)), neural networks (Ertugrul (1998)), sliding mode neuronal net-

work (Safaric (1996)), and neuro-fuzzy. A new model-free control law that combines the PD control with SMC has been proposed for trajectory tracking control of multi-degree of freedom linear translational robotics system. The results of the simulation are effectiveness and robustness of this new control law, improving trajectory tracking performance compared to the PD controller and SMC standard (Ouyang (2014)).

In the context of robustness, the SMC became the principal operational mode for this class of control systems ((Utkin 1999); Edwards (1998)). For the nature of this control, the principal drawback is the chattering phenomenon caused by the sign function while forcing the states to zero. The chattering problem is dangerous for the actuators by the high-frequency oscillations. A method to reduce the chattering is the Super-Twisting Algorithm (STA) (Levant (2007)), this algorithm was developed to avoid the chattering effect. The Super-Twisting Control (STC) can be applied to any system where it can obtain the first derivative of sliding variable. The main features of this controller are that compensates uncertainties and perturbations, guarantees finite-time convergence to the origin of sliding variable and its derivate (Chalanga (2015)).

The main idea of this paper is to design the controller for 5-DOF robotic manipulator CRS Catalyst-5 based in STA. This Robot has to default a PD controller, improve the control of the trajectory tracking is the priority. The robotic system must be controlled knowing its main features as its kinematic and dynamic. For the realization of a particular task, it was used MATLAB/Simulink to valid the dynamic model and simulate the proposed controller.

2405-8963 © 2018, IFAC (International Federation of Automatic Control) Hosting by Elsevier Ltd. All rights reserved.
Peer review under responsibility of International Federation of Automatic Control.
10.1016/j.ifacol.2018.07.295

FIGURA 5.42: Artículo publicado en IFAC MICNON 2018



UNACAR

Universidad Autónoma del Carmen
"Por la Grandeza de México"

ACUERDO PARA USO DE OBRA

A quien corresponda

PRESENTE

Por medio del presente escrito, **Giovanni Emmanuel López Cruz** (en lo sucesivo EL AUTOR) hace constar que es titular intelectual de la obra denominada, "**Control de Super-Torsión para un robot manipulador de n grados de libertad**" (en lo sucesivo la OBRA), en virtud de lo cual autoriza a la Universidad Autónoma del Carmen (en lo sucesivo la UNACAR) para que efectúe resguardo físico y/o electrónico mediante copia digital o impresa para asegurar su disponibilidad, divulgación, comunicación pública, distribución, transmisión, reproducción, así como digitalización de la misma con fines académicos y sin fines de lucro como parte de Repositorio Institucional de la UNACAR (*Runacar*).

De igual manera, es deseo del AUTOR establecer que esta autorización es voluntaria y gratuita, y que de acuerdo a lo señalado en la Ley Federal del Derecho de Autor y la Ley de Propiedad Industrial, la UNACAR cuenta con mi autorización para la utilización de la información antes señalada, estableciendo que se utilizará única y exclusivamente para los fines antes señalados. EL AUTOR autoriza a la UNACAR a utilizar las obras en los términos y condiciones aquí expresados, sin que ello implique que se le conceda licencia o autorización alguna o algún tipo de derecho distinto al mencionado respecto a la "propiedad intelectual" de la misma OBRA; incluyendo todo tipo de derechos patrimoniales sobre obras y creaciones protegidas por derechos de autor y demás formas de propiedad intelectual reconocida o que lleguen a reconocer las leyes correspondientes. Al reutilizar, reproducir, transmitir y/o distribuir la OBRA se deberá reconocer y dar crédito de autoría de la obra intelectual en los términos especificados por el propio AUTOR, y el no hacerlo implica el término de uso de esta licencia para los fines estipulados. Nada de esta licencia menoscaba o restringe los derechos patrimoniales y morales del AUTOR.

De la misma manera, se hace manifiesto que el contenido académico, literario, la edición y en general de cualquier parte de la OBRA son responsabilidad del AUTOR, por lo que se deslinda a la UNACAR por cualquier violación a los derechos de autor y/o propiedad intelectual, así como cualquier responsabilidad relacionada con la misma frente a terceros. Finalmente, el AUTOR manifiesta que estará depositando la versión final de su Tesis de maestría, OBRA y cuenta con los derechos morales y patrimoniales correspondientes para otorgar la presente autorización de uso.

En la ciudad de Carmen, del estado de Campeche a los 05 días el mes de octubre de 2018.

Atentamente,


GIOVANNI EMMANUEL LÓPEZ CRUZ

Nombre y Firma Autógrafa de EL AUTOR

Escriba la Facultad, Escuela, Centro a la que está suscrita la obra: Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma del Carmen, Campus III.