UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL CARMEN

FACULTAD DE CIENCIAS EDUCATIVAS

MAESTRÍA EN INNOVACIÓN Y PRÁCTICAS EDUCATICAS

INFLUENCIA DE GEOGEBRA EN EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE ALUMNOS DE BACHILLERATO

TESIS QUE PRESENTA

JOSÉ GUADALUPE JIMÉNEZ GARCÍA

COMO OPCIÓN AL GRADO DE

MAESTRO EN INNOVACIÓN Y PRÁCTICAS EDUCATIVAS

DIRECTORES DE TESIS

MTRO. SERGIO JIMÉNEZ IZQUIERDO

DRA. SANTA DEL CARMEN HERRERA SÁNCHEZ

Ciudad del Carmen, Campeche, México; febrero de 2019.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL CARMEN

FACULTAD DE CIENCIAS EDUCATIVAS

MAESTRÍA EN INNOVACIÓN Y PRÁCTICAS EDUCATICAS

INFLUENCIA DE GEOGEBRA EN EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE ALUMNOS DE BACHILLERATO

TESIS QUE PRESENTA

JOSÉ GUADALUPE JIMÉNEZ GARCÍA

COMO OPCIÓN AL GRADO DE

MAESTRO EN INNOVACIÓN Y PRÁCTICAS EDUCATIVAS

DIRECTOR DE TESIS

MTRO. SERGIO JIMÉNEZ IZQUIERDO

DRA. SANTA DEL CARMEN HERRERA SÁNCHEZ

Ciudad del Carmen, Campeche, México; febrero de 2019.

Aprobaciones

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL CARMEN
DES: EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
Facultad de Ciencias Educativas

CONFRATERNIDAD UNIVERSITARIA PARA LA EXCELENCIA

Ciudad del Carmen, Campeche, 25 de enero de 2019
Asunto: Autorización de Impresión de Tesis

Lic. José Guadalupe Jiménez García
Aspirante al grado de Maestría
P R E S E N T E

El comité revisor integrado por los maestros Mario Saucedo Fernández, Leticia Arias Gómez y Yazmin del Carmen Pérez Nares, han concluido con la revisión de su trabajo de tesis titulada **"Influencia de GeoGebra en el rendimiento académico de alumnos de bachillerato",** por lo que han decidido aprobar la tesis que usted presenta dado que cubre con los criterios establecidos, por lo que la dirección de la facultad autoriza la impresión del mismo con el objetivo de que continúe con sus trámites para obtener el grado de Maestría en Innovación y Prácticas Educativas.

Sin más por el momento le envío un saludo.

ATENTAMENTE
"POR LA GRANDEZA DE MÉXICO"

DES EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
DIRECCIÓN

MTRA. GINA DEL PILAR PACHECO BALAM
DIRECTORA INTERINA
FACULTAD DE CIENCIAS EDUCATIVAS

CIEES

CEPPE

COAPEHUM

Licenciatura en Educación

Licenciatura en Lengua Inglesa

Programas evaluados en nivel 1 de CIEES y reacreditados por COPAES

Licenciatura en Comunicación Gestión Cultural

Maestría en Innovación y Prácticas Educativas en el PNPC del CONACyT

Calle 56 No. 4, Esq. Av. Concordia, C.P. 24180, Cd. del Carmen, Campeche, Tel. (938) 38 1 10 18 Ext.1900

Hoja de Advertencia

Por este medio declaro que este trabajo de investigación titulado "Influencia de GeoGebra en el rendimiento académico de alumnos de bachillerato" es un trabajo realizado por mí, a excepción de las citas y referencias que empleo para fundamentar las argumentaciones expuestas, de las que doy crédito a sus autores.

Asimismo, afirmo que el título y contenido de este trabajo es genuino; no ha sido presentado anteriormente, para la obtención de un título profesional o grado académico equivalente.

Atentamente

____

José Guadalupe Jiménez García

Abstract

This research work was proposed due to the difficulties and problems found in the students of fifth semester of the Colegio de Bachilleres del Estado de Campeche (COBACAM), mainly with the students attending the academic year 2014B, 2015B and 2016B. Those problems were about the difficulties in the topic of maximums and relative minimums of Calculus. In order to tackle this situation a technological tool was implemented with the purpose of increasing the academic achievements of the students. This research was done from the 16th of August 2017 to the 13th of January 2018 with the students of the 2017B semester (this was during the dates between the 3rd of November to the 8th of December 2017). The study reported here was a quantitative and correlational one with a quasi-experimental design. The participants in this study were 42 students, divided by a study group of 21 and a control group of the other 21 remaining. A pre-test was administered in order to test the homogeneity of the participants in the topic in question. Later on, the control group was taught in a traditional and common way, it means using the blackboard and markers in order to draw the graphs, whereas the study group was exposed to the software GeoGebra to make the graphs, this software allows students to build their own knowledge. At the end of the treatment, a post-test was administered (there were 20 items in this post-test), this post test revealed a reliability of 0.785 with Cronbach Alfa test. Also, a survey to analyze the students beliefs of the use of GeoGebra software was applied. The results show that after running a t-test of two independent samples the null hypothesis was rejected, so concluding that the students that used the GeoGebra software got a better academic achievement in the topic researched.

Resumen

Con base a la experiencia de que los estudiantes de quinto semestre en los períodos 2014B, 2015B y 2016B del Colegio de Bachilleres del Estado de Campeche (COBACAM) Plantel 05 Atasta, presentaron dificultades en la comprensión del tema máximos y mínimos relativos de Cálculo Diferencial, surgió este trabajo de investigación con la necesidad de encontrar un recurso tecnológico que influyera en el rendimiento académico de los alumnos. El estudio se realizó en el semestre 2017B (16 de agosto de 2017 al 31 de enero de 2018), en el período comprendido del 3 de noviembre al 8 de diciembre de 2017. El enfoque del estudio fue de carácter cuantitativo del tipo correlacional, con un diseño cuasiexperimental, la población estuvo integrada por 42 alumnos, donde el grupo Experimental y el de Control se conformaron por 21 estudiantes. Al inicio del estudio se aplicó una preprueba para determinar que los grupos eran homogéneos partiendo del mismo nivel de conocimiento en cuanto al tema. Posteriormente al grupo Control se le impartió el tema de manera tradicional haciendo uso de la pizarra para realizar las gráficas de funciones, mientras que al Experimental se le explicó el tema, pero para graficar funciones se utilizó la interactividad de GeoGebra, el cual es un software matemático que permite que los alumnos construyan su propio conocimiento. Al finalizar el tratamiento se aplicó una posprueba, compuesta por 20 ítems, cuya confiabilidad fue de 0.785 en el Alfa de Cronbach. También se aplicó una encuesta para analizar la actitud de los alumnos frente al uso de GeoGebra. Al analizar los resultados mediante la prueba estadística *t de Student* para dos muestras independientes, se rechazó la hipótesis nula, llegando a la conclusión que los alumnos que hicieron uso de GeoGebra tuvieron un mejor rendimiento académico.

Reconocimiento

El presente trabajo es un esfuerzo conjunto en el cual, directa o indirectamente, participaron varias personas leyendo, opinando, corrigiendo, teniéndome paciencia, dando ánimo, acompañando en los momentos de crisis y en los momentos de felicidad, por lo cual merecen las gracias porque sin su valiosa aportación no hubiera sido posible este trabajo.

Primeramente, quiero agradecer al Todopoderoso por darme fuerzas y salud para poder realizar este trabajo, por darme la fe necesaria para poder emprender esta meta y por permitirme alcanzarla, por su amor y su bondad.

A mis dos grandes amores, mi esposa Karen Doribel y mi hijo Eri Dariel, quienes son mi mayor motivación en mi vida día con día y quienes me acompañaron durante todo el tiempo que transcurrido esta investigación, quienes de forma incondicional entendieron mis ausencias y mis malos momentos causados por el estrés de los estudios, pero que siempre estuvieron a mi lado para echarme porras y decirme si se puede, si se puede.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) le agradezco la beca recibida durante la maestría, pues sin dicho apoyo sería imposible llevar acabo estos estudios y este trabajo de investigación.

A la Universidad Autónoma del Carmen (UNACAR), por ofertar esta maestría, que sin duda es uno de los posgrados que se centran en formar maestros que permitan innovar y mejorar las prácticas educativas, dichos estudios incitan a buscar estrategias que permitan que los alumnos desarrollen su propio conocimiento.

Expreso mi más profundo agradecimiento a mi amigo y director de tesis Mtro. Sergio Jiménez Izquierdo, por su amistad, instrucción y colaboración durante el desarrollo de este trabajo, le agradezco las múltiples sugerencias y consideraciones para el desarrollo del proyecto de investigación.

Mi especial agradecimiento a la Dra. Santa, Coordinadora de este Posgrado, quien siempre estuvo atenta para sugerencias y trámites que conlleva este posgrado, sin duda una gran persona a la que siempre estaré agradecido por todo su apoyo, sé que siempre podré contar con todo su ayuda incondicional.

A los docentes y miembros del cuerpo académico de Matemática Educativa de la UNACAR, por su amistad y sugerencias para el desarrollo de esta investigación y de los artículos académicos que en su momento se realizaron como parte del trabajo de la maestría. Todos forman parte esencial de mi formación en la maestría.

A los revisores de tesis, la Mtra. Leticia Arias Gómez, la Mtra. Yazmin Pérez Narez y el Mtro. Mario Saucedo Fernández, gracias por haber dedicado el tiempo necesario para revisar cada línea de este trabajo, así como las sugerencias para su corrección.

Al Colegio de Bachilleres del Estado de Campeche (COBACAM) Plantel 05 Atasta y a su director, Ing. Donaldo Contreras de los Santos, por brindarme el espacio, los grupos y los recursos tecnológicos del Plantel para llevar a cabo este proyecto de investigación.

A mis compañeras y compañeros del grupo, que sin duda formamos un gran equipo, por los buenos y malos momentos que viví con ellos, nunca se olvidaran. Creo que cada uno logró seis amigos en los que podremos confiar el resto de nuestras vidas.

Índice de contenido

Índice de tablas

Índice de Figuras

CAPÍTULO UNO

Introducción

Este capítulo tiene como objetivo, presentar el problema de investigación, planteando los antecedentes que dieron surgimiento a la idea de investigación y su justificación, mediante el análisis de estudios anteriores para fundamentar la pregunta de investigación. Además, se describen los objetivos, que señalan el camino seguido para realizar este estudio. De igual forma se presenta la hipótesis que se deseaba probar al realizar la investigación, además de las limitantes que podrían afectar en su momento al desarrollo de las actividades del estudio.

1.1 Antecedentes del problema

La tecnología ha permitido el desarrollo de la industria para la comodidad del hombre en las diversas áreas del conocimiento. La educación, como área formadora de futuros profesionistas, no debe quedarse atrás en la utilización de esta herramienta para la generación de conocimientos, habilidades y destrezas en los educandos, con la finalidad de que cuenten con las competencias necesarias para el servicio a la sociedad.

La educación debe innovar para enseñar al ser humano a desenvolverse en su vida cotidiana. La innovación de la educación consiste en, introducir en sus técnicas de enseñanza, el uso de la tecnología para el aprendizaje de los diversos conceptos y aplicaciones necesarios para el desarrollo del conocimiento científico. Tal como comentan Arias, Guillén y Ortiz (2011), la introducción de una herramienta computacional en un ambiente escolar motiva al estudiante a buscar y construir su propio conocimiento permitiendo un aprendizaje mayor y más significativo.

Por otro lado, la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS, 2008) describe un modelo educativo integral centrado en el desarrollo de competencias que permitan a los jóvenes resolver problemas de la vida real aplicando los conceptos aprendidos en su paso por las instituciones de Educación Media Superior (EMS).

Las competencias genéricas que menciona la RIEMS son comunes a todos los egresados de la EMS, son competencias clave, por su importancia y aplicaciones diversas a lo largo de la vida; son transversales, por ser relevantes a todas las disciplinas y espacios curriculares de la EMS, y son transferibles, por reforzar la capacidad de los estudiantes de adquirir otras competencias.

El acuerdo secretarial 444 de la RIEMS establece las competencias que constituyen el Marco Curricular Común (MCC) del Sistema Nacional de Bachillerato (SNB), el acuerdo citado anteriormente menciona que las competencias genéricas que deben poseer un egresado de EMS son aquellas que le permitirán continuar con sus estudios superiores, competencias que les permitirá elegir una adecuada formación profesional, además de prepararlos para enfrentarse a la vida.

De acuerdo con la RIEMS, existe la necesidad de formar pensadores críticos y reflexivos en los jóvenes egresados de las diversas instituciones de EMS, para que cuando inicien una carrera universitaria posean las competencias necesarias para lograr el éxito académico y profesional. Ennis (1996) resalta que el pensamiento crítico se desarrolla a partir de la reflexión y de la razón de cada problema o situación, al usar este pensamiento como herramienta cada persona decide qué creer o qué hacer, para tomar una decisión que le permita encontrar la solución a un problema específico.

Vergel, Duarte y Martínez (2015) comentan que la matemática se considera la base de los procesos complejos del conocimiento, donde es necesario poseer un pensamiento crítico, reflexivo y analítico, además de que las matemáticas suelen ser muy importantes en los primeros años de la formación intelectual de cada persona ya que permiten desarrollar la capacidad para poder razonar, formular y solucionar problemas, y suelen ser muy importantes en los primeros años de la formación intelectual de cada persona en los procesos de abstracción.

Si los alumnos desarrollaran un pensamiento crítico, tendrían la capacidad de tomar decisión y resolver problemas de la vida cotidiana, es entonces importante para las instituciones de EMS lograr que sus jóvenes egresados, sean pensadores críticos y reflexivos para que puedan dar solución a problemas de la vida cotidiana, en cualquier área del conocimiento; pero lo anterior, no sucede en los jóvenes mexicanos, los resultados de México en la prueba del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés) 2015, muestra resultados desfavorables de los jóvenes, tal como muestra la Tabla 1.

Tabla 1

Resultados de Habilidad Matemática en PISA 2012 y 2015

PISA 2012		PISA 2015	
Media OCDE	494	Media OCDE	490
Shanghái-China	613	Singapur	564
México	413	México	408

Nota: Fuente OCDE

Como se observa en la Tabla 1, el país no demostró un mejor desempeño en habilidad matemática con respecto a los resultados obtenidos en PISA 2012, los cuales son muy desalentadores, figurando muy por debajo de la media de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE).

Surgen aquí las cuestiones ¿Qué se está haciendo mal en la educación de los jóvenes mexicanos?, ¿Por qué los jóvenes no mejoran su rendimiento en habilidad matemática?, ¿Qué están haciendo bien países como Singapur y Shanghái-China para lograr que sus jóvenes sobre salgan en el dominio de las matemáticas?, las respuestas a tales cuestiones podrían estar en las estrategias que emplean los docentes para la enseñanza de esta importante área del conocimiento.

La Tabla 1 muestra que, para el caso de México, la habilidad matemática es un problema latente, los jóvenes no están desarrollando las competencias matemáticas que todo egresado de EMS debe de poseer para enfrentarse a la vida y cuando ingresan a las carreras de ingeniería en las Instituciones de Educación Superior (IES), tienen problemas en los primeros semestres de su formación profesional.

El profesor debe buscar estrategias para hacer sus clases más interesantes y amenas, y la tecnología puede ser una buena herramienta para el desarrollo y la construcción del conocimiento matemático, para Cotic (2014), lograr que las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) sean integradas en el aula de matemáticas va a depender mucho del interés y de la capacidad del docente para generar un ambiente de aprendizaje que permita la producción de conocimientos con la elaboración de clases dinámicas, para estimular el aprendizaje continuo y el trabajo colaborativo de los alumnos.

De la problemática anterior surgieron las siguientes cuestiones ¿Existirá alguna herramienta o aplicación tecnológica que sea sencilla de operar y qué permita la construcción del conocimiento matemático?, ¿si existiera dicha herramienta, permitirá que los alumnos comprendan los conceptos de máximos y mínimos relativos?, ¿mejoran los alumnos su rendimiento académico al utilizar la herramienta tecnológica en la asignatura de Cálculo Diferencial?, ¿será factible la utilización de dicha herramienta en el aula de matemáticas? Para dar respuesta a las cuestiones anteriores, se analizaron diversas herramientas tecnológicas, entre las que destacó GeoGebra, por la sencillez de operación, manipulación y visualización de sus componentes para la construcción del conocimiento matemático.

Según Saucedo, Godoy, Fraire y Herrera (2014), el profesor tiene un importante papel, tiene que observar y ayudar a sus estudiantes, por lo que debe adoptar una actitud de serenidad, y sus habilidades didácticas y metodológicas son muy importantes para que pueda solucionar problemas y dificultades inesperadas. Es entonces, responsabilidad del docente lograr que sus alumnos construyan su propio conocimiento, haciendo uso de diversas estrategias, entre las cuales se pueden mencionar a GeoGebra como una herramienta tecnológica que permite la construcción del conocimiento matemático.

Por otro lado, Ruiz, Seoane y Di Blasi (2008) consideran que las actividades construidas con GeoGebra, el cual es un software educativo para enseñar matemáticas, bajo una concepción constructivista y cooperativa del aprendizaje, son útiles para promover entornos educativos que favorezcan en los estudiantes la adquisición de competencias para realizar conjeturas, validar resultados y elaborar conclusiones, así como ser capaces de explicar los pasos a seguir para resolver las situaciones planteadas.

Por las razones anteriores, esta investigación trata de demostrar que el uso de GeoGebra como herramienta tecnológica para la comprensión y el aprendizaje de los máximos y mínimos relativos. Los últimos 2 años, en los semestres 2015B y 2016B, se observó mediante un análisis estadístico, un bajo rendimiento académico en la materia de Cálculo Diferencial en el tema de máximos y mínimos relativos de los alumnos de quinto semestre del Colegio de Bachilleres del Estado de Campeche (COBACAM) en el Plantel 05 Atasta, ubicado en el poblado de Atasta. Tal como describe la Tabla 2.

Tabla 2

Porcentajes de reprobación en Bloque IV de Cálculo Diferencial

	Semestre		
	2014B	2015B	2016B
Grupo	No Aprobados	No Aprobados	No Aprobados
501	15%	94.59%	45.84%
502	75%	100%	33.33%
503	100%	100%	44.44%
Promedio	63.33%	98.20%	41.20%

Nota: Control Escolar COBACAM 05 Atasta

La Tabla 2 evidencia la problemática en la comprensión y aplicación de la derivada en la solución de problemas con máximos y mínimos en las generaciones 2012-2014, 2013-2016 y 2015-2016, lo expuesto anteriormente muestra que en su momento tales alumnos presentaron un déficit en la compresión y la aplicación de la derivada, al cuestionarles verbalmente, muchos de ellos argumentaron que el Cálculo Diferencial es una materia difícil y complicada para obtener buenos resultados, estos estudiantes se conforman con la ponderación asignada por el docente. Lo anterior expuesto demuestra que es urgente que el profesor desarrolle e implemente una estrategia que permita a los educandos comprender y construir el conocimiento de este concepto matemático.

1.2 Planteamiento del problema

Ante la situación en la que se encontraban los alumnos del quinto semestre del COBACAM 05 Atasta, se realizó el siguiente planteamiento del problema: determinar la influencia del software GeoGebra en la construcción del conocimiento matemático en alumnos de bachillerato en el tema de máximos y mínimos relativos de la asignatura Cálculo Diferencial.

1.3 Objetivos de la investigación

Determinar la influencia de GeoGebra en el rendimiento académico de los alumnos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta en el tema se máximos y mínimos relativos. Además, determinar la actitud de los estudiantes frente al uso de GeoGebra al presentar el tema de máximos y mínimos relativos.

1.4 Preguntas de investigación

Derivado de la problemática expuesta anteriormente, se desprenden las siguientes preguntas de investigación:

a) ¿Existe factibilidad de aplicar GeoGebra para mejorar el rendimiento académico de los alumnos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta en el tema de máximos y mínimos?

b) ¿Mejorarán los alumnos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta su rendimiento académico en el tema de máximos y mínimos relativos haciendo uso de GeoGebra?

c) ¿Cuál es la actitud de los alumnos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta al utilizar GeoGebra en el proceso enseñanza aprendizaje del tema de máximos y mínimos relativos?

d) ¿Cómo influye el uso de GeoGebra en el rendimiento académico de los alumnos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta en el tema de máximos y mínimos relativos?

1.5 Justificación de la investigación

Las nuevas tendencias tecnológicas han permitido que la enseñanza de las matemáticas esté innovando al introducir diferentes recursos tecnológicos para ayudar en su proceso enseñanza-aprendizaje. Tal como comentan Barrera y Santos (2011), que el uso de la tecnología puede llegar a ser una herramienta muy poderosa para que los estudiantes logren desarrollar varias maneras de resolver tareas, sirve como un medio para que los estudiantes logren formular sus propios cuestionamientos o problemas, lo cual viene a formar un importante aspecto en el aprendizaje de las matemáticas.

Mientras que, Fernández, Izquierdo y Lima (2000) comentan que el uso de las nuevas tecnologías computacionales en la enseñanza de las matemáticas permite al estudiante explorar, inferir, hacer conjeturas, justificar, poner a prueba argumentos y de esta forma construir su propio conocimiento. Por otro lado, Jonassen (1996) menciona que la idea es que el docente utilice la tecnología computacional como herramienta cognitiva, como compañera intelectual del aprendiz para facilitar el pensamiento de alto nivel.

De acuerdo con Ángel y Bautista (2001), se debe convertir a los alumnos en profesionales creativos, con capacidad de raciocinio, sentido crítico, intuición y recursos matemáticos que les puedan ser útiles para la solución de problemas cotidianos. Por lo tanto, el profesorado está obligado a buscar herramientas que permitan la utilización de tecnologías para crear y proporcionar un ambiente de trabajo dinámico e interactivo.

El docente debe buscar herramientas que permitan cambiar las metodologías para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, desarrollar habilidades del pensamiento propias del área de matemática y mejorar el aprendizaje en los estudiantes. De la misma manera, Coll, Pozo, Sarabia y Valls (1992) afirman que la importancia del aprendizaje está en que el alumnado construya significados y atribuya sentido a lo que aprende; pues para un ingeniero o ingeniera, no basta adquirir conocimiento matemático, es determinante comprenderlo y aplicarlo.

Cuicas, Debel, Casadei y Álvarez (2007) comentan que, para los estudiantes de ingeniería, las matemáticas constituyen una herramienta para resolver problemas de aplicaciones de la ingeniería, y no se puede olvidar que éstas sirven como herramienta de cálculo para lograr el pensamiento lógico, algorítmico y heurístico, de igual manera sirve como un lenguaje universal capaz de contribuir al conocimiento y desarrollo de otras disciplinas.

Se puede aprovechar al máximo el uso de la computadora para que los alumnos utilicen un software educativo que permita la construcción del conocimiento matemático; en este trabajo se presenta al software educativo GeoGebra, como es una herramienta libre en la se pueden modelar cálculos algebraicos y geométricos, y lógicamente Cálculo Diferencial e Integral.

Se pretende aplicar GeoGebra como herramienta tecnológica para conceptualizar los máximos y mínimos relativos y que los discentes mejoren su rendimiento académico. Con la aplicación de esta herramienta en el aula, se busca que los alumnos aumenten su nivel de compresión y puedan resolver problemas de optimización que involucren el cálculo de los puntos máximos y mínimos de una función.

Gay, Tito y San Miguel (2014) realizaron un estudio en el cual mencionan que GeoGebra facilita la conversión y la interacción con los registros de representación semiótica de un mismo objeto matemático, lo cual hace posible el estudio y análisis de los conceptos de cada representación, llevando al desarrollo del pensamiento matemático de cada objeto.

Por otra parte, en una investigación Costa (2011) menciona que la mayoría de los alumnos que utilizan GeoGebra inmediatamente empiezan a desarrollar las competencias de la visualización y la manipulación de los conceptos matemáticos en el entorno visual y manipulativo del software, contrario a un planteamiento tradicional, donde los alumnos aprenden a dar solución a problemas estandarizados, lo cual no garantiza un trabajo de reflexión y comprensión de los conceptos matemáticos.

Carranza (2011), comenta que la incorporación de ambientes dinámicos, en particular GeoGebra, favorece la construcción de conocimientos matemáticos significativos, operativos y estructurados, lo que permite movilizarse fácilmente entre los sistemas de representación simbólicos, numéricos, gráficos y analíticos.

La ventaja que muestra GeoGebra radica en que aparte de ser un software gratuito, también se puede instalar en dispositivos móviles, como tabletas y celulares; además existe una versión que se ejecuta sobre los navegadores más conocidos de Internet.

Existen múltiples estudios los cuales muestran a este recurso tecnológico como una herramienta que permite la construcción del conocimiento matemático, no solo se pueden realizar y analizar gráficas, también es posible realizar análisis estadísticos tal como describe la investigación de Inzunsa (2014), sobre el uso de GeoGebra en la probabilidad, donde se observa que el diseño de este programa permite al usuario ser participe en la construcción de su propio conocimiento al interactuar con los componentes y representaciones del software.

Lo anterior expuesto muestra que GeoGebra es una herramienta tecnológica que permite la construcción del conocimiento en matemáticas y en otras áreas del conocimiento, pero no debemos olvidar que el éxito de su aplicación va a depender en gran parte por el interés del docente.

1.6 Viabilidad de la investigación

Después de analizar los recursos tecnológicos y de los grupos que se encuentran en el COBACAM 05 Atasta, se puede determinar que esta investigación fue viable por las siguientes razones:

- El objeto de estudio es la asignatura de Cálculo Diferencial que se imparte de forma anual en los semestres impares a los alumnos que se encuentran en quinto semestre, por lo tanto, el proyecto se llevó acabo en el semestre 2017B.
- Cada aula del COBACAM 05 Atasta cuenta con un proyector, además el Plantel está equipado de un centro de cómputo con 36 computadoras con el software GeoGebra instalado. Se aprovechará este equipamiento tecnológico para aquellos alumnos que no contaban con computadoras en sus hogares pudieran realizar sus actividades.
- GeoGebra forma parte del tema Uso de software educativo de la asignatura Informática II que se imparte en el segundo semestre. Por lo tanto, los alumnos poseen cierto conocimiento sobre este recurso tecnológico.
- El 60% de los alumnos cuentan con computadoras portátiles o computadores personales en sus casas para poder practicar los temas estudiados en el aula. Además, cerca del 70% cuentan con un dispositivo móvil (celular o tabletas electrónicas) con las características necesarias para instalar la aplicación móvil de esta herramienta tecnológica.
- El tema de máximos y mínimos relativos forma parte Bloque IV del programa de Cálculo Diferencial, por lo que no fue necesario alterar la Secuencia Didáctica para llevar a cabo el experimento.

1.7 Evaluación de las deficiencias en el conocimiento del problema

Las principales deficiencias encontradas al realizar este proyecto de investigación fueron: primero en México existe muy poca información de la implementación de GeoGebra en aula de matemáticas; segundo en el Estado de Campeche no se encontró información sobre alguna investigación realizada sobre GeoGebra. Por lo consiguiente en el COBACAM los docentes poseen muy poca capacitación en el uso de esta herramienta tecnológica.

1.8 Establecimiento de la hipótesis

En base al problema de investigación se plantean las siguientes hipótesis que se pretenden probar al realizar la investigación.

H_1: GeoGebra aumenta el rendimiento académico de los alumnos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta en el tema de máximos y mínimos relativos.

H_2: El uso de GeoGebra en el ambiente escolar mejora la comprensión de máximos y mínimos relativos en los alumnos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta.

H_3: GeoGebra cambia de manera positiva la actitud de los alumnos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta en el aprendizaje de máximos y mínimos relativos.

H_0: Con el uso de GeoGebra en el ambiente escolar los alumnos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta NO aumentan su rendimiento académico en el tema de máximos y mínimos relativos.

H_0: GeoGebra NO cambia de manera positiva la actitud de los alumnos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta en el aprendizaje de máximos y mínimos relativos.

1.9 Importancia del estudio

La implantación de esta investigación creó un precedente en el COBACAM, sobre todo en el Plantel 05Atasta, ya que de resultar positivo el uso de esta herramienta y, se logre mejorar el nivel de rendimiento académico en el Cálculo Diferencial, los docentes podrán hacer uso de esta herramienta en todas las matemáticas y en otras asignaturas donde se necesite analizar y graficar, como por ejemplo Física I y Temas Selectos de Física I en el tema de vectores.

El impacto al aplicar GeoGebra en el proceso enseñanza-aprendizaje del Cálculo Diferencial es que los alumnos lograron comprender el concepto de máximos y mínimos relativos, además de que les permitió comprender la resolución de problemas de optimización en aplicaciones de los diversos campos de la ingeniería. Los jóvenes que utilizaron GeoGebra empezaron a hacer uso la tecnología para la solución de problemas y adquirieron las habilidades digitales necesarias y deseables en estudiantes de EMS.

1.10 Objetivos del estudio

Con todo lo anterior se plantearon los objetivos para realización de esta investigación, la cual planteaba que al aplicar y desarrollar clases interactivas con GeoGebra en el proceso enseñanza-aprendizaje de los máximos y mínimos relativos los alumnos aumentarían su rendimiento académico.

1.10.1 Objetivo general

Determinar la influencia de GeoGebra en el rendimiento académico de los alumnos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta en el tema de máximos y mínimos relativos. Determinar la actitud de los alumnos frente al aprendizaje de los máximos y mínimos relativos antes y después de utilizar GeoGebra.

1.10.2 Objetivos específicos

1. Verificar como influye el uso de GeoGebra en el rendimiento académico de los alumnos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta en el tema de máximos y mínimos relativos.
2. Medir el rendimiento académico de los alumnos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta aplicando un instrumento de evaluación del tema de máximos y mínimos relativos.
3. Evaluar los resultados de la utilización de GeoGebra en el rendimiento académico de los alumnos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta en el tema de máximos y mínimos relativos.
4. Determinar la actitud de los alumnos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta al utilizar GeoGebra en el proceso enseñanza-aprendizaje del tema de máximos y mínimos relativos.
5. Proponer el uso de GeoGebra en el desarrollo de las clases interactivas y dinámicas para la enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral en los planteles del COBACAM.

1.11 Delimitaciones y limitaciones

Este apartado describe las limitaciones entendidas como obstáculos y las restricciones que están fuera del alcance del investigador y que pueden interferir limitar el desarrollo de la investigación. Además, dentro de las delimitaciones se específica el espacio físico, temporal, temático, metodológico y poblacional del trabajo.

De población: para realizar esta investigación se cuentan con tres grupos en el COBACAM 05 Atasta, tal como se muestra en la Tabla 3.

Tabla 3

Alumnos por grupo del COBACAM 05 Atasta

	Semestre 2017B		
	Grupo 501	Grupo 502	Grupo 503
COBACAM 05 Atasta	22	22	22

Nota: Control Escolar del COBACAM 05 Atasta

Dentro de la población existió la limitante en la reducción de un grupo, que surgió al momento de llevar a cabo la investigación, esta experiencia se ha repetido en años anteriores, donde se ha dado la reducción de un grupo por ser demasiado pequeño, dado lo anterior se trabajó con los dos que quedaron, por lo que se tuvo un grupo Experimental y un grupo Control para llevar a cabo la investigación.

De lugar: la investigación se realizó únicamente en el COBACAM 05 Atasta, el cual se ubica en el Poblado de Atasta, Carmen, Campeche; no se pudo aplicar en otro el Plantel más cercano, el COBACAM 17 Nuevo Progreso.

De contenido temático: el contenido de la asignatura consta de cuatro bloques, pero en la investigación solo se abordó el Bloque IV (Calculas e interpretas máximos y mínimos aplicados a problemas de optimización), los temas de este bloque es donde los alumnos muestran mayor dificultad, esto de acuerdo con los resultados presentados por Control Escolar del COBACAM 05 Atasta.

De dominio de tecnología: Una limitante que repercutió en el desarrollo de esta investigación es el conocimiento que poseían algunos alumnos para manipular GeoGebra, lo cual causó problemas cuando estaban realizando las actividades. Cabe destacar que la experiencia ha mostrado que en los poblados de la Península de Atasta existen hogares que no cuentan con una computadora y por ende existen alumnos que no tienen un suficiente dominio computacional y tecnológico.

De variable: de acuerdo con el sistema de valuación del COBACAM, el peso que tienen las evaluaciones departamentales es del 40%, mientras que las tareas y actividades tienen un peso de 60%, donde la calificación mínima para aprobar el curso es de 6. La experiencia también ha mostrado que los alumnos no hacen el mayor esfuerzo por obtener resultados aprobatorios en las evaluaciones y casi siempre pretenden quedarse con la calificación otorgada por el docente, o solo tratan de a completar los puntos faltantes para sumar y obtener la calificación mínima aprobatoria. Lo anterior repercute en la medición del rendimiento académico, el cual resulta bajo para algunos alumnos, ya que no todos alcanzan un aprovechamiento deseable arriba de 9.

De instrumento: el instrumento de evaluación contiene reactivos parecidos a los exámenes departamentales, consta de 20 preguntas de opción múltiples. Cabe destacar que los exámenes departamentales están formados por 25 reactivos de opción múltiples; donde los procedimientos analíticos son extensos, el alumno tiene que derivar y factorizar, para posteriormente graficar la función para ubicar los máximos y mínimos. El estudiante tiene dos horas para resolver el examen, la experiencia ha mostrado que los reactivos son demasiados, comparado con el tiempo de dos horas, el cual resulta insuficiente para resolverlo.

De tiempo: la aplicación del estudio se realizó en el semestre 2017B (Agosto/2017-Enero/2018), pero específicamente en los meses de noviembre-diciembre es cuando se presenta el Bloque IV, conforme al calendario oficial de la secuencia didáctica del segundo examen parcial.

Recursos tecnológicos disponibles: Una limitante que afecto en los resultados de esta investigación es que cerca del 30% de alumnos no poseen herramientas tecnológicas, como computadoras o dispositivos móviles para realizar sus actividades o practicar en casa. La mayoría de los jóvenes para cumplir con sus tareas tienden a asistir a lugares donde rentan computadoras con internet generando un gasto familiar. Por lo enunciado anteriormente se utilizarán los recursos tecnológicos con los que cuenta el COBACAM 05 Atasta.

1.12 Definición de términos

Se presentan los conceptos primordiales que dan origen a las variables que se emplearan en el desarrollo de esta investigación, se destaca que las variables de investigación son el rendimiento académico y GeoGebra.

1.12.1 Definición conceptual

Rendimiento académico. Para Pizarro (1985) es una medida de las capacidades respondientes o indicativas que manifiestan, en forma estimativa, lo que una persona ha aprendido como consecuencia de un proceso de instrucción o formación, que puede expresarse por medio de calificaciones escolares.

GeoGebra. Es un software libre interactivo de matemática que reúne dinámicamente geometría, álgebra y cálculo, el cual permite la modelación y resolución de problemas matemáticos. Para Gay, Tito y San Miguel (2014), GeoGebra es un software que facilita la conversión y la interacción con los registros de representación semiótica de un mismo objeto matemático, lo que hace posible el estudio y análisis de los conceptos de cada representación, llevando al estudiante a desarrollar el pensamiento matemático de cada objeto.

COBACAM. Colegio de Bachilleres del Estado de Campeche es un Organismo descentralizado de la Administración Pública del gobierno del Estado de Campeche. Encargado de impartir e impulsar la Educación Media Superior en las zonas rurales de los diferentes municipios del Estado.

1.12.2 Definición operacional

Rendimiento académico. Para Erazo (2012), indica que es un sistema que permite medir los logros y la construcción del conocimiento de los alumnos, las cuales se crean por estrategias didácticas que son evaluadas y valoradas por medio de métodos cualitativos y cuantitativos.

Esta investigación pretende comparar dos grupos del COBACAM 05 Atasta para verificar el rendimiento académico de cada uno de los alumnos mediante una prueba de 20 reactivos al inicio de la investigación para identificar los conocimientos previos de los alumnos. Este instrumento de evaluación mide los indicadores de Fundamentación teórica, Manejo de información, Problemas de aplicación y Problemas de optimización con máximos y mínimos. Al finalizar de presentar los temas se volverá a aplicar un instrumento similar para tratar de probar las hipótesis planteadas en este proyecto.

GeoGebra. Carranza (2011) comenta que la incorporación de ambientes dinámicos, en particular GeoGebra, en la formación de los profesores de matemática favorece la construcción de conocimientos matemáticos significativos, operativos y estructurados; esto les permite movilizarse fácilmente entre los sistemas de representación simbólicos, numéricos, gráficos y analíticos.

GeoGebra es un software matemático que permite que los estudiantes desarrollen su propio conocimiento, mediante la interacción, el dinamismo y la visualización de conceptos matemáticos, donde los alumnos pueden manipular elementos que permitan que se apropien del conocimiento matemático. En esta investigación se empleó GeoGebra para desarrollar elementos dinámicos para la presentación del análisis gráfico de funciones que permitirá que los jóvenes ubiquen los puntos principales de la gráfica de una función visualizando el comportamiento de dichos puntos y logren comprender el concepto de máximos y mínimos relativos.

Para esta investigación se aplicarán elementos interactivos desarrollados con GeoGebra para presentar los temas del Bloque VI a los alumnos para que estos puedan construir su propio conocimiento.

COBACAM. Siendo una institución de EMS pública, queremos aprovechar toda la inversión en tecnología que realiza el gobierno estatal, con lo que pretendemos hacer uso de todos los recursos tecnológicos disponibles en el COBACAM Plantel 05 Atasta, ubicado en la Península de Atasta, en el municipio del Carmen.

CAPÍTULO DOS

Marco Teórico

Este capítulo muestra las diversas investigaciones que existen con respecto al tema de investigación y dando fundamentos a la propuesta de investigación.

2.1 La Reforma Integral de Educación Media Superior y las competencias matemáticas

La Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS), constituye las bases para el desarrollo de las competencias genéricas y disciplinares del área de matemáticas, competencias que deben poseer cada uno de los egresados de la Educación Media Superior (EMS); por esta razón se toca la RIEMS y las competencias matemáticas en este apartado.

2.1.1 La problemática en el aprendizaje de la matemática

En la actualidad el gobierno de mexicano se ha planteado la necesidad de desarrollar en los ciudadanos una serie de competencias para contrarrestar los diversos problemas que aquejan a la sociedad; algunas de esas habilidades deben ser de carácter general que permitan a cada persona enfrentarse a la vida, otras deben ser específicas para que el individuo se desarrolle en un área del conocimiento en particular.

No se debe olvidar que la sociedad actual está cada vez en un continuo desarrollo tecnológico. Los estudiantes, que se encuentran en las aulas, son jóvenes que han nacido y están creciendo con la tecnología bajo el brazo, por esta razón tales competencias se deben de desarrollar en ambiente tecnológico, impregnados por las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC).

La enseñanza matemática en México ha presentado dos grandes cambios radicales, de acuerdo con Ávila (2004), antes de la reforma de 1992, la educación se desarrollaba un ambiente dominado por un modelo tradicionalista, en el que el proceso de enseñanza-aprendizaje estaba basado en fórmulas y procedimientos, únicos, repetitivos y mecánicos, sin llegar a lograr un entendimiento del porqué y dónde usar lo aprendido.

Pero según Ávila (2004) después de la reforma, se desarrolló y se empezó a implementar un programa académico, para enseñar por medio de planteamiento de problemas, en el que se intenta desarrollar una enseñanza contextualizada y razonada, la cual no alcanza los objetivos por factores como capacitación docente, los estilos de aprendizaje y contextualización del programa en sí.

La situación de enseñanza de las matemáticas, a partir de estos dos períodos de transición académica, se han discutido y estudiado desde diferentes perspectivas epistemológicas y metodológicas (cuantitativos y cualitativos), los estudios, se centran en su mayoría sobre el uso de los materiales didácticos, libros, y algunos sobre la enseñanza del docente y el aprendizaje de los niños sobre las matemáticas; Ávila (2005), enfoca sus estudios sobre la enseñanza de las operaciones básicas en escuelas primarias, sobre el uso de los libros y de los saberes matemáticos de los analfabetos, así como las creencias y representaciones referente a las reformas; Alameda, Pilar y Lorca (2007), sobre conocimiento numérico cuantitativo; Rizo y Campistrous (1999), sobre resolución de problemas de matemáticas.

En los últimos años, se han propuesto programas académicos con el objetivo de mejorar los niveles de aprendizaje en general y principalmente de las matemáticas, a partir de que los resultados de las pruebas de PISA, Evaluación Nacional del Logro Académico en Centro Escolares (ENLACE) y Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) demuestran que el aprendizaje de los niños y jóvenes no alcanzan el nivel primario de aprovechamiento en competencias básicas, con el objetivo de cubrir y mejorar el aprovechamiento escolar, se desarrollaron la Reforma Integral de Educación Básica (RIEB) y la Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS), enfocados en una enseñanza basada en el desarrollo de competencias, donde las materias de español y matemáticas son los ejes fundamentales (SEP, 2008); pero los resultados siguen siendo los mismos e incluso la puntuación de México ha bajado, tal como muestra la Tabla 1 de los resultados de las evaluaciones de PISA 2012 y 2015, donde los jóvenes mexicanos obtuvieron 413 y 408, respectivamente. Los estudiantes de México no mejoraron su desempeño en habilidad matemática, en ambas pruebas se ubicaron muy por debajo de la media de la OCDE.

La Secretaria de Educación Pública (SEP), debe preguntarse si realmente la reforma educativa está dando los resultados esperados, hay que responder muchas interrogantes y se tienen que involucrar a todos los actores responsables de la educación, el gobierno, los maestros, los alumnos y los padres de familia.

2.1.2 La Reforma Integral de la Educación Media Superior

En el 2008 la SEP creó y promulgó la RIEMS, teniendo como objetivo principal mejorar la calidad de la EMS a nivel nacional. Según la página de la Subsecretaria de Educación

Media Superior (SEMS), la RIEMS es un proceso de común acuerdo que culminó con la creación del SNB teniendo como base cuatro pilares de soporte, la construcción de un Marco Curricular Común (MCC), la definición y reconocimiento de las porciones de la oferta de la EMS, la profesionalización de los servicios educativos y certificación nacional complementaria.

La RIEMS involucra a todos los subsistemas que componen la EMS, para dotar a los estudiantes, a los docentes y a la comunidad educativa del país con los fundamentos teórico-prácticos para que el nivel medio superior sea relevante en el diario vivir de los involucrados. Esta reforma plantea un nuevo papel para el docente asignándole nuevas tareas, como las de diseñar e implementar experiencias de aprendizaje y ser orientador y facilitador del proceso formativo, para ubicar al estudiante y su aprendizaje en el centro del proceso educativo.

2.1.3 El Sistema Nacional de Bachillerato

En el marco de la RIEMS tiene como principales propósitos busca promover un cambio cualitativo, orientando la EMS hacia el desarrollo de competencias en los jóvenes que ingresen a sus planteles, así como una mejora en la organización y las condiciones de operación de estos.

La SEP, las secretarias de educación de los Estados, la mayor parte de las Universidades Públicas representadas por la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES), crearon el Acuerdo número 442 por el que se crea y establece el Sistema Nacional de Bachillerato (SNB) en un marco de diversidad, que permite llevar a cabo el proceso de RIEMS.

Como se mencionó anteriormente, el SNB establece los ejes rectores de la RIEMS: un MCC con base en competencias, una Definición y regulación de las modalidades de oferta, los Mecanismos de gestión y una Certificación complementaria del SBN.

El SNB en la pieza fundamental de la RIEMS, pues permite ir acreditando la medida en la cual los planteles y los subsistemas realizan los cambios previstos en la reforma. Los planteles que ingresan al SNB son los que han acreditado un elevado nivel de calidad. Para ello se someten a una evaluación exhaustiva por parte del Consejo para la Evaluación de la Educación del Tipo Medio Superior (COPEEMS), que es el organismo con independencia técnica creado para ese efecto.

Un plantel que ingresa y es miembro del SNB tiene todos los lineamientos para demostrar que ha concretado hasta un determinado nivel los cambios previstos en la RIEMS, todos ellos de gran profundidad y que darán beneficios a los educandos. Esos cambios atienden a los siguientes aspectos:

- Planes y programas ajustados a la educación por competencias y al desarrollo de los campos del Planes y programas ajustados a la educación por competencias y al desarrollo de los campos del conocimiento que se han determinado necesarios, conforme a la RIEMS.
- Docentes que deben reunir las competencias previstas por la RIEMS.
- Organización de la vida escolar apropiada para el proceso de aprendizaje, la seguridad y en general el desarrollo de los alumnos.
- Instalaciones materiales suficientes para llevar a cabo el proceso de aprendizaje y el desarrollo de competencias.

Cabe mencionar que los planteles ingresan al SBN deben ir cumpliendo por etapas los niveles exigidos en cada uno de los aspectos mencionados. A cada etapa de cumplimiento corresponde un nivel dentro del SNB, el cual asigna cuatro niveles, del IV al I, siendo el de mayor categoría el nivel I, en el cual el plantel puede acreditar que ha cumplido eficazmente con la RIEMS y que se encuentra en un proceso de mejora institucional continua.

2.1.4 Competencias que constituyen el Marco Curricular Común

De acuerdo con Mendoza (2013), el término competencias se refiere a la capacidad de una persona para utilizar los conocimientos, las habilidades, los pensamientos y los valores para actuar en un contexto específico. Son consideradas recursos cognitivos porque influyen en el desarrollo de la persona, tanto a nivel personal, como social y laboral.

La definición de competencia utilizada en México por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE, 2005) es un sistema de acción complejo que abarca las habilidades intelectuales, las actitudes y otros elementos no cognitivos, como motivación, valores y emociones, que son adquiridos y desarrollados por los individuos a lo largo de su vida y son indispensables para participar eficazmente en diferentes contextos sociales. Las competencias son la combinación de destrezas, conocimientos y actitudes que se aplican para adaptarse en diferentes contextos sociales. Podría decirse que son el conjunto de habilidades cognitivas, que suelen ser alcanzadas o logradas en el desarrollo educativo de una persona, las cuales son indispensables para poder tener un correcto desenvolvimiento personal y social.

La RIEMS por su parte, en el acuerdo 442, define a una competencia como la integración de habilidades, conocimientos y actitudes en un contexto específico. Esta estructura reordena y enriquece los planes y programas de estudio existentes y se adapta a sus objetivos; no busca reemplazarlos, sino complementarlos y especificarlos. Define estándares compartidos que hacen más flexible y pertinente el currículo de la EMS.

El INEE explica que la clave del concepto de competencia está en valorar la capacidad de cada estudiante para poner en práctica sus habilidades y conocimientos en diferentes circunstancias de la vida.

PISA por su parte la define competencia matemática como la capacidad individual que posee cada individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, ésta le permite emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas y para satisfacer las necesidades de la vida personal como un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (OCDE, 2004).

Para Niss (2003), la competencia matemática es la habilidad que posee una persona para comprender, juzgar, hacer y usar los conocimientos matemáticos en una variedad de contextos intra y extra-matemáticos y en situaciones en las que los números juegan o pueden desempeñar un papel. Mientras que Pollack (1997) menciona que saber construir modelos matemáticamente, es la competencia matemática que se refiere a la capacidad que posee toda persona de ir del mundo real al modelo y del modelo al mundo real, donde los individuos obtienen e interpretan los resultados, lo cual permite el análisis de los modelos ya existentes y realizar actividades de modelización en un contexto determinado.

El MCC permite articular los programas de distintas opciones de educación media superior en el país. Comprende una serie de desempeños terminales expresados como (I) competencias genéricas, (II) competencias disciplinares básicas, (III) competencias disciplinares extendidas (de carácter propedéutico) y (IV) competencias profesionales (para el trabajo). Todas las modalidades y subsistemas de la EMS compartirán el MCC para la organización de sus planes y programas de estudio. Específicamente, las dos primeras competencias serán comunes a toda la oferta académica del SNB. Por su parte, las dos últimas se podrán definir según los objetivos específicos y necesidades de cada subsistema e institución, bajo los lineamientos que establezca el SNB.

Según el acuerdo 444, las competencias genéricas tienen tres características principales, son clave, porque son aplicables en contextos personales, sociales, académicos y laborales amplios. Son relevantes a lo largo de la vida. Son transversales, porque son relevantes a todas las disciplinas académicas, así como actividades extracurriculares y procesos escolares de apoyo a los estudiantes, y son transferibles, porque refuerzan la capacidad de adquirir otras competencias, que pueden ser genéricas o disciplinares.

En este mismo acuerdo, se establecen que las competencias que constituyen el MCC del SNB; debe estar orientado a dotar a la EMS de una identidad que responda a sus necesidades presentes y futuras y tiene como base las competencias genéricas, las disciplinares y las profesionales cuyos objetivos se describen a continuación en la Figura 1, recuperada del acuerdo 444.

Competencias		Objetivo
Genéricas		Comunes a todos los egresados de la EMS. Son competencias clave, por su importancia y aplicaciones diversas a lo largo de la vida; transversales, por ser relevantes a todas las disciplinas y espacios curriculares de la EMS, y transferibles, por reforzar la capacidad de los estudiantes de adquirir otras competencias.
Disciplinares	Básicas	Comunes a todos los egresados de la EMS. Representan la base común de la formación disciplinar en el marco del SNB.
	Extendidas	No serán compartidas por todos los egresados de la EMS. Dan especificidad al modelo educativo de los distintos subsistemas de la EMS. Son de mayor profundidad o amplitud que las competencias disciplinares básicas.
Profesionales	Básicas	Proporcionan a los jóvenes formación elemental para el trabajo.
	Extendidas	Preparan a los jóvenes con una calificación de nivel técnico para incorporarse al ejercicio profesional.

Figura 1. Competencias descritas en el Acuerdo 444 del SNB

2.1.4.1 Competencias genéricas

Para Mendoza (2013), las competencias genéricas son un conjunto de conocimientos, actitudes, valores y habilidades que están relacionados entre sí, ya que, en combinación, permiten el desempeño satisfactorio de la persona que aspira a alcanzar metas superiores a las básicas. Estas habilidades también se usan como atributos, características y cualidades, puesto que son capaces de desarrollarse en el aprendizaje cotidiano.

El acuerdo 444 describe las competencias genéricas (Tabla 4) que articulan y dan identidad a la EMS y que constituyen el perfil del egresado del SNB, son las que todos los bachilleres deben estar en capacidad de desempeñar; pues les permiten comprender el mundo e influir en él; los capacitan para continuar aprendiendo de forma autónoma a lo largo de sus vidas, y para desarrollar relaciones armónicas con quienes les rodean.

Tabla 4

Competencias que genéricas del acuerdo 444

	Competencias
Se autodetermina y cuida de sí.	1. Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.
	2. Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.
	3. Elige y practica estilos de vida saludables.
Se expresa y comunica.	4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.
Piensa crítica y reflexivamente.	5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
	6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.
Aprende de forma autónoma.	7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.
Trabaja en forma colaborativa.	8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.
Participa con responsabilidad en la sociedad.	9. Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, región, México y el mundo.
	10. Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.
	11. Contribuye al desarrollo sustentable de manera crítica, con acciones responsables.

Nota: Acuerdo 444 de la RIEMS

Las competencias mencionadas en la Tabla 4 son las que deben de poseer los jóvenes egresados de un plantel que pertenece al SNB y que deben de permitir elegir una mayor formación profesional, además de darles una preparación para enfrentarse a los diversos problemas de la vida.

2.1.4.2 Competencias disciplinares matemáticas

El SNB, también define en el acuerdo 444, que las competencias disciplinares son las nociones que expresan conocimientos, habilidades y actitudes que consideran los mínimos necesarios de cada campo disciplinar para que los estudiantes se desarrollen de manera eficaz en diferentes contextos y situaciones a lo largo de la vida.

Las competencias disciplinares pueden ser básicas o extendidas. Las competencias disciplinares básicas procuran expresar las capacidades que todos los estudiantes deben adquirir, independientemente del plan y programas de estudio que cursen y la trayectoria académica o laboral que elijan al terminar sus estudios de bachillerato. Las competencias disciplinares básicas dan sustento a la formación de los estudiantes en las competencias genéricas que integran el perfil de egreso de la EMS y pueden aplicarse en distintos enfoques educativos, contenidos y estructuras curriculares.

Las competencias disciplinares básicas de matemáticas buscan propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes. Un estudiante que cuente con las competencias disciplinares de matemáticas puede argumentar y estructurar mejor sus ideas y razonamientos. Las competencias reconocen que a la solución de cada tipo de problema matemático corresponden diferentes conocimientos y habilidades, y el despliegue de diferentes valores y actitudes. Por ello, los estudiantes deben poder razonar matemáticamente, y no simplemente responder ciertos tipos de problemas mediante la repetición de procedimientos establecidos. Esto implica el que puedan hacer las aplicaciones de esta disciplina más allá del salón de clases. Las competencias disciplinares que enuncia el acuerdo 444 en cuanto al área de matemáticas son:

1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.
8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Las competencias anteriores deben de dotar al egresado del SNB con una creatividad y pensamiento lógico y crítico para resolver problemas donde sea necesario aplicar matemáticas.

2.1.5 Competencias de los docentes de Educación Media Superior

Ruiz (2008) comenta que en la actualidad es frecuente escuchar, la tendencia es cada vez mayor a pasar de un aprendizaje mayormente centrado en el docente, concepto tradicional del proceso de enseñanza-aprendizaje, hacia uno centrado en el estudiante que implica un cambio en los roles de estudiantes y docentes. Así pues, el rol del docente deja de ser únicamente el de transmisor de conocimientos para convertirse en un facilitador y orientador del conocimiento y en un participante del proceso de aprendizaje junto con el estudiante.

Para un buen profesor de matemática no basta en lograr que los estudiantes alcancen todos los objetivos previstos en el proceso de enseñanza aprendizaje de esta disciplina. El docente de matemática debe recordar que los tiempos han cambiado, por lo tanto, él también debe innovar sus habilidades de enseñanza, debe poseer la capacidad de crear estrategias para lograr que sus alumnos desarrollen su pensamiento crítico y reflexivo.

Por tales razones se la SEP creó Acuerdo 447, en el que se establecen las competencias docentes para quienes impartan en la EMS en la modalidad escolarizada. Las competencias docentes son las que formulan las cualidades individuales, de carácter ético, académico, profesional y social que debe reunir el docente de la EMS, y consecuentemente definen su perfil. Las competencias que definen el perfil del docente de SNB, son las que se establecen a continuación:

1. Organiza su formación continua a lo largo de su trayectoria profesional.
2. Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo.

3. Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios.
4. Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora a su contexto institucional.
5. Evalúa los procesos de enseñanza y de aprendizaje con un enfoque formativo.
6. Construye ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo.
7. Contribuye a la generación de un ambiente que facilite el desarrollo sano e integral de los estudiantes.
8. Participa en los proyectos de mejora continua de su escuela y apoya la gestión institucional.

Las competencias listadas anteriormente permiten que el educador tenga la capacidad y la preparación necesaria para poder impartir clases en la EMS, pero actualmente ya no basta con poseer las competencias anteriores, porque se está enseñando a una generación que conoce muy bien el lenguaje tecnológico. El docente actual debe poseer además competencias digitales; tal como mencionan los estudios múltiples estudios al respecto (Cabero, Duarte y Barroso, 1999; Majó y Marqués, 2002; Tejada, 1999), de los cuales se desprende las competencias digitales siguientes:

1. Tener una actitud positiva hacia las TIC, instrumento de nuestra cultura que conviene saber utilizar y aplicar en muchas actividades domésticas y laborales.
2. Conocer los usos de las TIC en el ámbito educativo.
3. Conocer el uso de las TIC en el campo de su área de conocimiento.
4. Utilizar con destrezas las TIC en sus actividades: editor de textos, correo electrónico y navegación por internet.

5. Adquirir al hábito de planificar el currículo integrando las TIC (como instrumental en el marco de las actividades propias de su área de conocimiento, como medio didáctico y como mediador para el desarrollo cognitivo).
6. Proponer actividades formativas a los alumnos que consideren el uso de TIC.
7. Evaluar permanentemente el uso de las TIC.

Un docente de EMS debe estar preparado para enseñar a una generación de computadoras, de celulares, de dispositivos inteligentes, una generación muy tecnológica.

2.2 GeoGebra como herramienta tecnológica

GeoGebra es un software educativo gratuito desarrollado bajo la tecnología de Java, en el cual se puede realizar análisis algebraico, geométrico y análisis de funciones, mediante la interacción y la visualización. A continuación, se describe qué es GeoGebra y sus ventajas en beneficio del aprendizaje matemático.

2.2.1 ¿Qué es?

GeoGebra es un programa de geometría, álgebra, cálculo y otros temas matemáticos. Es muy útil para los docentes y para el aprendizaje de los alumnos. Se descarga de manera gratuita del internet y sirve muy adecuadamente para realizar el análisis de una función desde su dominio, recorrido, sus extremos, las intersecciones con los ejes, las asíntotas y monotonía; además se presta para una geometría dinámica que muestra tres pantallas de trabajo, la algebraica, la vista gráfica de la función y una hoja de cálculo adecuada para cualquier nivel y bachillerato.

En el aprendizaje de funciones, GeoGebra es una herramienta muy útil por cuanto permite visualizar la relación entre variables de una manera muy didáctica, permite personalizar su presentación para hacerla más atractiva logrando la atención y motivación del estudiante. Sus gráficas son de alta calidad y pueden manipularse de forma simple para aumentar el rendimiento visual, cuenta con deslizadores que son elementos que permiten elaborar y controlar animaciones, además posee una ventana algebraica donde se muestran los valores de todos los objetos de una construcción.

2.2.2 GeoGebra en el aula de clases y su finalidad

De acuerdo con Gutiérrez (2005) el uso de las TIC en la enseñanza de las matemáticas sugiere el uso de software de geometría dinámica, pues permite a los estudiantes la exploración y verificación de propiedades geométricas, así como la automatización del cálculo geométrico. La naturaleza constructivista del procesador geométrico desarrolla en los estudiantes aptitudes para realizar en poco tiempo la tarea encomendada y proceder a explorar otras posibilidades.

Recientemente debido a la influencia de la introducción de software libre, ha surgido con gran fuerza el software GeoGebra debido al carácter abierto de su código, lo cual permite que esté disponible de manera libre y gratuita para todas las plataformas. GeoGebra no es solamente geometría (Geo), también es álgebra (Gebra), cálculo, análisis y estadística. La gran variedad de opciones que ofrece hace que sea utilizado para proponer a los estudiantes sencillas tareas de investigación y experimentación, las cuales, en su mayoría, no requerirán demasiados conocimientos técnicos, solamente algunas herramientas básicas y comandos.

Para Gavilán y Barroso (2009, 2011), GeoGebra es un software libre diseñado para ser utilizado en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles educativos. Tiene la característica de integrar las capacidades de los programas de geometría dinámica con las capacidades de los programas de cálculo simbólico y de las hojas de cálculo. Además, permite el uso simultáneo de los sistemas de representación simbólico (algebraico/numérico) y gráfico en tres ventanas simultáneas (algebraica, gráfica y hoja de cálculo).

Las manipulaciones o modificaciones de objetos geométricos o matemáticos en una de las ventanas, tiene de forma inmediata repercusión en las ventanas restantes. Además, cuenta con una interface sencilla y amigable, que facilita su uso, lo cual lo convierte en un instrumento útil para la enseñanza de las matemáticas.

2.2.3 Efecto de GeoGebra en los estudiantes

La hipótesis es que GeoGebra facilita la comprensión de los conceptos matemáticos debido a que visualización y la interactividad con los objetos permite que los alumnos construyan su propio conocimiento.

Según Benedicto (2013), la visualización de determinados conceptos permite que los alumnos comprendan los contenidos que son difíciles de entender sin su representación. Además, este tipo de programa permite el diseño y el desarrollo de actividades en las que los alumnos pueden vivir experiencias matemáticas significativas para su aprendizaje, es decir, pueden tomar decisiones, reflexionar, comprobar y razonar.

A continuación, se mencionan algunos aspectos relevantes sobre la importancia de la visualización y sus componentes:

La percepción visual es usada para identificar, clasificar, organizar, almacenar y recordar la información presentada visualmente. Según investigaciones de Presmeg (1986), Bishop (1989), Del Grande (1990) se pueden encontrar tres componentes diferenciadas de la visualización, las cuales son imágenes mentales, procesos y habilidades.

Las imágenes mentales, son el elemento básico central en todas las concepciones de percepción visual son las imágenes mentales, es decir las representaciones mentales que las personas podemos hacer de objetos físicos, relaciones, conceptos, etc. (Gutiérrez 1991). En el contexto de las matemáticas, Presmeg (1986) ha encontrado diversos tipos de imágenes mentales, entre las que destaca, las imágenes concretas pictóricas, las imágenes de fórmulas, las imágenes de patrones, las imágenes cinéticas e imágenes dinámicas.

Los procesos de acuerdo con la distinción que hace Bishop (1989), las imágenes visuales (físicas o mentales) son los objetos que se manipulan en la actividad de visualización, manipulación que, para Bishop, se realiza según dos tipos de procesos, el procesamiento visual y la interpretación de información figurativa.

Las habilidades según Del Grande (1990) que presenta una relación bastante detallada de las habilidades que pueden integrar la percepción espacial de un individuo, la coordinación motriz de los ojos, la identificación visual, la conservación de la percepción, el reconocimiento de las posiciones en el espacio, el reconocimiento de las relaciones espaciales, la discriminación visual y la memoria visual.

Lo anterior expuesto quiere decir, que GeoGebra es un material didáctico que facilita la visualización de contenidos matemáticos mejorando la comprensión de conceptos y procedimientos. La visualización de conceptos referentes a las funciones completa la expresión algebraica con una representación geométrica de ciertos objetos matemáticos.

En particular, se utilizará GeoGebra para representar la tasa de variación media, la derivada, la monotonía, los extremos y la concavidad de una función. La percepción visual de determinados conceptos permitirá su integración con los conocimientos previos. El alumno logrará relacionar el cálculo con su entorno. GeoGebra es una herramienta idónea para el desarrollo de la capacidad visual, pues permite la representación de información abstracta en imágenes visuales de manera rápida y sencilla.

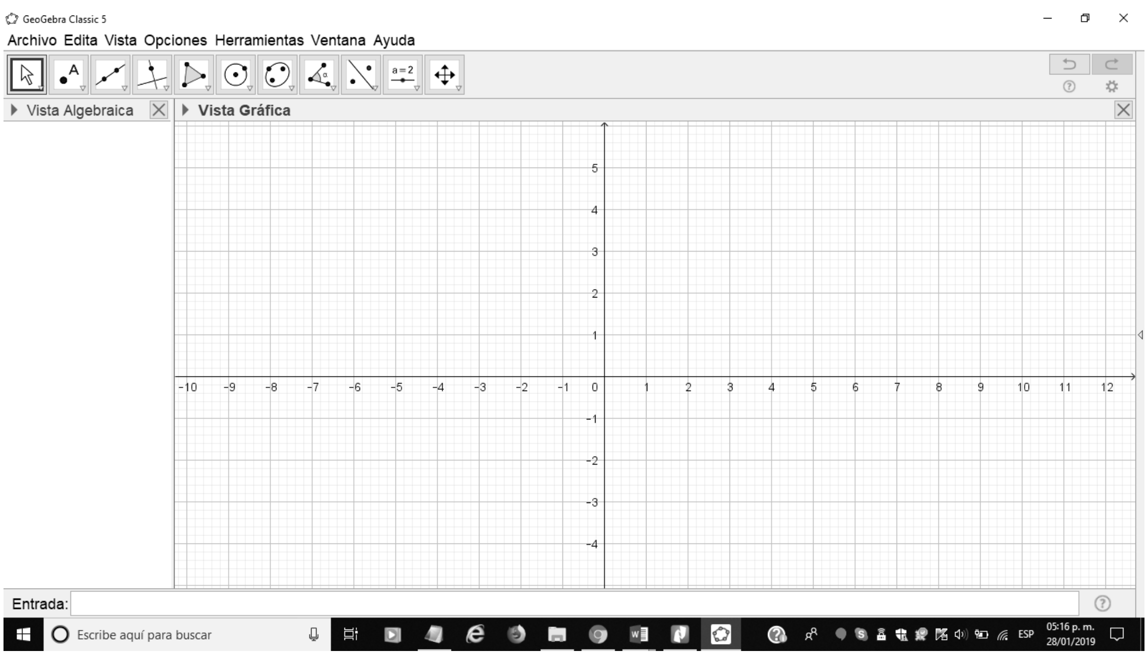


Figura 2. Pantalla principal del software matemático GeoGebra

2.2.4 Ventajas de GeoGebra frente a otros programas

GeoGebra destaca entre los programas informáticos de este tipo debido a que se trata de un programa de software libre y por tanto de descarga gratuita. Además, su entorno de trabajo es de fácil aprendizaje por parte del profesorado y del alumnado, permitiendo la creación de actividades muy interesantes.

Con GeoGebra no solo se puede trabajar contenidos de geometría, sino que abarca muchas áreas de las matemáticas haciendo posible elaborar actividades relacionadas con el álgebra, análisis funcional, estadística, cálculo y cualquier área que involucre la interactividad y la visualización (Gavilán y Barroso, 2011).

2.2.5 Programas informáticos para la enseñanza de las matemáticas

Existen múltiples programas informáticos que son beneficios para el aprendizaje de las matemáticas, además se realiza una comparación con GeoGebra.

2.2.5.1 El software educativo

El software educativo es aquel programa informático con ciertas características que le permiten servir de apoyo docente en los procesos didácticos cualquier nivel de educación formal (Sánchez, 1995b). No siempre, los que son proporcionados por el mercado son softwares educativos; para diferenciarlos se deben identificar algunas características como:

1. Apoyar la labor docente en los procesos de aprendizaje.
2. Contener elementos metodológicos que orienten aprendizaje autónomo.
3. Generar ambientes interactivos que posibilitan la comunicación con el estudiante.

4. Facilidad en su uso
5. Ser un agente de motivación para que el estudiante.
6. Poseer sistemas de retroalimentación y evaluación

Como el acuerdo 444 menciona que los bachilleres egresados de los planteles pertenecientes al SNB deberán poseer la competencia para utilizar herramientas tecnológicas de forma consciente para la interpretación y procesamiento de información. Por lo cual tendrán que utilizar las TIC para buscar y comprender el entorno real y resolver problemas. Las TIC son herramientas de computación que ayudan a mejorar el aprendizaje de los estudiantes ya que hacen que la educación sea más creativa y más divertida, son una nueva forma de enseñar mediante la interacción, haciendo que el proceso enseñanza-aprendizaje sea más interesante.

El uso de las TIC en la educación sirve de mucho para que los estudiantes den un uso adecuado a las tecnologías que existentes en la actualidad, como es el internet, que es una herramienta que sirve de mucho para lograr una mejor educación en los diferentes niveles escolares.

Las TIC debería ser enseñadas desde los primeros años de estudio en el colegio para inculcar en los jóvenes que el uso de las tecnologías de la actualidad tiene el propósito de ser utilizadas como herramientas educativas, que los ayudaran a desenvolverse más en su entorno, a sacar a flote su creatividad y su imaginación de forma productiva y adecuada ante la sociedad.

Para la educación, se tiene que reconocer que las TIC son medios y no fines. Es decir, son herramientas y materiales de edificación que facilitan el aprendizaje, el desarrollo de habilidades y distintas formas de aprender, estilos y sinfonías de los aprendices. El aprendizaje que solía ser un proceso humano se ha convertido en algo en lo que la gente comparte, cada vez, más poderosas redes de comunicación e informática.

En pedagogía surge una nueva forma de imaginar la enseñanza y el aprendizaje, es indiscutible la existencia de una gran red de conocimientos que está concebida por medio una computadora y por ende la introducción de las nuevas teorías sobre la obtención de conocimientos mediante el empleo de las TIC.

La educación de las destrezas con criterio de desempeño pretende que el aprender a aprender, el aprender a conocer, el aprender a hacer y el aprender a comprender al otro, debe cumplir con el empleo de las TIC. Se debe diseñar e implantar un sistema educativo innovador del aprendizaje, implantando el rubro tecnológico adecuado para ampliar el marco de actuación en el ámbito internacional.

La educación debe proporcionar acceso a los servicios educativos a cualquier alumno desde cualquier lugar, para que éste pueda desarrollar acciones de aprendizaje de manera autónoma con ayuda de las TIC.

2.2.5.2 GRAPH 4.4.2. GRÁFICAS MATEMÁTICAS

GRAPH se utiliza para dibujar gráficos matemáticos en especial funciones polinómicas, racionales y trigonométricas en un sistema de coordenadas (Johansen, 2012). Braña (s.f.) comenta que Graph es una herramienta de código abierto que se utiliza para dibujar gráficos matemáticos en un sistema de coordenadas, en el cual es muy fácil visualizar una función al instante, además de disponer de ella para cortarla y pegarla en otros programas como Paint y PowerPoint para realizar presentaciones.

Esta herramienta puede calcular y analizar el área bajo una función paramétrica, es capaz de dibujar funciones explícitas, paramétricas y polares, e igualmente, tangentes, rellenos, series de puntos, ecuaciones e inecuaciones. Además, permite evaluar una gráfica en un punto dado u obtener una tabla de valores respecto a la función seleccionada, y mucho más.

El programa es de fácil manejo y se puede personalizar y diferenciar las funciones realizadas jugando con diferentes colores y tipos de líneas. Se puede indicar la visibilidad de la función mediante casillas de verificación, así como la ubicación de las etiquetas de texto.

2.2.5.3 MATEMATRIX

Según Braña (s.f.) es una potente herramienta informática de cálculo con la que puede resolver muchas operaciones científicas, estadísticas y financieras. Con este software no existe problema sin solución, es un programa diseñado con sumo cuidado para que el usuario pueda utilizarlo de manera intuitiva y así aprovechar de todas las posibilidades que ofrece.

Esta divido en secciones (Funciones, Álgebra, Polinomios, Probabilidad y Estadística, Geometría y Matemática financiara) que categorizan todos los usos que se pueden realizar en este programa, además ofrece una calculadora científica muy avanzada y fácil de usar.

2.2.5.4 FUNCTION GRAPHER

Para Braña (s.f.) este software es una excelente herramienta científica que permite realizar gráficas de cualquier función matemática, ya sea algebraica o transcendental puede realizarse en 2D y 3D lo cual ayuda mucho al entendimiento de sus propiedades. Incluye otras herramientas interesantes como una completa calculadora científica que permite realizar otro tipo de cálculos y análisis matemáticos relaciones con las funciones.

Presenta una interfaz rudimentaria pero sencillo de manejar, esto con el objetivo de que sea accesible a todo tipo de usuario.

2.2.5.5 GRAPHSIGHT JUNIOR

Braña (s.f.) comenta que GraphSight Junior es una completa herramienta matemática diseñada específicamente para la creación y el diseño de gráficos en 2D a partir de ecuaciones, siguiendo el sistema cartesiano de coordenadas.

Esta herramienta es presenta una sencilla interfaz en la cual, solamente es necesario introducir la fórmula, establecer el color y el grosor de la línea de la gráfica y ya está, la aplicación mostrará la gráfica diseñada en la pantalla principal. Todas las gráficas generadas resultan ser totalmente interactivas y personalizables. Una de sus desventajas es que no puedes imprimir el proyecto, pero tiene la opción de poder copiar la gráfica en el portapapeles para imprimir la imagen desde otro editor gráfico.

2.2.5.6 PROYECTO DESCARTES

Es un applet (programa que puede incrustarse en las páginas Web) muy útil para los docentes y estudiantes, pertenece a la Red Educativa Digital Descartes y fue desarrollado por el Ministerio de Educación de España. Tiene un gran número de aplicaciones y va presentando cada tema con conceptos, las actividades de aprendizaje, la evaluación y autoevaluación. Abarca temas de matemáticas, física y química.

Es una herramienta muy potente porque permite crear a los maestros o estudiantes su propia programación para cada tema, tiene como principal finalidad la creación de actividades relacionadas con la representación gráfica de funciones, las representaciones geométricas, la realización de cálculos con las operaciones aritméticas, la utilización de funciones y curvas en general.

2.2.5.7 WINPLOT

WINPLOT es un software educativo cuyas funciones básicas son las de un graficador. El objetivo de introducir la utilización de un software en las clases de matemática no es el de facilitar el trabajo del alumno, sino más bien, generar oportunidades para que pueda desarrollar y construir conocimientos matemáticos que sean de su propia investigación.

Es importante destacar que para un manejo eficiente del programa hay que tener objetivos claros y los conocimientos matemáticos necesarios, pues el software realiza lo que se le pide, pero sin inteligencia alguna.

Según Braña (s.f.), Winplot permite generar funciones gráficas, es un programa especialmente diseñado para realizar un estudio visual de una serie de ecuaciones matemáticas. Con esta herramienta podrás generar gráficas de ecuaciones explícitas, implícitas, cilíndricas y paramétricas pudiendo generar curvas simples, tubos e incluso realizar ecuaciones diferenciales tanto en tres como en dos ejes (2D y 3D).

2.2.5.8 DERIVE

Para Braña (s.f.), DERIVE es un programa de cálculo simbólico muy sencillo de utilizar que permite manipular expresiones algebraicas sin necesidad de dar valores numéricos a las variables. Utiliza, por defecto, aritmética exacta, es decir, maneja expresiones racionales e irracionales sin tener que operar con decimales, aunque esto también es posible. Admite estructuras de tipo vectorial y matricial, y es posible desarrollar pequeños programas de tipo funcional. Con esta herramienta se puede abordar y resolver problemas relacionados con la aritmética, la trigonometría, el cálculo, álgebra lineal y cálculo proposicional.

2.3 El uso de la tecnología en el aula de matemáticas

Mucho se habla de los beneficios del uso de la tecnología en el aula de matemáticas. A continuación, se describen las ventajas del uso de la innovación tecnológica en el aula de matemáticas.

2.3.1 Teorías del aprendizaje y la tecnología

El uso de la tecnología es necesario en la educación, pues los jóvenes que hoy conforman las aulas de bachillerato son jóvenes que conocen muy bien el lenguaje de esta herramienta. Tal como comenta Cabero (2003), la Tecnología Educativa (TE) es un término integrador porque es la síntesis de la conjunción de diversas ciencias, tecnologías y técnicas como: la física, la ingeniería, la pedagogía, la psicología, la teoría de sistemas, entre otras.

La TE es una disciplina viva por todas las transformaciones que ha sufrido a lo largo de su trayectoria, a causa de los cambios del contexto y a las ciencias básicas que lo sustentan. Es un concepto polisémico, por las diferentes perspectivas a través de las cuales se ha tratado de definir; y contradictorio y significativo de la educación porque desde su aparición ha provocado tanto defensas radicales como oposiciones frontales.

Si realizamos un análisis de las teorías del aprendizaje que fundamentan a la tecnología educativa tenemos que, desde el conductismo, Skinner (1979) citado en Chacón (s.f.) menciona que el conductismo metódico proporciona los medios necesarios para estructurar una ciencia de la conducta humana, Skinner comenta que el análisis del comportamiento ha producido por lo menos una tecnología de enseñanza para producir programas, planes y métodos para enseñar.

Entonces desde la perspectiva del conductismo, la educación puede considerarse como una tecnología simple en la que se programan actuaciones en el momento oportuno, estas actuaciones se centran en la especificación de objetivos, la individualización, el uso de medios o el control del sistema transmisor entre profesor y alumno. Estas intervenciones dirigidas hacia el desarrollo de programas de refuerzo y motivación-refuerzo.

Desde el cognitivismo, Piaget considera que el desarrollo humano es continuo, pero que avanza por etapas o estadios y resalta la importancia de la actividad, el lenguaje, la cooperación o el juego para el correcto desarrollo. Las implicaciones de las teorías de Piaget en la enseñanza han sido numerosas, entre ellas se puede citar las de Aebli (1958), la basada en el modelo constructivista de Driver (1986), o el diseño de medios y materiales para el desarrollo del pensamiento lógico y simbólico en el trabajo del aula (Furth y Wachs, 1978).

La influencia de la corriente cognitivista en Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación se hace evidente las posibilidades mediadoras de ordenadores y vídeo en la interacción simbólica con la cultura. Por su parte Ausubel (1976) realizó una de las aportaciones más importantes en la que establece la distinción entre aprendizaje significativo y repetitivo según el vínculo existente entre los conocimientos previos y experiencias anteriores que posee el alumno y los nuevos materiales de trabajo. Si el vínculo es adecuado, se podrá iniciar lo que llama aprendizaje significativo, en el que se considera que las nuevas informaciones han sido asimiladas en su estructura cognoscitiva.

Desde la perspectiva del constructivismo, se incorpora e integra una serie de principios fundamentales, apoyados en una concepción del aprendizaje consistente en conectar los conceptos y esquemas de conocimiento que ya posee la persona, con los nuevos contenidos que se le presentan. La consecuencia es la creación de un andamiaje que permite la integración de los nuevos conocimientos que se promueven. Por lo tanto, el aprendizaje basado en esta perspectiva se orienta a la forma de presentar y organizar aquellos contenidos de aprendizaje planteados en una propuesta de enseñanza. Aquí se enfatiza la necesidad de proporcionar un marco de ideas, al que poder incorporar los contenidos objeto de una propuesta de aprendizaje.

La estructuración de los contenidos, de forma relacionada y con complejidad creciente puede facilitar el aprendizaje de manera significativa para el estudiante. Otra estrategia consiste en acompañar la presentación de los contenidos con ayudas visuales, tales como mapas conceptuales, mapas de competencias, diagramas, que se pueden elaborar con mucho del software existente en la actualidad.

2.3.2 El uso de la tecnología y sus ventajas en la educación

Las características de las TIC son muy variadas en términos generales; las características que permiten delimitar las tecnologías de información y comunicación que consideran Kustcher y St. Pierre (2001) son las siguientes:

- La potencia que permiten los aparatos al trabajar con una gran cantidad de diferente información y de forma simultánea.
- La miniaturización de los componentes de los aparatos, lo que los vuelve más compactos y portátiles.
- Y la presencia de la fibra óptica como medio ultra rápido de transporte de la información en más y más redes, así como también la comunicación inalámbrica entre los equipos digitalizados.

Por su parte Castells et al, (1986); Gilbert et al, (1992); y Cebrián Herreros, (1992) (citados por Cabero 1996) señalan que las características de las TIC son:

- Inmaterialidad: su materia prima es la información en cuanto a su generación y procesamiento, así se permite el acceso de grandes masas de datos en cortos períodos de tiempo, presentándola por diferentes tipos de códigos lingüísticos y su transmisión a lugares lejanos.
- Interactividad: permite una relación sujeto-maquina adaptada a las características de los usuarios.

- Instantaneidad: facilita que se rompan las barreras temporales y espaciales de las naciones y las culturas.
- Innovación: persigue la mejora, el cambio y la superación cualitativa y cuantitativa de sus predecesoras, elevando los parámetros de calidad en imagen y sonido.
- Digitalización de la imagen y sonido: lo que facilita su manipulación y distribución con parámetros más elevados de calidad y a costos menores de distribución, centrada más en los procesos que en los productos.
- Automatización e interconexión: pueden funcionar independientemente, su combinación permite ampliar sus posibilidades, así como su alcance.
- Diversidad: las tecnologías que giran en torno a algunas de las características anteriormente señaladas y por la diversidad de funciones que pueden desempeñar.

Con respecto a este tema Kustcher y St. Pierre (2001), consideran que las TIC que tienen impacto en la educación son las siguientes:

- Las computadoras y los periféricos que manejan utilizan, almacenan información digital (velocidad, potencia, sonido, una variedad de colores, video, unidad de CD-ROM, calculadora, cámara digital, impresora a color, scanner).
- Información digital (programas de aplicación y programas que muestran o administran la información: programa de aplicación didáctica, página WEB, base de datos, programa de aplicación de procesamiento de palabras, hoja electrónica de cálculo).
- Comunicación digital (mensajería electrónica, “charla”, foros electrónicos, novedades electrónicas, telecopiador, teleconferencia, audio y videoconferencia).

Los ambientes de aprendizaje tecnológico son eficaces, cómodos y motivantes, y pueden ser preocupantes para aquellos que no hayan incursionado como usuarios en ellas y/o que no las manejen con propiedad.

En estos ambientes el aprendizaje es activo, responsable, constructivo, intencional, complejo, contextual, participativo, interactivo y reflexivo (Kustcher y St. Pierre, 2001), lo que permite, para el que interactúe con ellas la posibilidad de sacarle ventajas, pero también pueden tener desventajas por mal uso o por descontextualización.

Las posibilidades que ofrecen las TIC permiten al docente ser partícipe de la creación de entornos formativos en los cuales es eminente la interacción multidireccional entre los participantes, aumentando así la construcción de los aprendizajes. Al respecto Bricall (2000) y Márques (1999) señalan que las funciones de las TIC desde la perspectiva de los estudiantes tienen las siguientes ventajas: propicia y mantiene el interés, motivación, interacción mediante grupos de trabajo y de discusión que se apoyen en las nuevas herramientas comunicativas: la utilización del correo electrónico, de la videoconferencia y de la red; desarrollo de la iniciativa, aprendizaje a partir de los errores y mayor comunicación entre profesores y alumnos.

2.3.3 La tecnología en el aula de matemáticas

En los últimos años, la tecnología ha avanzado a pasos agigantados que ha invado por completo nuestras vidas. En la actualidad hacemos uso las TIC en cualquier situación de nuestra vida cotidiana, como realizar una llamada telefónica, contestar un mensaje, enviar un correo electrónico o cuando acudimos al banco a retirar dinero, es más muchos de los aparatos electrodomésticos y la mayoría de los automóviles incluyen diversas tecnologías para su funcionamiento. Lo anterior hace pensar que, si en la cotidianidad se hace uso de las TIC, es entonces necesario incorporarlas en los procesos de enseñanza-aprendizaje que permitan que los niños y jóvenes puedan lograr la alfabetización tecnológica, la cual, la OCDE (2003), la define como el interés, la actitud y la habilidad de las personas para utilizar apropiadamente la tecnología digital y las herramientas de comunicación con el fin de acceder, gestionar, integrar y evaluar información, construir nuevo conocimiento y comunicarse con otros, a fin de participar efectivamente en la sociedad.

Según Beeland (2002) y Weaver (2000), la instrucción con tecnología ha demostrado tener efectos positivos, tanto en el rendimiento en matemáticas de los estudiantes como en sus actitudes hacia las matemáticas. Reflexión compartida por Pellegrino et al. (1991), quienes, trabajando las mismas tareas con dos grupos de estudiantes, obtuvieron mejoras observables en la resolución de problemas complejos, así como en las actitudes hacia las matemáticas, del grupo de estudiantes que usó TIC con respecto al grupo que usó lápiz y papel.

Preiner (2008) aporta una visión comparativa de las ventajas que, según su experiencia, proporciona el ordenador con respecto a otros medios o herramientas no tecnológicas, tanto para los estudiantes como para los profesores:

- Permite enseñanza individualizada y por tanto la acomodación a gran número de alumnos y a estudiantes con dificultades de aprendizaje, variando el punto de entrada al programa informático, el tipo y cantidad de feedback y el tiempo y lugar de aprendizaje.
- Desde el punto de vista de la organización docente permite un trabajo más autónomo del estudiante, adecuando su ritmo de trabajo a su situación personal, al

tiempo que favorece el trabajo en equipo. En definitiva, permite el aprendizaje centrado en el estudiante, responsabilizándole de su propio aprendizaje.

- Crea situaciones de enseñanza impersonal donde los estudiantes pueden cometer errores en privado.
- Obvia las dificultades de muchos alumnos con la operatoria gracias a su potencia de cómputo y evita los errores de cálculo.
- Da oportunidades a los estudiantes de consolidar y demostrar dominio de conceptos previamente aprendidos. Permite a los estudiantes practicar toma de decisiones y destrezas de resolución de problemas.
- Proporciona una ayuda a los profesores para que reconsideren los objetivos y métodos de su enseñanza. Puede suministrar información a los profesores del rendimiento de los estudiantes.
- Enseña temas repetitivos o de bajo nivel que resultan aburridos y tediosos para los Profesores.
- Permite que prime la reflexión y el análisis de resultados porque se requiere menos tiempo para hacer cálculos rutinarios.
- Incrementa la posibilidad de hacer matemáticas experimentales en el aula. A veces, la mejor forma de comprender el alcance de un teorema o la efectividad de un algoritmo es analizar los resultados que se obtienen al variar las hipótesis, condiciones iniciales, etc.

Del mismo modo que se tienen en consideración los aspectos positivos de estudiar matemáticas con TIC, no pueden obviarse los posibles inconvenientes que su introducción en el aula puede provocar. En esta línea, Sordo (2005) advierte de lo que él llama peligros que se deben tener en cuenta al integrar las TIC en el aula de matemáticas:

- La posibilidad de perder el sentido de las operaciones que realiza el ordenador de forma automática. Esta pérdida de sentido operativo puede provocar una pérdida de destrezas aritméticas básicas.
- Se puede confundir manipulación con conocimiento matemático, típico de cuando se adquiere un aprendizaje memorístico de las matemáticas consistente en el almacenamiento de algoritmos, definiciones y teoremas, en vez de una construcción de las matemáticas para la resolución de problemas. Los ordenadores no ofrecen garantías de la comprensión de los objetos manipulados.
- Hay que tener en cuenta la limitación del medio, ya que, si no, podemos caer en el error de creer que el ordenador lo resuelve todo. Se puede perder el sentido crítico debido a la fe ciega en la máquina.
- Se debe evitar caer en peligros como la infodependencia, ya que se puede llegar a no saber resolver problemas si no es con el uso del ordenador.

Asimismo, Leung (2006) sostiene que diferentes formas de aproximarnos a las mismas matemáticas (por ejemplo, usando distintas herramientas de aprendizaje) pueden dar lugar a diferentes representaciones de las matemáticas. Pero las herramientas no cambiarán las matemáticas objeto de estudio, y las diversas aproximaciones solo añadirán riqueza a nuestra comprensión de la verdad matemática. Adoptando este enfoque, las TIC nos proveen de una forma alternativa para entender la matemática y enriquecen nuestra comprensión de la matemática como tradicionalmente se entiende.

Todos los resultados presentados reflejan una necesidad de cambio en los métodos de enseñanza-aprendizaje, que involucre un mayor uso de estas tecnologías en las aulas a modo de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes, pues los informes de la OCDE (2004) muestran resultados menos positivos para aquellos estudiantes con escasa experiencia en el uso de los ordenadores con fines educativos.

2.4 La derivada y el cálculo de máximos y mínimo

El aprendizaje de la derivada es complejo, muchos de los alumnos de esta investigación mencionaron que aprender a derivar y aplicar la derivada en la solución de problemas es difícil y complicado. A continuación, se describen la problemática de la enseñanza del Cálculo Diferencial y el cálculo de máximos y mínimos por el criterio de la primera derivada y la segunda derivada.

2.4.1 Dificultades en la enseñanza y aprendizaje del Cálculo Diferencial

La enseñanza del Cálculo es uno de los mayores desafíos para el docente de matemáticas en la actualidad, ya que su aprendizaje trae numerosas dificultades relacionadas con un pensamiento que implica procesos como la abstracción, el análisis y la demostración. Muchas veces se supone que los alumnos fracasan por no llegar con una preparación adecuada, no saben álgebra, no conocen las propiedades de los números, las características de las desigualdades no saben geometría, etc. Pero en muchas ocasiones, los alumnos pueden tener todos estos conocimientos y aun así fracasar en el estudio del cálculo, la pregunta es dónde está el problema del fracaso escolar en el Cálculo.

Según Vrancken, Gregorini, Engler, Müller y Hecklein (s.f.), los conocimientos matemáticos no se apilan unos encima de otros. Un aprendizaje significativo implica rupturas cognitivas, acomodaciones y la construcción del conocimiento no es un proceso continuo, surge de desequilibrios, rupturas con conocimientos anteriores, reconstrucciones.

Al principio se pensaba que con el conocimiento de la matemática y de ciertas habilidades pedagógicas bastaban para ejercer la práctica docente. Actualmente se reconoce que la problemática adquiere tintes muy particulares que conciernen a aspectos cognitivos (cómo se aprende), didácticos (cómo se enseña) y epistemológicos (cómo se concibe el saber a enseñar y aprender). Esto se sitúa en el entorno social que enmarca la interacción entre el contenido matemático, los estudiantes y el profesor (dónde se enseña–aprende).

Existe un gran número de investigaciones que abordan la problemática de la enseñanza y aprendizaje del Cálculo, como el estudio Robert y Speer (2001) mencionan que la forma de ver esta problemática, se justifica ante el esclarecimiento de un paradigma tradicional de enseñanza que deja mucho que desear en cuanto al aprendizaje, los elevados índices de reprobación, un aprendizaje sin comprensión y actitud negativa hacia el aprendizaje de las matemáticas son hechos que han sido reportados en los últimos treinta años con respecto a los cursos de Cálculo en el nivel medio superior y superior de educación.

Artigue (1995) hizo pública a la comunidad una realidad que para 1995 era difícil justificar. La problemática de enseñanza del Cálculo era evidente: existe gran dificultad en lograr que los estudiantes muestren una comprensión satisfactoria de sus conceptos y métodos y la enseñanza tradicional se protege en el aprendizaje de prácticas algorítmicas y algebraicas que son a la vez el centro de la evaluación.

Para 2001 la situación no parecía haber cambiado "la mayoría de los estudiantes piensan que la manera más segura para tratar satisfactoriamente con este dominio es no tratar de comprender, sino sólo funcionar mecánicamente" (Artigue, 2001, p. 213). En 2003, el Cálculo sigue siendo una preocupación de los investigadores; Artigue (2003) comenta que la situación actual se caracteriza por un sentimiento general de crisis que, aunque no sea percibido de la misma manera, sí parece trascender las diferencias culturales. Las dificultades en el aprendizaje no han cambiado de manera sustancial.

En México, Cantoral, Cordero, Farfán e Imaz (1990) advierten sobre la premisa de la que debe partirse en el estudio del fenómeno de la enseñanza del Cálculo, la estructura general del discurso matemático teórico constituye la base menos propicia para comunicar las ideas del Cálculo. También señalan que no debe olvidarse que la enseñanza es para futuros usuarios del mismo y no para expertos en su discurso teórico, pero aclaran que no están a favor de técnicas como aligerar conocimientos o emplear rutinas. Cantoral y Mirón señalan una dislexia escolar en Cálculo, su enseñanza logra que los estudiantes deriven, integren y calculen límites elementales, pero no son capaces de dar un sentido más amplio a esas nociones que les haga reconocer, por ejemplo, cuándo un problema requiere de calcular una derivada (Cantoral y Mirón, 2000).

Por su parte, el estudio teórico de Artigue (2001) que trata del fruto de la investigación educativa hecha durante más de 20 años, pone hincapié en los reportes negativos de los primeros resultados con respecto al Cálculo o Análisis elemental. Indica que, como reacción espontánea de los sistemas educativos a tales dificultades, se produce una especie de círculo vicioso conveniente para garantizar una eficiencia aceptable en los cursos de Cálculo, donde el profesor aumenta la diferencia entre lo que enseña y lo que evalúa, mientras que el estudiante, guiado por el contenido de la evaluación, se forma una creencia sobre la matemática que no le ayuda a enfrentarse al pensamiento matemático avanzado.

Es precisamente este señalamiento de Artigue el que conlleva a interpretar que el modelo docente tecnicista se viene a constituir en la institución educativa como una reacción al ejercicio del modelo docente teoricista. El modelo tecnicista brinda una alternativa viable a la institución, una vez que el docente comprueba en aula propia que el modelo teoricista fracasa en lograr el aprendizaje de aquello que ofrece como enseñanza. Se piensa que de este modo en algún momento llega a ser normal identificar en las aulas que la enseñanza del Cálculo se focaliza en técnicas algorítmicas que se alternan con la presencia de definiciones y resultados formales que los justifiquen.

Los estudios mencionados anteriormente muestran claramente que la práctica docente en la enseñanza del Cálculo es tradicionalista, que lleva a los docentes a solo transmitir conocimiento sin tratar desarrollar competencias en los jóvenes. El profesor no debe temer hacer uso de distintas estrategias para lograr que los jóvenes desarrollen el pensamiento matemático y logren dominar al Cálculo, adquieran las competencias necesarias para aplicarlo en los problemas de la vida cotidiana.

2.4.2 El concepto de la derivada y su interpretación geométrica

La derivada de una función es un concepto clave del cálculo. El concepto de derivada conlleva diversos aspectos: como su perspectiva gráfica, como pendiente de la tangente a la curva; su perspectiva analítica, como límite del cociente incremental; su carácter puntual o global, es decir, en intervalos y, según exija la resolución de una determinada tarea, se pueden utilizar aspectos que relacionan a f' y f''.

En conjunto, las características de los problemas planteados pueden mostrar a la derivada desde la integración de una perspectiva analítica y gráfica (apoyándose en la presentación de la idea de derivada en un punto y de la función derivada) con el operador derivada, a través el cálculo de derivadas sucesivas y la regla de la cadena.

El análisis del proceso de construcción del concepto de la derivada, remite a resolver el problema histórico de hallar la tangente a una curva, en un punto dado. Como referente se toman los trabajos de Pierre de Fermat (1601-1665), Isaac Newton (1642-1727) y Gottfried Leibniz (1646-1716). Fermat obtuvo un método para hallar la tangente a una curva definida por un polinomio apoyándose en el siguiente razonamiento: si $f(x)$ es un polinomio, entonces $f(x+h)-f(x)$ es un polinomio en h divisible por h. Newton introdujo el concepto de las fluxiones lo que hoy se conoce como derivadas imponiendo así su punto de vista físico para obtener la recta tangente a una curva como el cociente entre las fluxiones. Mientras Leibniz interpreto la tangente a una curva como en cociente de los infinitésimos $\frac{dy}{dx}$.

Es así como, el aprendizaje del cálculo y en particular, la conceptualización de la noción de derivada constituye uno de los mayores desafíos de la educación actual, ya que trae consigo numerosas dificultades relacionadas con un pensamiento numérico - abstracto. Artigue (1995) expresa que, si bien muchos estudiantes pueden aprender a realizar de forma mecánica cálculos de derivadas, primitivas y resolver algunos problemas, se encuentran grandes dificultades para alcanzar una verdadera comprensión de los conceptos.

Según Larson, Hostetler y Edwards (2009), el problema de hallar la recta tangente en un punto P se reduce al de hallar su pendiente en ese punto. Se puede aproximar la pendiente de la recta tangente usando la recta secante que pasa por P y por otro punto cercano de la curva. Si $(c, f(c))$ es el punto de tangencia y $(c + \Delta x, f(c + \Delta x))$ es el otro punto de la gráfica de f, la pendiente de la recta secante que pasa por esos dos puntos viene dada sustituyendo en la fórmula de la pendiente de una recta.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

La ecuación anterior define la pendiente de la recta que pasa por dos puntos dados.

$$m_{sec} = \frac{f(c + \Delta x) - f(c)}{(c + \Delta x) - c} = \frac{f(c + \Delta x) - f(c)}{\Delta x}$$

La ecuación anterior describe la pendiente de la recta secante que pasa por dos puntos dados, tal como se muestra en la Figura 3.

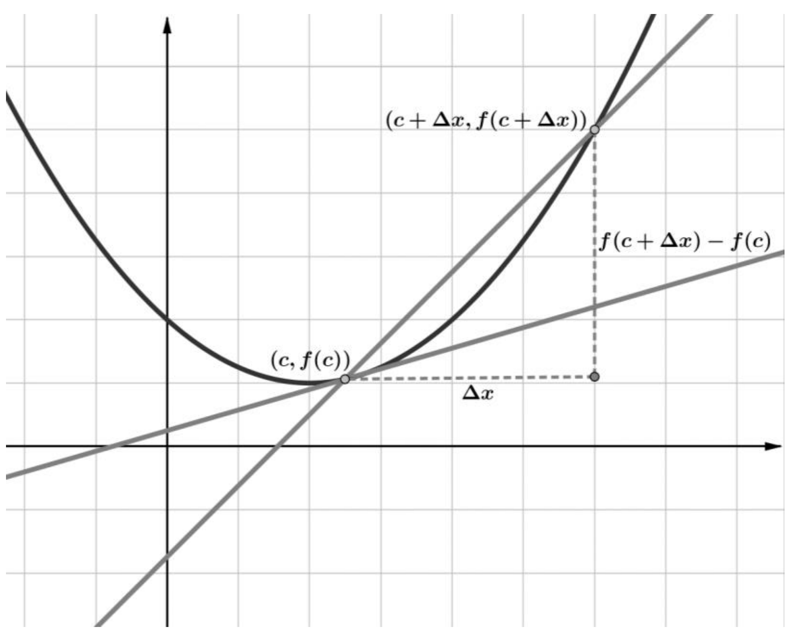


Figura 3. Interpretación geométrica de la derivada

La ecuación recta secante es un cociente incremental. El denominador Δx es el cambio en x y el numerador $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(c)$ es el cambio en y.

Larson, Hostetler y Edwards (2009) describen que, la belleza de este procedimiento estriba en que se puede obtener aproximaciones más y más precisas de la pendiente de la recta tangente tomando puntos de la gráfica cada vez más próximos al punto P de tangencia. De lo anterior se puede obtener la definición de la recta tangente con pendiente:

Si f está definida en un intervalo abierto que contiene a c y además existe el límite:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(c + \Delta x) - f(c)}{\Delta x} = m$$

Entonces, la recta que pasa por $\left(c, f(c)\right)$ con pendiente m se llama recta tangente de f en el punto $\left(c, f(c)\right)$.

Por su parte Fuenlabrada (2009), define que el valor de la derivada en cualquier punto de una curva es igual a la pendiente de la tangente a la curva en ese punto. Es decir:

$$Derivada = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Como se puede ver, Larson y Fuenlabrada, coinciden en sus definiciones, de ahí se obtener el concepto de la derivada:

Si $y = f(x)$, la razón $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ tiene un límite cuando $\Delta x \to 0$, a este limite se le llama derivada de y con respecto de x.

Es pues la derivada de una función con respecto a una variable es el límite, del incremento de la función entre el incremento de la variable, cuando el incremento de la variable tiende a cero.

2.4.3 El concepto y cálculo de máximos y mínimos relativos

Para Fuenlabrada (2008), un máximo y un mínimo no son necesariamente el mayor y el menor valor de la función, por esa razón reciben el nombre máximo y mínimo relativos; no debe confundirse con los puntos máximos y mínimos de una curva, que son aquellos cuya ordenada es la mayor o la menor de la gráfica completa de toda una función.

Granville (2002), por su parte comenta que un valor de una función es un máximo si es mayor que cualquiera de los valores que le anteceden o le siguen inmediatamente; mientras que un valor de una función es un mínimo si es menor que uno cualquiera de los valores que le anteceden o le siguen inmediatamente. También comenta que los estudiantes deben observar que un máximo, definido, no es necesariamente, el mayor valor posible de una función, ni un mínimo tiene que ser le menor de todos. Tal como se muestra en la Figura 4, donde el punto A define un valor máximo y el punto B define un valor mínimo de la función.

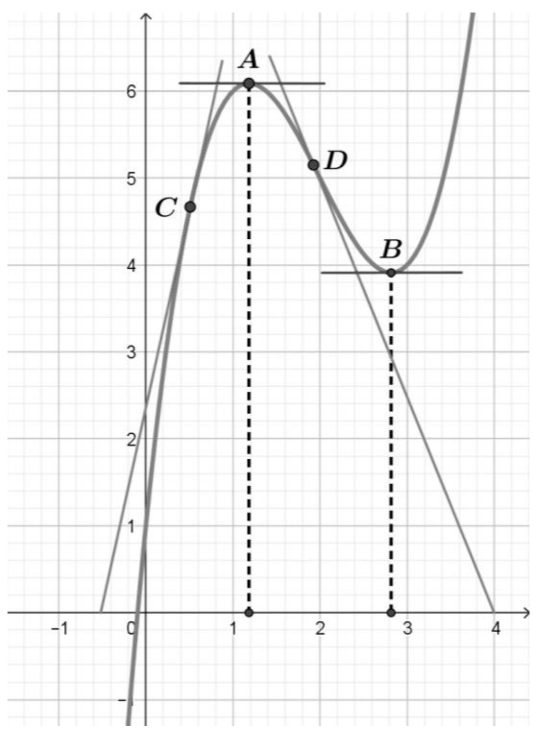


Figura 4. Máximo y mínimo de una función

Matemáticamente Larson, Hostetler y Edwards (2009), definen un máximo y un mínimo de la siguiente manera:

Sea f definida en un intervalo cerrado I que contiene a c.

1. $f(c)$ es el (valor) mínimo de f en I si $f(c) \leq f(x)$ para todo x en I.
2. $f(c)$ es el (valor) máximo de f en I si $f(c) \geq f(x)$ para todo x en I.

El máximo y el mínimo de una función en un intervalo son los valores extremos, o simplemente extremos, de una función en ese intervalo. El mínimo y el máximo de una función en un intervalo se llaman también el mínimo absoluto y el máximo absoluto de la función en el intervalo.

Larson, Hostetler y Edwards (2009), mencionan que los valores máximos y mínimos relativos, ocurren en la cima para un máximo relativo y un valle para un mínimo relativo. Matemáticamente los define como:

1. Si existe un intervalo abierto que contiene a c y en el que $f(c)$ es un máximo, entonces $f(c)$ se llama un máximo relativo de f.

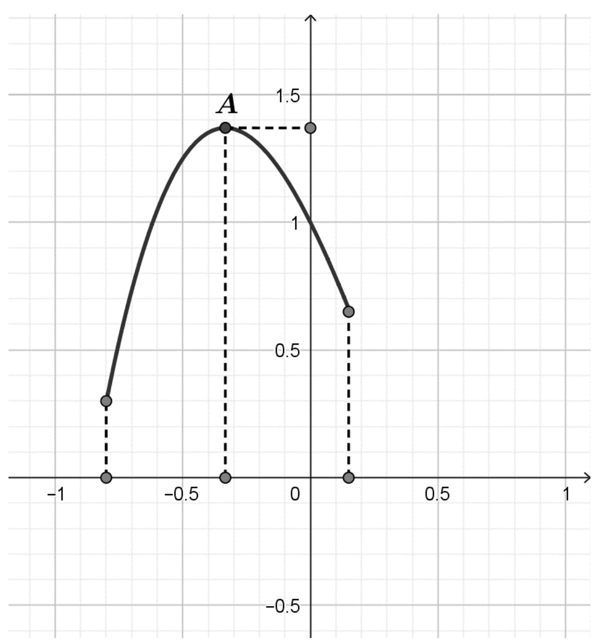


Figura 5. Punto máximo relativo de una función

2. Si existe un intervalo abierto que contiene a c y en el que $f(c)$ es un mínimo, entonces $f(c)$ se llama un mínimo relativo de f.

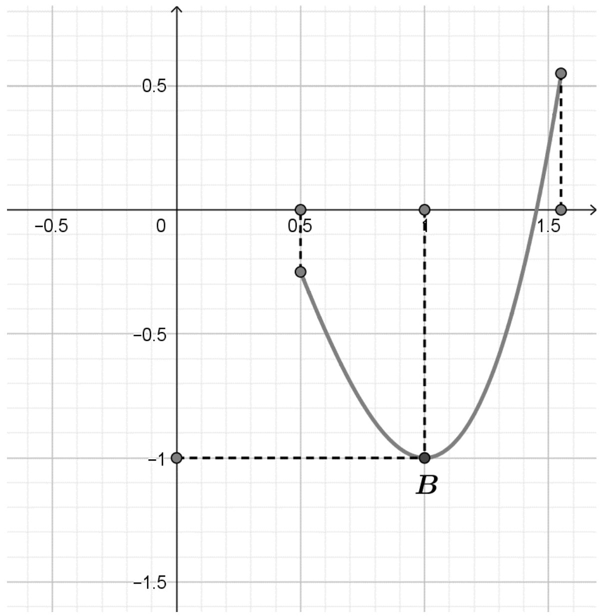


Figura 6. Punto mínimo relativo de una función

La Figura 5, muestra una cima, lo que quiere decir, que hay un máximo cuando $x = -0.33$; mientras que la Figura 6, muestra un valle, lo que quiere decir, que hay un mínimo cuando $x = 1$.

2.4.3.1 Cálculo de máximos y mínimos por el criterio de la primera derivada

Granville (2002), describe los pasos para realizar el cálculo de los máximos y mínimos relativos aplicando el criterio de la primera derivada para una función $y = f(x)$.

A. Calcular la primera derivada de la función.
B. Se iguala a cero la primera derivada, y se hallan las raíces de la ecuación resultante. Estas raíces son los valores críticos de la variable.

C. Se consideran los valores críticos uno por uno, y se calculan los signos de la primera derivada, en primer lugar, para un valor un poco menor que el valor crítico y después para un valor un poco mayor que él. Si el signo de la derivada es primeramente + y después -, la función tiene un máximo para este valor crítico de la variable; en el caso contrario tiene un mínimo. Si el signo no cambia, la función no tiene ni máximo ni mínimo para el valor critico considerado.

En resumen, la función:

1. $f(x)$ es un máximo si $f'(x) = 0$ y $f'(x)$ cambia de signo pasando de + a -.
2. $f(x)$ es un mínimo si $f'(x) = 0$ y $f'(x)$ cambia de signo pasando de - a +.

Ejemplo de aplicación del criterio de la primera derivada.

1. Calcula los máximos y mínimos relativos para la función de $y = x^3 - x^2 - 5x + 7$. Aplica el criterio de la primera derivada.

Se deriva la función:

$$y' = 3x^2 - 2x - 5$$

Se iguala a cero $f'(x)$. Para obtener las raíces x_1 y x_2:

$$3x^2 - 2x - 5 = 0$$

Para encontrar las raíces, se aplican varios métodos, como la fórmula general de segundo grado o factorización. Se utiliza factorización:

$$9x^2 - 2(3x) - 15 = \frac{(3x-5)(3x+3)}{(1)(3)} = (3x-5)(x+1)$$

$$(3x-5)(x+1) = 0$$

Luego entonces, los puntos críticos son:

$$x_1 = \frac{5}{3}$$

$$x_2 = -1$$

Es conveniente graficar estos puntos en la recta numérica, como se muestra en la Figura 7, ya que permite ubicar los valores a la izquierda y la derecha para su análisis.

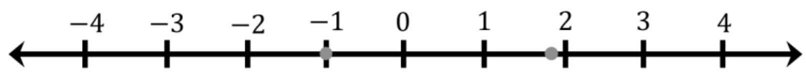


Figura 7. Puntos críticos para el análisis de la función del ejemplo 1

Se analiza para un valor menor que $x = \frac{5}{3}$, pero mayor que -1; por ejemplo, 1:

$$y' = 3x^2 - 2x - 5$$

$$f'(1) = 3(1)^2 - 2(1) - 5 = 3 - 2 - 5 = -4 \Longrightarrow -4 < 0$$

Ahora se toma un valor mayor que $\frac{5}{3}$; por ejemplo, 2:

$$f'(2) = 3(2)^2 - 2(2) - 5 = 12 - 4 - 5 = 3 \Longrightarrow 3 > 0$$

Como la derivada pasa de negativa a positiva, hay un mínimo cuando $x = \frac{5}{3}$.

A continuación, se calcula el valor de ordenada en la función original con $x = \frac{5}{3}$.

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 7$$

$$f\left(\frac{5}{3}\right) = \left(\frac{5}{3}\right)^3 - \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 5\left(\frac{5}{3}\right) + 7 = \frac{125}{27} - \frac{25}{9} - \frac{25}{3} + 7$$

$$= \frac{125 - 75 - 225 - 189}{27} = \frac{314 - 300}{27} = \frac{14}{27} \Longrightarrow y = \frac{14}{27}$$

Se señala que en el punto de coordenadas $\left(\frac{5}{3}, \frac{14}{27}\right)$ hay un mínimo de la función $y = x^3 - x^2 - 5x + 7$.

Se continua con el análisis, ahora para el segundo punto critico $x_2 = -1$. En este caso se toma un valor menor que $x_2 = -1$; por ejemplo, -2.

$$y' = 3x^2 - 2x - 5$$

$$f'(-2) = 3(-2)^2 - 2(-2) - 5 = 3(4) + 4 - 5 = 12 + 4 - 5 = 11 \Longrightarrow 11 > 0$$

Ahora se toma un valor mayor que -1 pero menor que $\frac{5}{3}$; por ejemplo, 1:

$$f'(1) = 3(1)^2 - 2(1) - 5 = 3 - 2 - 5 = 3 - 7 = -4 \Longrightarrow -4 < 0$$

Como la derivada pasa de positiva a negativa, se concluye que hay un máximo cuando $x = -1$.

A continuación, se calcula el valor de la ordenada en la función original con $x = -1$:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 7$$

$$f(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 5(-1) + 7 = -1 - 1 + 5 + 7 = 10 \Longrightarrow y = 10$$

Se señala que en el punto de coordenadas $(-1{,}10)$ hay un máximo en la función $y = x^3 - x^2 - 5x + 7$.

La gráfica de la función quedaría tal como se muestra en la Figura 8.

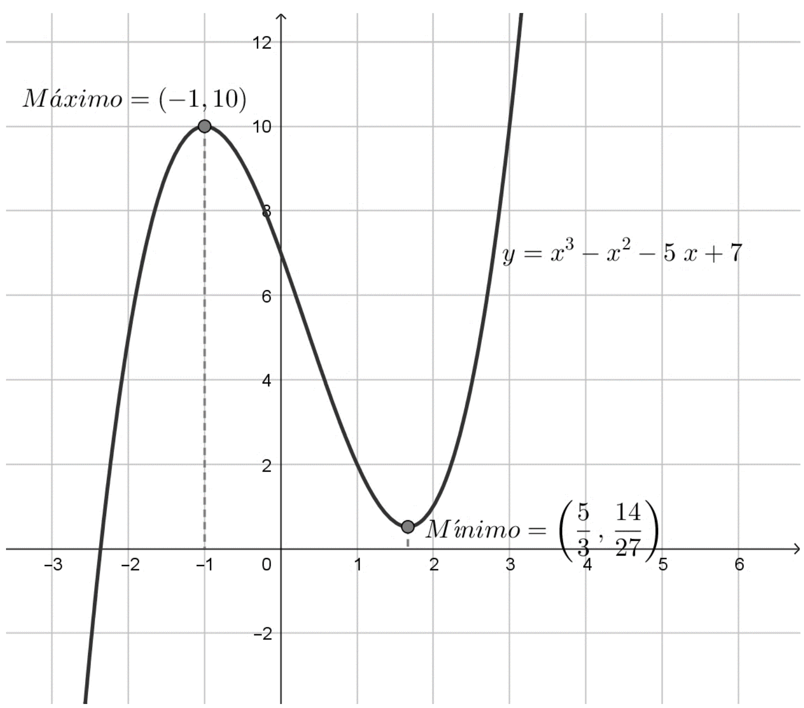


Figura 8. Puntos máximos y mínimos del ejercicio 1

2.4.3.2 Cálculo de máximos y mínimos por el criterio de la segunda derivada

Granville (2002), describe los pasos para realizar el cálculo de los máximos y mínimos relativos aplicando el criterio de la segunda derivada para una función $y = f(x)$.

A. Hallar la primera derivada de la función.
B. Igualar a cero la primera derivada y resolver la ecuación; las raíces son los valores críticos de la variable.
C. Hallar la segunda derivada.
D. Sustituir en la segunda derivada, en lugar de la variable, cada uno de los valores críticos obtenidos. Si el resultado es negativo, la función tiene un máximo para este valor critico; si el resultado es positivo, la función tiene un mínimo.

   Cuando $f''(x) = 0$, no tiene máximo ni mínimo, o bien no se puede aplicar este procedimiento.

En resumen, se puede decir que:

1. $f(x)$ es un máximo si $f'(x) = 0$ y $f''(x)$ es negativa.
2. $f(x)$ es un mínimo si $f'(x) = 0$ y $f''(x)$ es positiva.

Ejemplo de aplicación del criterio de la segunda derivada.

2. Calcula los máximos y mínimos relativos para la función $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 2$. Aplica el criterio de la segunda derivada.

Primeramente, se obtiene la primera y segunda derivada de la función.

$$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 2$$

$$y' = 6x^2 - 6x - 12$$

$$y'' = 12x - 6$$

Se iguala a cero la primera derivada y se obtienen las raíces.

$$6x^2 - 6x - 12 = 0$$

$$\frac{6x^2 - 6x - 12}{6} = x^2 - x - 2 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

Se factoriza:

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

De donde se obtienen los puntos críticos:

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -1$$

Se sustituyen los valores críticos en la segunda derivada.

$$f''(x) = 12x - 6$$

$$f''(2) = 12(2) - 6 = 24 - 6 = 18 \Longrightarrow 18 > 0$$

Hay un mínimo relativo, ya que el valor de la segunda derivada es positivo.

$$f''(-1) = 12(-1) - 6 = -12 - 6 = -18 \Longrightarrow -18 < 0$$

Hay un máximo ya que el valor de la segunda derivada es negativo.

Se calculan las ordenadas, sustituyendo los valores críticos en la función original.

Para $x_1 = 2$:

$$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 2$$

$$f(2) = 2(2)^3 - 3(2)^2 - 12(2) + 2 = 16 - 12 - 24 + 2 = -36 + 18 = -18$$

Para $x_2 = -1$:

$$f(-1) = 2(-1)^3 - 3(-1)^2 - 12(-1) + 2 = -2 - 3 + 12 + 2 = 9$$

Luego entonces se tiene:

Un mínimo en $(2, -18)$ y un máximo en $(-1{,}9)$.

Al realizar la gráfica de la función quedaría como se muestra en la Figura 9.

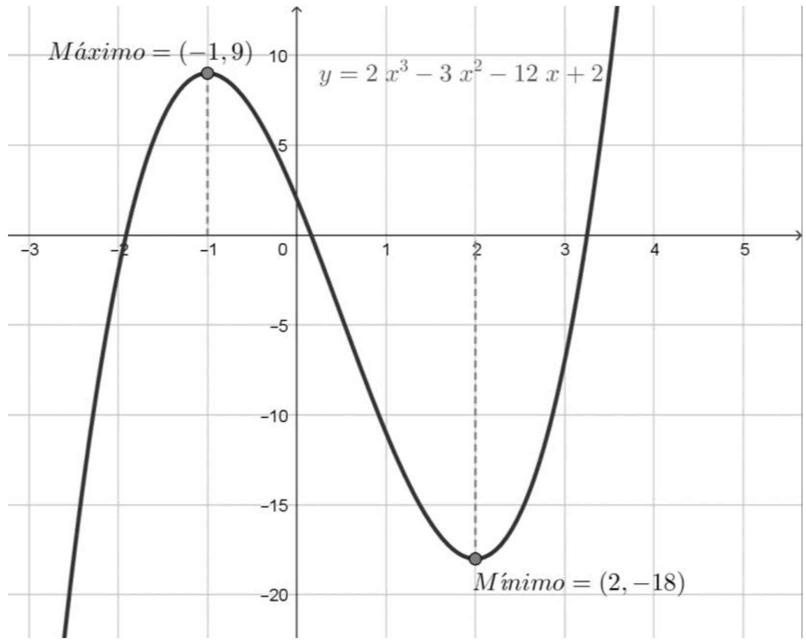


Figura 9. Puntos máximos y mínimos del ejercicio 2.

2.4.3.3 Máximos y mínimos aplicados a la solución de problemas de optimización

La resolución de problemas de optimización se centra en la matemática del contexto, con el fin de que el alumno pueda desarrollar la habilidad para situar en el contexto el problema que se plantea.

Para la SEP citado en Herrera (2014), la resolución de problemas un proceso a través del cual se pueden reconocer las señales que identifican la presencia de una dificultad, anomalía o entorpecimiento del desarrollo normal de una tarea, se recolectar información necesaria para resolver los problemas detectados y escoger e implementar las mejores alternativas de solución, ya sea de manera individual o grupal.

Herrera (2014), comenta que cada situación es una oportunidad para que las personas sean capaces de transformar y mejorar continuamente el entorno en forma activa y además aprender de ello. La resolución de problemas aplicada al mundo laboral permite mantener el correcto desarrollo de las actividades, tareas o procesos, y estar preparado para enfrentar de manera eficiente los entorpecimientos cotidianos que se presentan en la ejecución de una labor.

La definición que da PISA 2012 a la competencia para la resolución de problemas (OCDE, 2014, p. 12) es la siguiente:

> La competencia para la resolución de problemas es la capacidad del individuo para emprender procesos cognitivos con el fin de comprender y resolver situaciones problemáticas en las que la estrategia de solución no resulta obvia de forma inmediata. Incluye la disposición para implicarse en dichas situaciones para alcanzar el propio potencial como ciudadano constructivo y reflexivo.

A partir de esta definición, se elaboran las unidades de evaluación para la prueba PISA. Normalmente, cada pregunta se centra, en lo posible, en un único proceso de resolución de problemas. En algunas cuestiones, es suficiente demostrar un reconocimiento del problema; en otras, basta con describir una estrategia de solución; en muchas se exige que esa estrategia sea eficaz y eficiente; e incluso hay otras donde se tiene que valorar las soluciones propuestas y decidir la más adecuada para el problema planteado.

Lo interesante de incluir preguntas que se centren en un proceso es que, muchas veces, lo que se enseña en clase suele incidir en la ejecución, mientras que las principales dificultades para la mayoría de quienes resuelven un problema tienen que ver con la representación, planificación y autorregulación (OCDE, 2014).

Existen tres aspectos clave para elaborar las actividades de evaluación: el contexto, la naturaleza y los procesos de resolución del problema. Los diferentes contextos del problema se refieren a que aquél sea tecnológico o no, personal o social. Lo que determina la naturaleza del problema es si la información sobre dicha situación se da a conocer a quien resuelve el problema al principio es completa (problemas estáticos) o si la interacción con esa situación es una parte necesaria de la actividad de resolución para descubrir información adicional (problemas interactivos).

Los teóricos de la resolución de problemas diferencian entre problemas bien y mal estructurados. Los problemas bien estructurados son aquellos cuyos pasos que conducen a la solución se pueden establecer de forma explícita y evidente. Los problemas mal estructurados son aquellos en los cuales es difícil especificar los pasos necesarios para llegar a la solución. Son muy pocos los problemas cotidianos de formato estructurado.

En el mundo cotidiano, la resolución de problemas no presenta de forma clara el tipo de información necesaria que se requiere para abordarlos, ni tampoco estará claro el sitio en el cual deba buscarse la información. En efecto, la vida real es compleja y hallar la información puede ser a menudo un problema en sí mismo.

Tenemos que tener en claro que, en el mundo cotidiano, los problemas no tienen una única solución e incluso los criterios que definirían cuál de todas es la mejor solución, no siempre están claros.

En el caso de máximos y mínimos, los problemas son de maximizar ganancias, cálculo de áreas máximas, perdidas mínimas, mínima inversión, …, como el siguiente ejemplo:

Se requiere construir una caja rectangular sin tapa utilizando una lámina de plata de 16 cm por 10 cm. Calcular la altura de la caja para que tenga el mayor volumen posible con el material disponible. El corte de la lámina de plata se muestra en la Figura 10.

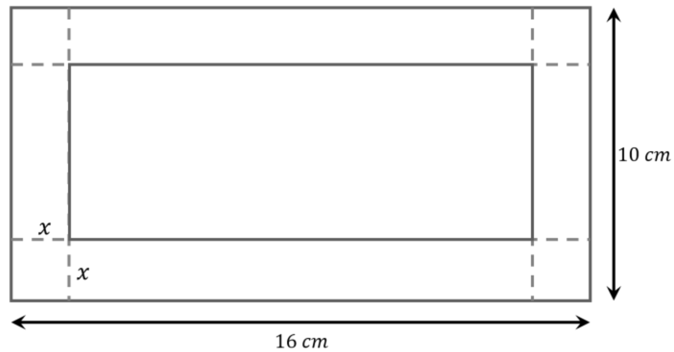


Figura 10. Lámina para construir la caja descrita

Los datos para resolver este problema son:

x: Es la altura o profundidad de la caja.

$16 - 2x$: Largo de la caja.

$10 - 2x$: Ancho de la caja.

Solución:

El volumen de la caja estaría definido por:

Volumen = área de la caja por la altura.

$$V = (16 - 2x)(10 - 2x)x$$

$$V = 4x^3 - 52x^2 + 160x$$

Aplicando el criterio de la primera derivada para obtener el máximo se calcula $V'(x)$:

$$V = 4x^3 - 52x^2 + 160x$$

$$V'(x) = 12x^2 - 104x + 160$$

El resultado de $V'(x)$ se iguala a cero para obtener las raíces:

$$12x^2 - 104x + 160 = 0$$

Se simplifica:

$$4(3x^2 - 26x + 40) = 0$$

$$3x^2 - 26x + 40 = 0$$

$$(x-2)(3x-20)=0$$

De donde tenemos los puntos críticos son:

$$x_1=2$$

$$x_2=\frac{20}{3}$$

Análisis:

Para $x_1=2$

Para un valor un poco menor, puede ser $x=1$:

$$V'(x)=12x^2-104x+160$$

$$V'(1)=12(1)^2-104(1)+160=12-104+160=68$$

El signo de la derivada es positivo (+).

Para un valor un poco mayor, puede ser $x=3$:

$$V'(3)=12(3)^2-104(3)+160=108-312+160=-44$$

El signo de la derivada es negativo (-).

Como pasa de positivo a negativo, se concluye que hay un máximo en $x=2$. Ya no es necesario analizar $x_2=\frac{20}{3}$.

Por lo que la altura es de 2 cm, el largo de $16-2(2)=12$ cm, la anchura de $10-2(2)=6$ cm y el volumen de $12(6)(2)=144cm^3$.

Si se realiza la gráfica, esta quedaría como se muestra en la Figura 11:

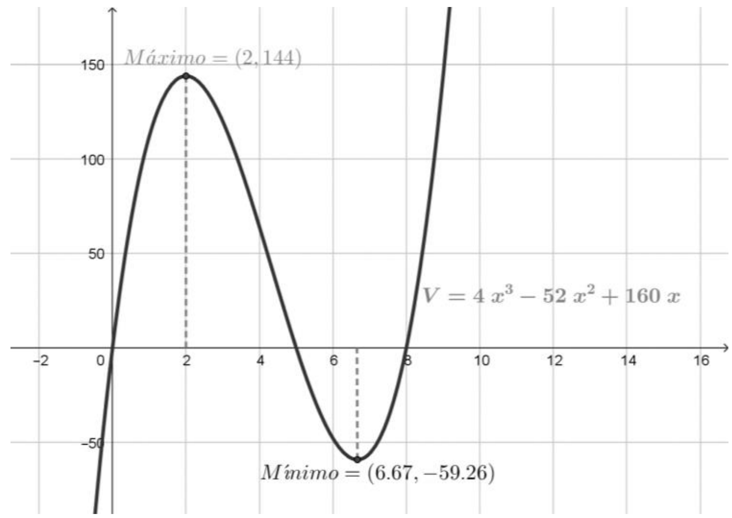


Figura 11. Punto máximo queda solución al problema del ejemplo 3

Si se realiza la gráfica con GeoGebra, se visualiza que exactamente en el punto máximo de 2, el valor de la ordenada es 144, el cual es valor del volumen máximo que se puede obtener al armar la caja.

2.5 Rendimiento académico

El Rendimiento Académico se define como el producto de la asimilación del contenido de los programas de estudio, expresado en calificaciones dentro de una escala convencional (Figueroa 2004). En otras palabras, se refiere al resultado cuantitativo que se obtiene en el proceso de aprendizaje de conocimientos, conforme a las evaluaciones que realiza el docente mediante pruebas objetivas y otras actividades complementarias.

El rendimiento académico es un término complicado de definir, ya que diferentes autores lo ubican como algo que no solo refleja un valor numérico, sino que va más allá de asentar una calificación a un alumno, tal como comenta Garbanzo (2007), que el rendimiento académico es la suma de diferentes factores que actúan en el estudiante, es decir, es el valor numérico asignado al logro alcanzado por el alumno en las diferentes actividades académicas. En este aspecto Pérez, Ramón y Sánchez (2000) mencionan que el rendimiento académico se mide mediante las calificaciones obtenidas, con un valor cuantitativo, el cual muestra las ganancias y las perdidas, la deserción y el grado de éxito académico. Para Hernández y Barraza (2013), el rendimiento académico describe las habilidades, conocimientos, actitudes, y de manera general son las competencias que un estudiante logra.

Por ser cuantificable, el rendimiento académico determina el nivel de conocimiento alcanzado, y es tomado como único criterio para medir el éxito o fracaso escolar a través de un sistema de calificaciones de 0 a 10 en la mayoría de los centros educativos públicos y privados, en otras instituciones se utilizan el sistema de porcentajes de 0 a 100% y los casos de las instituciones bilingües, se utiliza el sistema de letras que va desde la A a la F, para evaluar al estudiante como Deficiente, Bueno, Muy Bueno o Excelente en la comprobación y la evaluación de sus conocimientos y capacidades. Las calificaciones dadas y la evaluación tienen que ser una medida objetiva sobre el estado de los rendimientos de los alumnos (MINED, 2002).

2.5.1 Taxonomía de Bloom

Bloom (1956) realizó sus trabajos sobre estudios de objetivos educativos y planteó que cualquier actividad favorece uno de los dominios psicológicos: cognoscitivo, afectivo y psicomotor. De acuerdo con Eisner (2000), el dominio cognoscitivo se ocupa de la capacidad de procesar y de utilizar la información de una manera significativa. El dominio afectivo se refiere a las actitudes y a las sensaciones que resulta del proceso de aprendizaje, mientras que el dominio psicomotor implica habilidades físicas.

La idea principal de los niveles de la taxonomía es aquello que los profesores desean que los alumnos aprendan, es decir, los objetivos educacionales. Según Bloom, dicha taxonomía tiene una estructura jerárquica que va de lo más simple a lo más complejo o elaborado, hasta llegar a la evaluación. Propone que cuando los maestros elaboran su planeación didáctica de contenidos deben tener en cuenta estos niveles y mediante diferentes actividades, deben ir avanzando hasta conseguir los niveles más altos.

Cada nivel va a depender de la capacidad y habilidad del alumno para desempeñarse y poder alcanzar los niveles precedentes. Por ejemplo, si se habla del nivel más alta de la taxonomía cognitiva, la capacidad de evaluar, donde se supone que el estudiante es capaz de procesar información, de aplicar dicha información, de analizarla, de sintetizarla para finalmente evaluarla y lograr un máximo rendimiento. Según Eisner, la taxonomía no es un esquema de clasificación, sino un intento de ordenar jerárquicamente los procesos cognitivos.

En la base de la taxonomía de Bloom (1956) se encuentra el nivel de conocimiento, donde los estudiantes, a través de actividades previamente planeadas por el docente, aprenden información básica y son capaces de memorizarla y recordarla. En el centro de la taxonomía se ubica el nivel de aplicación, aquí los estudiantes resuelven problemas y utilizan hechos; en este nivel pueden explorar el significado detrás de la información que han aprendido del nivel de conocimiento. Al parte superior de la taxonomía está el nivel de evaluación, donde los estudiantes pueden escribir un documento con la información aprendida, además de resolver conflictos y desarrollar opiniones (Eisner, 2000).

2.5.2 Medida del Rendimiento académico en el Colegio de Bachilleres del Estado de Campeche

En el COBACAM, el cálculo de la medida de las calificaciones de todas las asignaturas se realiza en dos partes, por un lado, un 60% de la calificación es otorgada por el docente, y es equivalente a la calificación de los trabajos entregados por el alumno, mientras que el 40% restante equivale a un examen departamental, elaborado por la Dirección General del COBACAM. Esta evaluación está formada por 25 reactivos para el área de matemáticas y 30 para las otras áreas; los ítems de la evaluación son de opción múltiples con 4 posibles respuestas, de las cuales una es correcta.

Para medir el rendimiento académico de esta investigación, se aplicó un instrumento de evaluación formado por 20 reactivos. Mediante la taxonomía de Bloom miden los indicadores Fundamentos teóricos (Conocimiento), Manejo de información (Comprensión), Problemas de aplicación (Aplicación) y Solución de problemas de optimización (Análisis); cada reactivo tiene 4 posibles respuestas, de la cual una es correcta. Cabe mencionar que el instrumento se aplicó para evaluar el 60% correspondiente a la calificación que otorga el docente en segundo examen parcial.

2.6 Propósito del trabajo

El propósito de la investigación es poner en práctica la implementación de GeoGebra en la enseñanza del Cálculo Diferencial, esencialmente en la enseñanza de la derivada para la solución de problemas que involucren máximos y mínimos relativos.

Se sabe que la tecnología en necesaria en la actualidad para todos los ámbitos de la vida del hombre, además no se debe olvidar que se está trabajando con alumnos que están en continua interacción con la tecnología desde sus primeros años de vida, jóvenes que conocen y dominan el lenguaje tecnológico de manera muy eficiente. Se quiere hacer uso las TIC para contrarrestar un problema que se presenta en muchos de los estudiantes en todos los niveles, el miedo a las matemáticas.

Existen muchas investigaciones y trabajos que fundamentan a GeoGebra como un software que permite la construcción del conocimiento, tal como comenta Inzunza (2014), que el diseño de GeoGebra permite que el usuario sea participe en la construcción de su propio conocimiento, ya que éste puede interactuar con los componentes y representaciones del software, además de que posee muchas de las funciones trascendentes que debe tener una herramienta cognitiva que Pea definió en 1987.

Mientras que Gay, Tito y San Miguel (2014), mencionan que GeoGebra facilita la conversión y la interacción con los registros de representación semiótica de un mismo objeto matemático, lo que hace posible el estudio y análisis de los conceptos de cada representación, lo que conlleva al desarrollo del pensamiento matemático de cada objeto.

Carranza (2011) comenta que la incorporación de ambientes dinámicos, en particular GeoGebra, en la formación de los profesores de matemática favorece la construcción de conocimientos matemáticos significativos, operativos y estructurados, lo que les permite movilizarse fácilmente entre los sistemas de representación simbólicos, numéricos, gráficos y analíticos.

El propósito es hacer uso de este software para llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje de los máximos y mínimos relativos para la solución de problemas de optimización.

2.6.1 Propuesta didáctica

A continuación, se describe la propuesta didáctica para la enseñanza del tema de máximos y mínimos relativos con la aplicación de los criterios de la primera y segunda derivada de una función.

2.6.1.1 Introducción

El COBACAM tiene sus bases pedagógicas en el SNB, el cual expone que los alumnos egresados de la EMS deben poseer las habilidades y competencias necesarias para enfrentarse a la vida.

Fue a partir del Ciclo Escolar 2009-2010 que la Dirección General del Bachillerato (DGB) incorporó en su plan de estudios los principios básicos de la RIEMS cuyo propósito es fortalecer y consolidar la identidad de este nivel educativo, en todas sus modalidades y subsistemas; proporcionar una educación pertinente y relevante al estudiante que le permita establecer una relación entre la escuela y su entorno; y facilitar el tránsito académico de los estudiantes entre los subsistemas y las escuelas.

Para el logro de las finalidades anteriores, uno de los ejes principales de la RIEMS es la definición de un MCC, que comparten todas las instituciones de bachillerato, basado en desempeños terminales, el enfoque educativo basado en el desarrollo de competencias, la flexibilidad y los componentes comunes del currículum.

A propósito de éste destacaremos que el enfoque educativo permite: Establecer en una unidad común los conocimientos, habilidades, actitudes y valores que el egresado de bachillerato debe poseer.

Dentro de las competencias a desarrollar, encontramos las genéricas; que son aquellas que se desarrollarán de manera transversal en todas las asignaturas del mapa curricular y permiten al estudiante comprender su mundo e influir en él, le brindan autonomía en el proceso de aprendizaje y favorecen el desarrollo de relaciones armónicas con quienes les rodean. Por otra parte, las competencias disciplinares básicas refieren los mínimos necesarios de cada campo disciplinar para que los estudiantes se desarrollen en diferentes contextos y situaciones a lo largo de la vida. Asimismo, las competencias disciplinares extendidas implican los niveles de complejidad deseables para quienes opten por una determinada trayectoria académica, teniendo así una función propedéutica en la medida que prepararán a los estudiantes de la enseñanza media superior para su ingreso y permanencia en la educación superior. Por último, las competencias profesionales preparan al estudiante para desempeñarse en su vida con mayores posibilidades de éxito.

Dentro de este enfoque educativo existen varias definiciones de lo qué es una competencia, a continuación, se presentan las definiciones que fueron retomadas por la DGB para la actualización de los programas de estudio:

Una competencia es la capacidad de movilizar recursos cognitivos para hacer frente a un tipo de situaciones con buen juicio, a su debido tiempo, para definir y solucionar verdaderos problemas. Tal como comenta Mastache (2007), las competencias van más allá de las habilidades básicas o saber hacer ya que implican saber actuar y reaccionar; es decir que los estudiantes sepan saber qué hacer y cuándo.

Con el modelo basado en competencias la EMS deja de un lado la memorización sin sentido de temas desarticulados y la adquisición de habilidades relativamente mecánicas, para promover el desarrollo de competencias susceptibles de ser empleadas en el contexto en el que se encuentren los estudiantes, que se manifiesten en la capacidad de resolución de problemas, procurando que en el aula exista una vinculación entre ésta y la vida cotidiana incorporando los aspectos socioculturales y disciplinarios que les permitan a los egresados desarrollar competencias educativas.

El plan de estudio de la DGB tiene como objetivos:

- Proveer al educando de una cultura general que le permita interactuar con su entorno de manera activa, propositiva y crítica (componente de formación básica),
- Prepararlo para su ingreso y permanencia en la educación superior, a partir de sus inquietudes y aspiraciones profesionales (componente de formación propedéutica);
- Y finalmente promover su contacto con algún campo productivo real que le permita, si ese es su interés y necesidad, incorporarse al ámbito laboral (componente de formación para el trabajo).

Como parte de la formación propedéutica anteriormente mencionada se presenta el programa de estudios de la asignatura de Cálculo Diferencial que pertenece al campo de conocimiento de matemáticas, conforme al MCC, tiene la finalidad de propiciar el desarrollo de la creatividad, el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes, mediante procesos de razonamiento, argumentación y estructuración de ideas que conlleven al despliegue de distintos conocimientos, habilidades, actitudes y valores, en la resolución de problemas matemáticos que en sus aplicaciones trasciendan al ámbito escolar.

2.6.1.2 Contenido temático de Cálculo Diferencial

La asignatura está distribuida por bloques de conocimientos que se enuncian a continuación:

Bloque I. ARGUMENTAS EL ESTUDIO DEL CÁLCULO MEDIANTE EL ANALISIS DE SU EVOLUCION, SUS MODELOS MATEMATICOS Y SU RELACION CON HECHOS REALES. En este bloque se ubica y conocen los antecedentes históricos de la rama de las Matemáticas y como su nacimiento ha construido a los grandes avances de la humanidad.

Bloque II. RESUELVE PROBLEMAS DE LÍMITES EN SITUACIONES DE CARACTEER ECONOMICO ADMINISTRATIVO, NATURAL Y SOCIAL. Se busca que el estudiante resuelva problemas sobre limites en las ciencias naturales, económico administrativas y sociales, mediante el análisis de tablas, gráficas y aplicación de las propiedades de los limites.

Bloque III. CALCULAS, INTERPRETAS Y ANALIZAS RAZONES DE CAMBIO EN LOS FENOMENOS NATURALES, SOCIALES, ECONOMICOS ADMINISTRATIVOS, EN LA AGRICULTURA, EN LA GANADERIA Y EN LA INDUSTRIA. En este bloque se estudia la razón de cambio promedio e instantánea, el cambio de posición de un objeto en el tiempo y la interpretación geométrica de la derivada.

Bloque IV. CALCULAS E INTERPRETAS MÁXIMOS Y MÍNIMOS APLICADOS A PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN. Se trabaja sobre la obtención de máximos y mínimos absolutos y relativos y como ellos influyen en el éxito o fracaso de las producciones empresariales, industriales, agrícolas y en el comportamiento de los fenómenos naturales.

El ciclo escolar del COBACAM se divide en dos parciales, en los cuales de evalúan los diversos bloques de la asignatura, a su vez cada bloque está dividido en temas. El APENDICE F muestra la distribución de los temas.

El curso forma parte del área de las matemáticas, lo que refleja que a los alumnos les cuesta mucho trabajo la comprensión de ciertos temas, entre ellos describir el análisis grafico de una función, los jóvenes no logran encontrar los puntos máximos y mínimos de una función, ubicar el sentido de concavidad y puntos de inflexión o describir en los intervalos donde la función crece o decrece.

2.6.1.3 Objetivo de la propuesta didáctica

Desarrollar las competencias necesarias para que el alumno pueda construir su propio conocimiento, mediante el desarrollo del pensamiento crítico, reflexivo y analítico para resolver diversos problemas de optimización y de la vida cotidiana con la aplicación de máximos y mínimos relativos. Además, desarrollar en el joven egresado de la EMS las habilidades digitales necesarias para que utilice GeoGebra como la herramienta tecnológica que lo lleve a comprender los diversos conceptos de las matemáticas que lo llevan a la construcción de su propio conocimiento matemático.

El alumno practicará la aplicación de la derivada a través del cálculo de los valores máximos y mínimos relativos de una función, analizando diferencialmente, sus intervalos crecientes y decrecientes, así mismo la aplicación de concavidad y de punto de inflexión en una función, a partir de la aplicación de la segunda derivada, así como el trazo de gráficas.

2.6.1.4 Justificación

La asignatura de Cálculo Diferencial tiene como finalidad analizar cualitativa y cuantitativamente la razón de cambio instantáneo y promedio, lo que permitirá dar soluciones a problemas del contexto real del estudiante al facilitarle la formulación de modelos matemáticos de problemas financieros, económicos, químicos, ecológicos, físicos y geométricos. Una segunda finalidad es la resolución de problemas de optimización.

Zhang citado en Salinas y Alanís (2009), comenta que en la actualidad la enseñanza del Cálculo Diferencial se caracteriza por ser abstracta, aburrida y difícil para que los alumnos se apropien del conocimiento. La enseñanza de hoy en día consiste en aprender de manera mecánica y a resolver límites de funciones algebraicas, trascendentes y la obtención de sus derivadas, el contexto real en el que se desenvuelve el estudiante influye poco en la resolución de problemas. Afirma que investigaciones muestran que las estrategias de enseñanza que están centradas en el docente tienen desventajas porque no desarrollan un ambiente activo evitando que el alumno se apropie del conocimiento.

Ahora se pretende crear un nuevo enfoque en el cual el alumno comience a construir sus propios conceptos a partir de la resolución e interpretación de los cambios en el medio ambiente inmediato en el cual se encuentra inmerso, en el estudio de la producción de las diferentes empresas de su localidad, en la producción agrícola y en situaciones sociales.

El Bachillerato General, busca consolidar y diversificar los aprendizajes y desempeños, ampliando y profundizando el desarrollo de competencias relacionadas con el campo disciplinar fisicomatemático, el cual promueve la asignatura de Cálculo

Diferencial. Es una asignatura completa que integra los contenidos de Álgebra, Geometría, Trigonometría y Geometría Analítica; el alumno debe de comprender que el estudio de ésta permite modelar el mundo real e interpretar diversos fenómenos relacionados con el tiempo y la optimización, el uso de la tecnología facilitará el planteamiento de modelos y estudiar sus variaciones de una forma dinámica, para el planteamiento de problemas, su resolución, análisis y toma de decisiones en situaciones de su vida familiar, social, escolar y laboral.

Desde el punto de vista curricular, cada materia de un plan de estudios mantiene una relación vertical y horizontal con el resto, el enfoque por competencias reitera la importancia de establecer este tipo de relaciones al promover el trabajo disciplinario, en similitud a la forma como se presentan los hechos reales en la vida cotidiana. La asignatura de Cálculo Diferencial permite el trabajo interdisciplinario con Matemáticas I, II, III y IV, Ciencias Sociales, Informática I y II, Física I y II, Química I y II, Biología I y II, Temas Selectos de Física I y II, Cálculo Integral, Ecología, Geografía, Temas Selectos de Química I y II.

Por lo anterior, es importante recalcar que el Cálculo Diferencial es una asignatura importante que debe ser de dominio común de todos los egresados de la EMS, pero los resultados que se obtienen cada semestre con los diversos instrumentos de evaluación muestran muchas deficiencias en el aprendizaje y la aplicación de los temas del Bloque IV.

2.6.1.5 Metodología de propuesta didáctica

Dentro la Secuencia Didáctica de la asignatura Cálculo Diferencial, se aborda el Bloque IV (CALCULAS E INTERPRETAS MÁXIMOS Y MÍNIMOS APLICADOS A PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN), como una aplicación de la derivada en la solución de problemas de la vida cotidiana. Cabe mencionar que los temas de este bloque guardan una estrecha relación con el análisis gráfico de funciones.

El problema es que los alumnos presentan dificultades al hallar los elementos que conllevan al análisis grafico de funciones presentando deficiencias al resolver problemas de optimización, los cuales no desarrollan un pensamiento crítico y reflexivo sobre las diversas situaciones cotidianas que se pueden resolver con la aplicación de máximos y mínimos relativos. Algunos estudiantes realizan las cuestiones ¿aplicaré el concepto de derivada en más adelante en mi carrera universitaria?, ¿de qué me servirá el Cálculo en mi vida profesional?; preguntas como las anteriores son las que tienen a los jóvenes con dudas sobre la elección de su carrera universitaria, alumnos que no tienen definido su futuro profesional. Es entonces, responsabilidad del docente desarrollar estrategias que permitan que estos alumnos logren ver en las matemáticas un caudal de conocimiento científico y que opten por realizar estudios enfocados en el conocimiento matemático.

Por lo anterior se desarrolló la propuesta para trabajar con los temas del Bloque IV, el cual se evalúa en el segundo parcial del curso escolar para buscar incrementar el rendimiento académico de los alumnos en el tema de máximos y mínimos relativos haciendo uso de GeoGebra.

El APENDICE G muestra los elementos y las herramientas que formaron parte de la propuesta didáctica que se utilizaron para llevar a cabo el proyecto de investigación.

Cabe mencionar que las principales actividades, la cinco y la seis, permitieron que el joven estudiante practicará en sus hogares la resolución de problemas de aplicación de la derivada, permitiendo que con estas prácticas que los estudiantes construyeran su propio conocimiento.

2.6.1.6 Desempeños a desarrollar con la propuesta didáctica

Al finalizar la propuesta didáctica se pretende que el alumno posea los conocimientos y las competencias necesarias para:

1. Interpretar gráficas que representen diversos fenómenos naturales, producciones agrícolas e industriales, identifique máximos y mínimos absolutos y relativos (Discusión grupal acerca del significado práctico del cálculo de máximos y mínimos relativos en problemas reales de las ciencias naturales y sociales).
2. Calcular máximos y mínimos en funciones algebraicas y trascendentes aplicando métodos algebraicos (Realizar ejercicios de los valores máximos y mínimos relativos de una función, aplicando los criterios de la primera y segunda derivada, polinomios de grado tres y cuatro de raíces racionales).
3. Establecer modelos matemáticos y representaciones gráficas de producción de diversas empresas (manufactura, fabricación y elaboración de artesanías) para calcular sus máximos y mínimos de utilidad y emitir juicios sobre su situación económica (Representar en graficas los máximos y mínimos, puntos de inflexión, intervalos crecientes y decrecientes e intervalos de concavidad de una función a partir de ejercicios resueltos).

Las actividades del APENDICE G permitieron que el joven estudiante alcanzara los desempeños, mencionados anteriormente, en este caso la Secuencia Didáctica y la estrategia seguida, logró que los jóvenes fueran partícipes en la construcción de su propio conocimiento.

2.6.1.7 Plan de trabajo

Para realizar la propuesta didáctica se realizó el cronograma de actividades para realizar del 03 de noviembre al 08 de diciembre. El APÉNDICE F describe las actividades seguidas en la implementación del proyecto de investigación, que permitió que los jóvenes lograran un aprendizaje significativo, lo anterior demuestra que la inclusión de una tecnología en el aula va a depender en gran medida del entusiasmo mostrado por el docente.

CAPÍTULO TRES

Metodología

En este capítulo se describe lo relacionado con el tipo de estudio de la investigación que se realizó, de la misma manera se aborda el diseño que se siguió, además de los instrumentos y procedimientos que se aplicaron durante el tratamiento.

3.1 Tipo de estudio

El enfoque de esta investigación fue de carácter cuantitativo, esto de acuerdo con Hernández et al (2006), este tipo estudio utiliza la recolección de datos para probar una hipótesis con base una medición numérica y el análisis estadístico para establecer características y patrones de comportamiento, en este caso se presentaron y analizaron los registros de los rendimientos académicos finales obtenidos por los estudiantes que participaron en este experimento.

El estudio también se tornó explicativo, dado que se pretendió explicar las causas de los resultados obtenidos por los alumnos, ello en función de las evidencias expresadas numéricamente, las cuales manifestaron que los estudiantes del quinto semestre del COBACAM 05 Atasta han obtenido resultados muy bajos en su rendimiento académico al resolver problemas de máximos y mínimos relativos en la solución de problemas de optimización.

De acuerdo con la hipótesis planteada, esta investigación, fue de tipo correlacional, esto de acuerdo con Hernández et al (2006), quienes comentan que el propósito de los estudios correlacionales es medir el grado de relación entre dos o más conceptos o variables, por esta razón se optó por este tipo de investigación.

Con lo anterior se buscó analizar si la introducción y utilización de software matemático GeoGebra en las clases de Cálculo Diferencial, en el tema de máximos y mínimos relativos, permitiría que los alumnos del quinto semestre del COBACAM 05 Atasta mejoraran su rendimiento académico y lograran resolver problemas de optimización. Expuesto lo anterior analizó la relación que guardaban las siguientes variables:

Por un lado, se analizó la relación que existe en enseñar el tema de máximos y mínimos relativos para la solución de problemas de optimización bajo el método de enseñanza tradicional, haciendo uso de la pizarra para explicar y realizar las gráficas de las funciones analizadas, y el rendimiento académico de los estudiantes de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta.

Por otro lado, se realizó el análisis de la relación que existe entre enseñar el tema antes mencionado, pero ahora con apoyo de GeoGebra y el rendimiento académico de los alumnos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta.

3.2 Diseño de investigación

Por las características que presentó el proyecto, la investigación fue de diseño cuasiexperimental por trabajar con grupos intactos, al respecto Hernández et al. (2010) señalan sobre este diseño que los sujetos no se asignan al azar a los grupos, sino que los grupos están formados al inicio de la investigación. Además, también mencionan que la estructura de diseño cuasiexperimental implica utilizar una preprueba y una posprueba en los grupos involucrados en el estudio, por esta razón la investigación fue cuasiexperimental con una preprueba y una posprueba.

La parte experimental residió en que las estrategias didácticas que se siguieron para dar respuesta a las preguntas de investigación se fue necesario manipular de manera deliberada e intencionalmente una de las variables para analizar las consecuencias y el comportamiento que tiene la manipulación sobre la otra variable dentro del experimento.

Por otro lado, la parte cuasi se debe a que en los estudios cuasiexperimentales el investigador no tiene control total sobre los criterios que utilizan para asignar y seleccionar los grupos; en este caso dichos grupos fueron formados por la dirección del COBACAM 05 Atasta desde el momento que los estudiantes ingresaron a la EMS, cabe destacar que los alumnos involucrados en el estudio tomaron el curso de Calculo Diferencial de acuerdo con el plan de estudio vigente del COBACAM, donde se menciona que los alumnos que se encuentren cursando en el quinto semestre deben de tomar de manera obligatoria la asignatura de Cálculo Diferencial. Los horarios de impartición del curso fueron asignados por la dirección del COBACAM 05 Atasta para el semestre 2017B (agosto 2017-enero 2018).

A los grupos de esta investigación se les administró de manera simultánea una preprueba, la cual sirvió para verificar la homogeneidad inicial en los grupos, y comprobar que ambos partían con el mismo nivel de conocimiento antes del experimento. Posteriormente un grupo denominado Experimental recibió el tratamiento, al utilizar GeoGebra para desarrollar gráficas dinámicas e interactivas de funciones y explicar los temas de análisis gráfico (crecimiento y decrecimiento, sentido de concavidad y puntos de inflexión, además de puntos máximos y mínimos relativos) durante las clases de Cálculo Diferencial.

Al otro grupo denominado de Control se le impartió las clases de forma tradicional, sin incluir ningún recurso tecnológico, lo anterior no implicó que al grupo de Control no se le explicara el análisis gráfico de funciones, sino que simplemente, se explicaron los temas de manera analítica y haciendo uso la pizarra para realizar las gráficas de las funciones analizadas.

Finalmente, se aplicó a los grupos simultáneamente una posprueba para determinar las medias aritméticas de las calificaciones obtenidas de cada grupo y se realizó una comparación estadística que permitió establecer el rechazo o la aceptación de la hipótesis planteada dentro de la investigación.

A continuación, se presenta el diagrama asociado al diseño de la investigación:

GE	O_1	X	O_2
GC	O_3	--	O_4

Donde:

GE = Grupo experimental (grupo 501 de Cálculo Diferencial semestre 2017B)

GC = Grupo control (grupo 502 de Cálculo Diferencial semestre 2017B)

X = Tratamiento (con la utilización de GeoGebra en los temas de análisis gráficos)

-- = Sin tratamiento (con la utilización de la pizarra)

O_1 = Preprueba (resolución de la evaluación diagnóstica para el grupo GE)

O_2 = Posprueba (resolución de la evaluación después del tratamiento para el grupo GE)

O_3 = Preprueba (resolución de la evaluación diagnostica para el grupo GC)

O_4 = Posprueba (resolución de la evaluación sin tratamiento para el grupo GC)

Con lo anterior se obtuvo la información necesaria para alcanzar los objetivos planteados y poder dar las respuestas a las preguntas planteadas al inicio investigación.

3.3 Población

La población estuvo compuesta por los alumnos del COBACAM 05 Atasta que cursaban el quinto semestre del Bachillerato General, el curso inicio el 16 de agosto del 2017 y finalizó el 31 de enero de 2018. Todos los alumnos que se involucraron en el estudio tenían que cursar de manera obligatoria la asignatura de Cálculo Diferencial, pues ésta forma parte del MCC del SNB. El tratamiento se aplicó entre el 03 noviembre y el 08 de diciembre de 2017, cumpliendo con el calendario establecido en la secuencia didáctica del segundo parcial para la presentación de los temas del Bloque IV.

Tabla 5

Elementos que conformaron la población de la investigación

Grupos	Hombres	Mujeres	Total
Grupo Experimental 501	15	6	21
Grupo Control 502	15	6	21
Total	30	12	42

Nota: Listas de control escolar del COBACAM 05 Atasta

Como se observa en la Tabla 5, 42 fue el total de alumnos que participaron en este proyecto, cuya edad promedio era entre 17 y 18 años, dichos estudiantes estaban distribuidos en los grupos 501 y 502. También se observa que ambos grupos estaban compuestos por la misma cantidad de hombres y mujeres.

Se destaca que en esta investigación no fue necesario tomar muestras, se trabajó los dos grupos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta, los cuales tenían una población pequeña de alumnos.

La selección del grupo Experimental y de Control se realizó de acuerdo con el criterio de investigador tomando en cuenta que los grupos tienen la misma cantidad de hombres y mujeres, tal como se muestra en la Tabla 8. Además, ambos grupos cursaban la Capacitación en Soldaduras y sus horarios eran parecidos, tal como se puede visualizar en la Tabla 10, dichos grupos tenían la clase de Cálculo Diferencial, en los primeros tres módulos, lo cual permitió que los jóvenes asimilaran un mayor aprendizaje.

Los horarios de clases que fueron establecidos por la dirección del COBACAM 05 Atasta, al inicio del semestre 2017B. Tal como se muestra a continuación:

Tabla 6

Horario de clases de Cálculo Diferencial

Grupo	Miércoles	Jueves	Viernes
501		07:00-07:50	07:00-08:40
502	07:50-09:30	07:50-08:40	

Nota: Horario de clases de los grupos de quinto semestre (dirección del COBACAM 05 Atasta)

La Tabla 6 muestra que las clases fueron impartidas los miércoles, jueves y viernes, cabe destacar que a cada grupo se le impartió 3 sesiones a la semana, cada sesión tenía una duración de 50 minutos.

3.4 Instrumentos

El instrumento que se aplicó estuvo formado por reactivos desarrollados sobre los temas del Bloque IV de Cálculo Diferencial, correspondientes al plan de estudio vigente del COBACAM.

El instrumento de evaluación estaba formado por cuatro indicadores que se crearon siguiendo la taxonomía de Bloom, tal como se menciona a continuación: Fundamentos teóricos (Conocimiento), Manejo de Información (Comprensión), Problemas de aplicación (Aplicación) y Solución de problemas de optimización (Análisis); para tales indicadores se establecieron los siguientes niveles mostrados en la Tabla 10.

Tabla 7

Niveles de conocimiento para la evaluación del instrumento

Nivel	Dimensión
Conocimiento Bajo	0-25
Conocimiento Insuficiente	26-50
Conocimiento Suficiente	51-75
Conocimiento Bueno	76-100

Nota: Niveles de conocimiento para evaluar cada indicador

Como se observa en la Tabla 7, se crearon 4 niveles para evaluar cada indicador del instrumento de evaluación del desarrollo de la habilidad de cada indicador, esto permitirá ubicar a cada alumno dentro de la taxonomía de Bloom para poder visualizar si lograron apropiarse del conocimiento y mejoraron su rendimiento académico.

El instrumento estaba constituido de 20 reactivos distribuidos en los indicadores mencionados anteriormente: el indicador Fundamentos teóricos, formado por reactivos diseñados para medir la apropiación del conocimiento teórico y conceptual de los temas analizados; el indicador de Manejo de la información contenía reactivos para evaluar la parte interpretativa de las gráficas de funciones y el cálculo de derivadas; el indicador Problemas de aplicación, los ítems de este indicador, se crearon para evaluar el análisis gráfico de funciones (como el cálculo de los intervalos de crecimiento y decrecimiento, de los intervalos del sentido de concavidad y los puntos de inflexión y el cálculo de los máximos y mínimos relativos) y los reactivos del indicador de Solución de problemas de optimización, se plantearon para medir la aplicación de la derivada para resolver problemas de optimización aplicando máximos y mínimos relativos. La Tabla 8, muestra la distribución de reactivos por indicador.

Tabla 8

Distribución de los reactivos de acuerdo con los indicadores

Indicador	Número de reactivos	Total
Fundamentos teóricos (Conocimiento)	1, 3, 5, 6, 10	5
Manejo de la información (Comprensión)	2, 7, 8, 9, 12, 14, 16	7
Problemas de aplicación (Aplicación)	4, 11, 13, 15, 17	5
Solución de problemas de optimización (Análisis)	18, 19, 20	3
Total	20	20

Fuente: Instrumento de medición

La Tabla 8 muestra la distribución de los ítems del instrumento, del indicador Fundamentos teóricos se tenían cinco reactivos, de Manejo de la información se desarrollaron siete reactivos, mientras que de los indicadores Problemas de aplicación y Solución de problemas de optimización se crearon cinco y tres, respectivamente. Los temas a los que corresponde cada ítem se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 9

Distribución de los reactivos de acuerdo con los temas del Bloque IV

Tema	Número de reactivo	Total	Ponderación
Derivadas implícitas	8	1	4
Ecuaciones y longitudes relacionadas con la derivada	11	1	7
Longitud de la subtangente y la subnormal	12	1	4
Derivadas de orden superior	9	1	4
Intervalos crecientes y decrecientes	1, 2, 4	3	13
Intervalos de concavidad y puntos de inflexión.	3, 5, 7, 15, 17	5	22
Aplicaciones de la derivada (máximos y mínimos)	6, 10, 13, 14, 16	5	19
Aplicaciones de la derivada en las ciencias naturales, económico-administrativas, sociales y matemáticas.	18, 19, 20	3	27
Total	20	20	100

Nota: Instrumento de medición

La Tabla 9 muestra que el instrumento contenía un reactivo de cada uno de los primeros cuatro temas (Derivadas implícitas, Ecuaciones y longitudes relacionadas con la derivada, Longitud de la subtangente y la subnormal y Derivadas de orden superior), estos temas se incluyeron porque son aplicables a los temas posteriores. Se incluyeron tres reactivos de los Intervalos crecientes y decrecientes; se incluyeron cinco ítems del tema Intervalos de concavidad y puntos de inflexión, del tema Aplicaciones de la derivada (máximos y mínimos) se incluyeron también cinco reactivos; mientras que del tema Aplicaciones de la derivada en las diversas áreas del conocimiento se incluyeron tres reactivos, cabe destacar que en estos últimos tres reactivos el alumno tuvo que realizar un proceso tardado y complejo, ya que tenía que:

- Crear las funciones a partir de la comprensión del problema,
- Calcular las primeras y segundas derivadas, respectivamente,
- Ubicar los puntos máximos y/o mínimos de las funciones,
- Interpretar los resultados.

Como se mencionó anteriormente, los reactivos se desarrollaron en base a la taxonomía de Bloom y eran de opción múltiple con cuatro posibles respuestas. El instrumento fue aplicado antes del tratamiento con el fin de determinar la homogeneidad de los grupos, se aplicó de manera simultánea tanto al grupo Experimental como al de Control, el viernes 03 de noviembre en la Sala de Usos Múltiples del COBACAM 05 Atasta, teniendo una duración de 2 horas.

Una vez determinada la igualdad de conocimiento de los grupos, se procedió a aplicar el tratamiento al grupo Experimental 501, mientras que al grupo Control 502 se le impartieron las clases de manera tradicional, haciendo uso de la pizarra para realizar las gráficas de las funciones analizadas. Al concluir de presentar los temas se aplicó nuevamente el instrumento a ambos grupos, esta aplicación fue la posprueba, también se aplicó con una duración de 2 horas. Para calificar el instrumento se tomó en cuenta lo descrito en el libro de códigos.

La validez del instrumento de medición se realizó por expertos en investigación en matemática educativa, los cuales cuentan con los grados académicos requeridos para la revisión y validación. Algunos de los comentarios y observaciones que realizaron los expertos fueron las siguientes:

- Agregar reactivos que muestren gráficas, pues el objetivo de esta investigación es que los alumnos relacionen los puntos máximos y mínimos relativos con la solución de problemas de optimización.
- Que se diera un mayor énfasis en los temas que tuvieran que ver con los máximos y mínimos relativos (como el sentido de concavidad, puntos de inflexión, funciones crecientes y decrecientes y el cálculo de los máximos y mínimos).

Para la validez de contenido se incluyeron todos los temas del Bloque IV correspondientes al Segundo Parcial, tal como se muestra en la Tabla 10.

Tabla 10

Contenido temático que integra del Bloque IV

Bloque IV	Total	%
Derivadas implícitas	1	5
Ecuaciones y longitudes relacionadas con la derivada	1	5
Longitud de la subtangente y la subnormal	1	5
Derivadas de orden superior	1	5
Intervalos crecientes y decrecientes	3	15
Intervalos de concavidad y puntos de inflexión	5	25
Aplicaciones de la derivada (máximos y mínimos)	5	25
Aplicaciones de la derivada en las ciencias naturales, económico-administrativas, sociales y matemáticas.	3	15
Total	20	100

Nota: Contenido temático del instrumento de medición

La Tabla 10 muestra el número de reactivos por contenido temático, los temas que concentran el mayor número de reactivos son: Intervalos de concavidad y puntos de inflexión y Aplicaciones de la derivada (máximos y mínimos), dichos temas concentran 25% del instrumento cada uno, le siguen en porcentajes los temas de Funciones crecientes y decrecientes (monotonía) y Aplicaciones de la derivada en las ciencias naturales, económicos-administrativas, sociales y matemáticas, con 15% del número de reactivos cada uno.

Para la validez del constructo se formaron los indicadores siguientes: Fundamentación teórica, Manejo de la información, Problemas de aplicación y Solución de problemas de optimización, los cuales permitieron medir el desarrollo de conocimientos que los alumnos alcanzaron durante el tratamiento, y que son deseables para cualquier egresado de la EMS.

Para validar la confiabilidad del instrumento, éste se aplicó a 25 alumnos que ya habían cursado la asignatura y se encontraban cursando el sexto semestre. La aplicación se realizó el viernes 25 de mayo del 2017. De los 25 instrumentos aplicados, se descartaron cuatro, ya que los estudiantes no mostraron el mayor interés por resolver de manera formal la evaluación, uno entrego sin resolver el instrumento, entregándolo en sin solucionar ningún problema; los otros tres tardaron menos de 30 minutos, no tardaron el tiempo deseado para contestar la evaluación, dejando ejercicios sin solución.

Una vez calificado y obtenido los resultados se utilizó el software SPSS19 para realizar el análisis de la confiabilidad mediante el Alfa de Cronbach, resultando en 0.785 de confiabilidad, esto de acuerdo con Ortiz y Noriega (2007) que comentan que, en el caso de una prueba de rendimiento académico no estandarizado, un coeficiente mayor 0.70

muestra un nivel de confiabilidad bastante elevado. La Tabla 11 muestra los resultados obtenidos al aplicar el análisis de confiabilidad con SPSS19:

Tabla 11

Estadísticos de fiabilidad SPSS19

Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en los elementos tipificados	Número de elementos
0.785	0.753	20

Nota: Resultados de confiabilidad de Alfa de Cronbach (SPSS19)

Después de determinar la igualdad de los grupos en cuanto a conocimientos sobre los temas, se procedió a aplicar al grupo Experimental el tratamiento, usando GeoGebra para realizar las gráficas de las funciones analizadas, mientras que al grupo de Control se le impartió las clases de manera normal haciendo uso de la pizarra para realizar las gráficas. Al concluir el experimento se aplicó de nuevo el instrumento con el fin de verificar que los grupos presentan diferencias significativas.

El tercer instrumento que se elaboró fue una encuesta denominada Encuesta de Satisfacción, esta encuesta tenía como propósito conocer la actitud de los alumnos del grupo Experimental sobre la introducción de GeoGebra en el aula de matemáticas. La encuesta estuvo formada por 15 preguntas en escala Likert, cuyas opciones de respuestas eran (1. Nunca, 2. Casi nunca, 3. Algunas veces, 4. Casi siempre y 5. Siempre).

Las preguntas de esta encuesta se agruparon en dos categorías, la primera denominada Conocimiento tecnológico antes del experimento agrupaba cuestiones cuyo objetivo era recuperar los conocimientos previos que los alumnos tenían sobre el uso de tecnología para graficar funciones. Esta categoría estuvo formada por cinco cuestiones que se enuncian en la Tabla 12.

Tabla 12

Categoría Conocimiento tecnológico antes del experimento

Preguntas	Opciones				
Conocimiento tecnológico antes del experimento	1	2	3	4	5
1. Utilizabas alguna tecnología como software o calculadora para graficar funciones antes de este curso.					
2. Tus anteriores maestros de secundaria o preparatoria utilizaban algún software para presentar diversos temas matemáticos.					
3. Conocías o utilizabas el software GeoGebra para el análisis grafico de funciones.					
4. En tu opinión, crees que realizar gráficas en tu libreta te permite ahorrar tiempo.					
5. En tu opinión, crees que el uso de la tecnología NO es importante en la enseñanza de las matemáticas.					

Nota: Encuesta de Satisfacción

La segunda categoría llamada Conocimientos sobre GeoGebra después del experimento, tenía la intención recuperar la opinión de los alumnos sobre el uso de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas y en el tema de máximos y mínimos relativos. Esta categoría estaba formada por las 10 cuestiones que se describen a continuación en la Tabla 13.

Tabla 13

Conocimientos sobre GeoGebra después el experimento

Preguntas	Opciones				
Conocimiento sobre GeoGebra después del experimento	1	2	3	4	5
6. Después de usar GeoGebra en clases consideras es un software sencillo de utilizar para el análisis de funciones.					
7. El dinamismo y la interactividad de GeoGebra despertó tu interés en el aprendizaje de las matemáticas.					
8. Piensas que GeoGebra permitió que tu maestro mejorará la presentación de un tema matemático, como por ejemplo funciones.					
9. Con que frecuencia utilizaste GeoGebra para resolver los ejercicios de máximos y mínimos relativos planteados por el docente.					
10. El uso de GeoGebra te permitió ahorrar tiempo en la resolución de problemas gráficos.					
11. Que tanto utilizaste la versión online de GeoGebra para el análisis grafico de funciones.					
12. Que tanto utilizaste la versión móvil de GeoGebra para el análisis grafico de funciones.					
13. La utilización GeoGebra te permitió obtener un mejor resultado en su examen departamental.					
14. GeoGebra permitió que mejorarás tu rendimiento académico en un tema de máximos y mínimos relativos.					
15. En tu opinión, los docentes deberían conocer diferentes recursos tecnológicos para impartir sus clases.					

Nota: Encuesta de Satisfacción

3.5 Procedimiento para la Obtención de Datos

Después de haber concluido la presentación de los temas contenidos en la investigación, tanto en el grupo Experimental como en el de Control, se procedió a aplicar la posprueba, la cual estaba programada de acuerdo con la secuencia didáctica establecida por el COBACAM para el viernes 08 de diciembre en el horario de 08:00am a 10:00am, la aplicación de la evaluación la realizó el docente titular de la asignatura.

Las indicaciones del aplicador fue que no se podía usar formulario, pues la evaluación incluía las fórmulas necesarias para ser resuelta; otra de las indicaciones importantes fue que en aquellos reactivos donde era necesario desarrollar cálculos y procedimientos, éstos se realizarían en las hojas blancas anexas a la evaluación, de lo contrario esos reactivos no se tomarían en cuenta para la calificación final; una tercera indicación fue que el alumno solo podía tener en su silla sacapuntas, borrador, lápiz, lapicero y una calculadora científica, sus celulares deberían estar apagados y en sus mochilas. Cabe mencionar que en la evaluación los grupos estuvieron completos, es decir, los 42 alumnos del experimento presentaron el instrumento de evaluación.

Durante la aplicación de la evaluación posprueba se pudo observar que un par de estudiantes del grupo Experimental y uno del Control tuvieron problemas porque no llevaron calculadora, por lo que el maestro aplicador les facilito esta herramienta. Se observó que durante la aplicación del instrumento que tres estudiantes del grupo Control y uno del grupo Experimental, no hacían nada en su evaluación, estos procedieron a entregar el instrumento solo con algunos reactivos resueltos después de 30 minutos de haber iniciado la aplicación; cabe destacar que todos los alumnos entregaron su evaluación a tiempo.

Después de que los alumnos resolvieron su evaluación, se procedió a calificar los instrumentos de acuerdo con lo especificado en el libro de códigos, en las preguntas del indicador Fundamentos teóricos no fue necesario que los alumnos realizaran operaciones, se consideraron como buena y malas. En las preguntas de Manejo de la información, Problemas de aplicación y Solución de problemas de optimización, se revisó el procedimiento de solución y la respuesta correcta, en caso contrario no se tomaba en cuenta aun teniendo marcada la opción correcta. De esta manera al sumar los puntos se obtuvo una puntuación máxima de 100 puntos, donde el alumno acreditaba con una puntación mínima de 60 puntos. Posteriormente a ser calificados cada una de las evaluaciones y haber obtenido las calificaciones se procedió a realizar el proceso de análisis estadístico con SPSS.

Al finalizar la evaluación posprueba, a los alumnos del grupo Experimental se les aplicó el instrumento denominado Encuesta de Satisfacción, con el cual se buscó la opinión de los estudiantes sobre el Uso de Tecnologías y GeoGebra en el aula de matemáticas, la intención fue recopilar información sobre la actitud de los alumnos frente a las matemáticas después de haber utilizado un software que permite interactividad y dinamismo. Dicha encuesta también se analizó estadísticamente con SPSS19.

3.6 Procedimiento para la Aplicación del Tratamiento

El tratamiento de esta investigación consistió en la presentación de los temas del Bloque IV usando GeoGebra para explicar el análisis gráfico de funciones en el grupo Experimental mientras que el grupo Control se explicó el análisis gráfico, pero en la pizarra. Las actividades se realizaron durante 16 días equivalentes a 16 sesiones por grupos.

Las actividades estuvieron distribuidas de la siguiente manera: semana uno se aplicó la preprueba y se describió la dinámica de trabajo, además se empezó a explicar el tema de las Derivadas de orden superior y Derivación implícita de manera manual y analítica en la pizarra, en el grupo Experimental se utilizó GeoGebra para mostrar las gráficas de las derivadas sucesivas que tiene una función. En esta semana los alumnos resolvieron ejercicios de práctica donde resolvieron derivadas sucesivas e implícitas.

En la semana dos se procedió a explicar de manera analítica el comportamiento de las ecuaciones y longitudes relacionadas con la derivada, la longitud de subtangente y la subnormal. También se empezó a exponer el análisis gráfico de funciones de manera analítica, en el grupo Experimental se utilizó GeoGebra para explicar los intervalos de funciones crecientes y decrecientes; en este punto se realizó y utilizó un elemento en GeoGebra (Figura 12) que permitió visualizar el dinamismo y comportamiento de la derivada en sus puntos críticos, se ubicaron los intervalos donde la función crece y los intervalos donde decrece, esto mismo se explicó en el grupo de Control pero las gráficas se realizaron en la pizarra. En esta semana los alumnos resolvieron ejercicios sobre funciones crecientes y decrecientes.

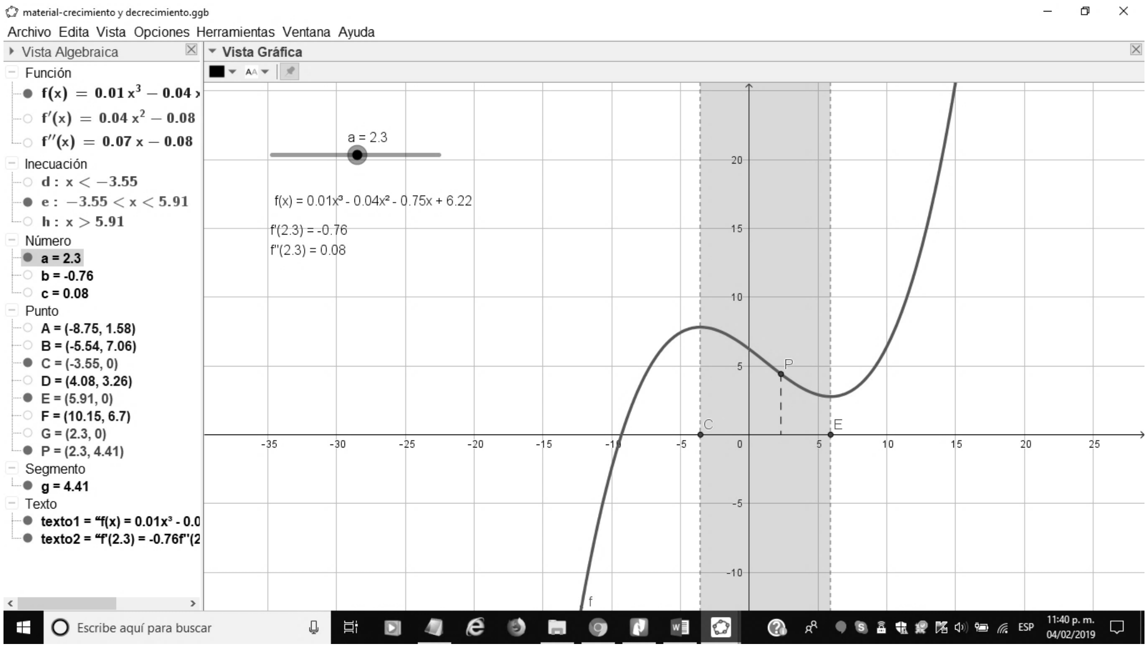


Figura 12. Objeto creado con GeoGebra para el tema de funciones crecientes y decrecientes

En la semana tres se explicó el procedimiento analítico para encontrar los intervalos de concavidad, los puntos de inflexión y los puntos máximos y mínimos relativos de una función. En esta semana se retomó el elemento utilizado en la semana dos, al cual se realizaron cambios que permitieron que el grupo Experimental visualizará el comportamiento de la función en sus puntos críticos ubicando con lo anterior el sentido de concavidad, el punto de inflexión, además se analizó el valor de la derivada en los puntos máximos y mínimos. Cabe mencionar que los métodos analíticos que se explicaron para el cálculo de los máximos y mínimos relativos fueron el criterio de la primera derivada y el de la segunda derivada.

En la semana tres, los jóvenes resolvieron en equipos, ejercicios de análisis gráfico de funciones donde tenían que ubicar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los puntos de inflexión y describir el sentido de concavidad (Figura 13), así como encontrar los puntos máximos y mínimo de funciones, tal como se muestra en la Figura 14, además de que tenían que realizar la gráfica y ubicar los elementos mencionados, en esta actividad los alumnos del grupo Experimental realizaron sus graficas en GeoGebra mientras que los alumnos del grupo Control realizaron las gráficas en hojas milimétricas. En este punto los alumnos del grupo Control mostraron un descontento, ya que comentaron que la actividad del grupo Experimental era más sencilla al utilizar un software matemático para realizar las gráficas de las funciones.

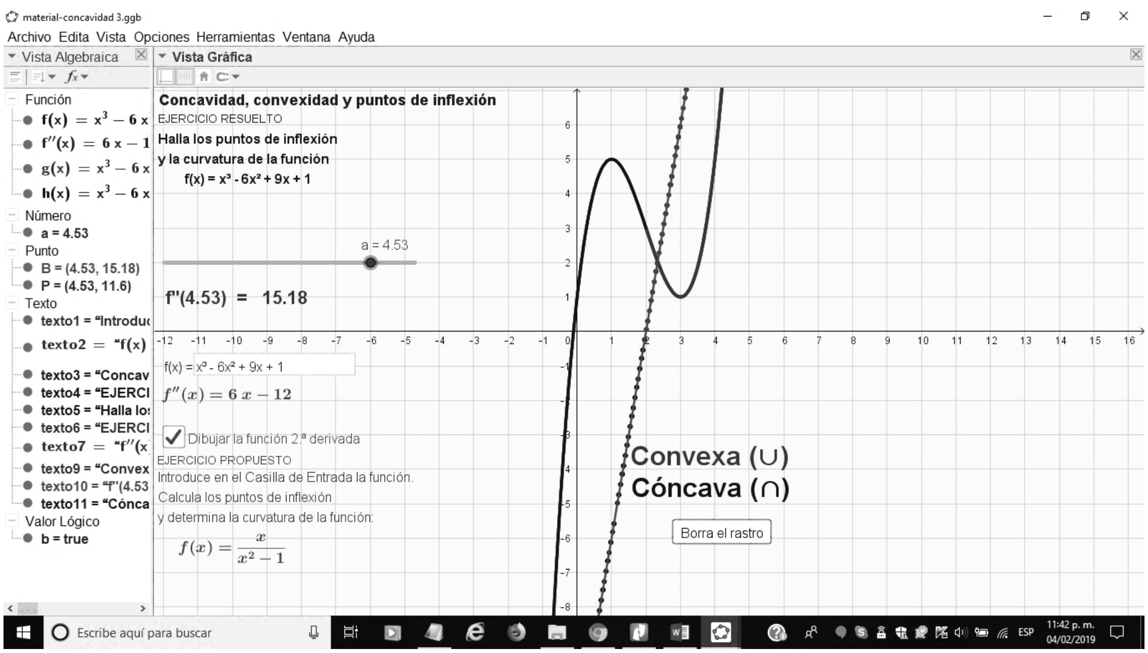


Figura 13. Objeto creado con GeoGebra para el tema sentido de concavidad y puntos de inflexión

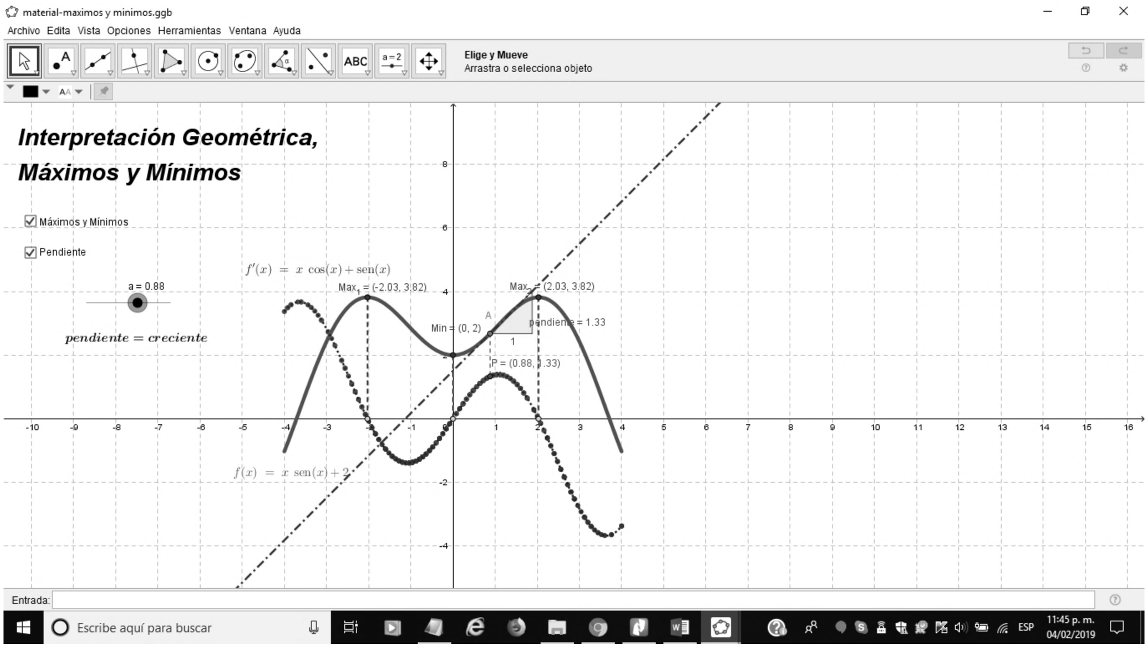


Figura 14. Objeto creado con GeoGebra para el tema de máximos y mínimos

En la semana cuatro se presentaron las diversas aplicaciones de los máximos y mínimos relativos para la optimización de problemas de la vida cotidiana, en las ciencias naturales, económico-administrativas, sociales y matemáticas, este caso se explicó un ejercicio de manera analítica, en dicho problema el alumno tenía que crear una caja de cartón, con la condición de que la caja creada tuviera el máximo volumen posible; después de resolver este ejercicio de manera analítica, en el grupo Experimental se utilizó GeoGebra para graficar la función y ubicar los puntos máximos y mínimos relativos que daban solución al problema.

En la semana cinco (ultima) se continuo con el tema de la semana cuatro se realizó retroalimentación de las tareas, se aclararon dudas y por último se procedió a aplicar la posprueba para obtener los datos que permitirían resolver las cuestiones de la planteadas al inicio de la investigación. También se aplicó la Encuesta de satisfacción a los alumnos del grupo Experimental.

Cabe mencionar que se analizaron también los resultados que los alumnos obtuvieron en el examen departamental del segundo parcial, el cual es una evaluación que se aplica a los 37 planteles del COBACAM y que elabora la propia Dirección General del COBACAM; en dicha evaluación también se evaluaron los temas del Bloque IV.

3.7 Procedimiento para el Análisis de Datos

Después de calificar la posprueba se capturo en una tabla en Microsoft Excel para sacar los promedios finales de cada alumno, cada reactivo tenía un valor dependiendo de su complejidad. Esta tabla en Microsoft Excel contiene el número de sustentante del instrumento de evaluación, así como en columnas el número de cada reactivo.

Se capturó el resultado de cada reactivo, se colocó un 1 si la opción seleccionada era correcta o un 0 si la opción era incorrecta, posteriormente se multiplicó por el valor de cada ítem. Los datos obtenidos con Microsoft Excel se llevaron al software estadístico SPSS19 para ser analizados, mediante la prueba *t de Student* para dos muestras independientes con un intervalo de confianza del 95%.

De la misma manera se procedió a capturar los resultados de la Encuesta de Satisfacción, los datos se vaciaron en una tabla creada en Microsoft Excel, dicha tabla contenía el número de sustentante de la encuesta y por columna cada uno de los ítems. Posteriormente a la captura de los resultados se procesaron los datos en Microsoft Excel para sacar los porcentajes de respuesta de los alumnos, también se obtuvo el promedio por categoría para posteriormente llevarse a SPSS19 para ser analizados mediante la prueba *t de Student* con un intervalo de confianza del 95%.

CAPÍTULO CUATRO

Presentación y Análisis de la Información Obtenida

En este capítulo se describen los resultados obtenidos al aplicar el instrumento de evaluación y la Encuesta de Satisfacción, con base a los resultados se realizó el análisis e interpretación de la información con el apoyo del paquete estadístico IBM SPSS Statistics 19 y con el software Microsoft Excel. Se muestran los resultados obtenidos por los dos grupos, tanto en la preprueba como la posprueba, de la misma manera se realiza la prueba de hipótesis de la investigación correspondiente y se comparan las variables de estudio.

4.1 Presentación de la Información Obtenida

Después de haber aplicado el instrumento preprueba se procedió a obtener las calificaciones y realizar un análisis de los resultados correspondientes de cada uno de los elementos que integraron de la población.

En esta investigación participaron 42 alumnos, divididos en dos grupos, con 21 alumnos para grupo Experimental y 21 alumnos para el Control, respectivamente. Tales alumnos se encontraban cursando el quinto semestre de bachillerato general en el COBACAM 05 Atasta.

Como se muestra en la Tabla 9, la cual describe que ambos grupos estaban formados equitativamente por quince alumnos hombres y seis mujeres. Por otro lado, estos alumnos se encontraban cursando Cálculo Diferencial que es una asignatura obligatoria propedéutica dentro del plan de estudio que estaba vigente en COBACAM.

La investigación se llevó a cabo el semestre lectivo 2017B (agosto 2017 - enero 2018), específicamente en el período del 03 de noviembre al 08 diciembre de 2017, cumpliendo con el calendario de la secuencia didáctica que describía la presentación del Bloque IV.

La investigación se realizó en tres fases, en la uno se aplicó una preprueba tanto al grupo Experimental como al grupo de Control con el fin de ubicar la homogeneidad de los grupos para comprobar que ambos tenían el mismo nivel de conocimiento antes de aplicar el experimento.

La fase dos consistió en explicar los temas del Bloque IV de Cálculo Diferencial a ambos grupos, al grupo Experimental se explicaron los temas, pero para realizar las gráficas de las funciones se utilizó la interactividad y el dinamismo de GeoGebra; mientras que al grupo de Control se explicaron los temas, pero las gráficas se realizaron manualmente en la pizarra.

La fase tres consistió en aplicar una posprueba para verificar el avance que tuvieron ambos grupos después del tratamiento experimental.

4.2 Análisis de la preprueba

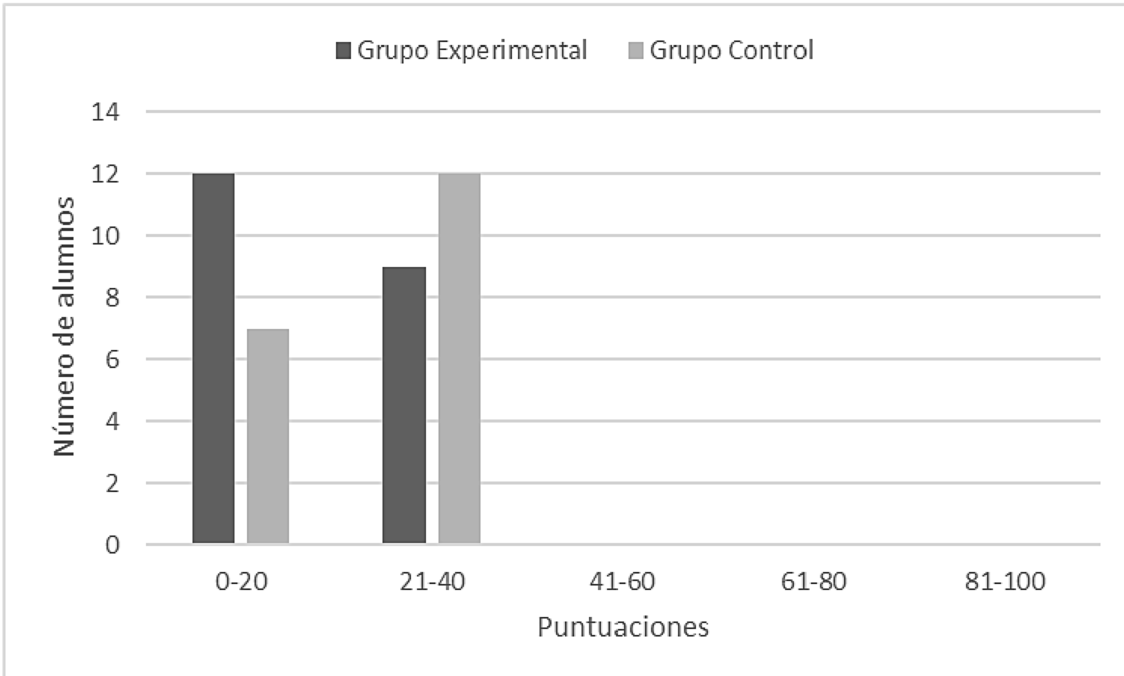


Figura 15. Puntuaciones de los grupos de investigación en la preprueba

Como se observa en la Figura 15, del grupo Control siete alumnos se ubicaron en el rango de 0-20 puntos, mientras que doce se ubicaron en el rango de 21-40. La puntuación mínima obtenida fue 8 y la máxima de 25, respectivamente. La puntuación con mayor frecuencia se ubicó en el rango 21-40.

Del grupo Experimental doce estudiantes se ubicaron en el rango de 0-20, mientras que nueve se ubicaron en el rango de 21-40. La puntuación mínima fue de 15 y la máxima de 25, respectivamente. La puntación con mayor frecuencia se ubicó en el rango 0-20.

Como mencionó en el capítulo 3, el instrumento de evaluación estaba formado por cuatro indicadores desarrollados siguiendo la taxonomía de Bloom, Fundamentos teóricos (Conocimiento), Manejo de Información (Comprensión), Problemas de aplicación (Aplicación) y Solución de problemas de optimización (Análisis); para tales indicadores se establecieron niveles de conocimiento (Bajo, Insuficiente, Suficiente y Bueno) para el desarrollo de la habilidad de cada indicador.

Para el indicador Fundamentos teóricos se obtuvo la información que describe la Figura 16.

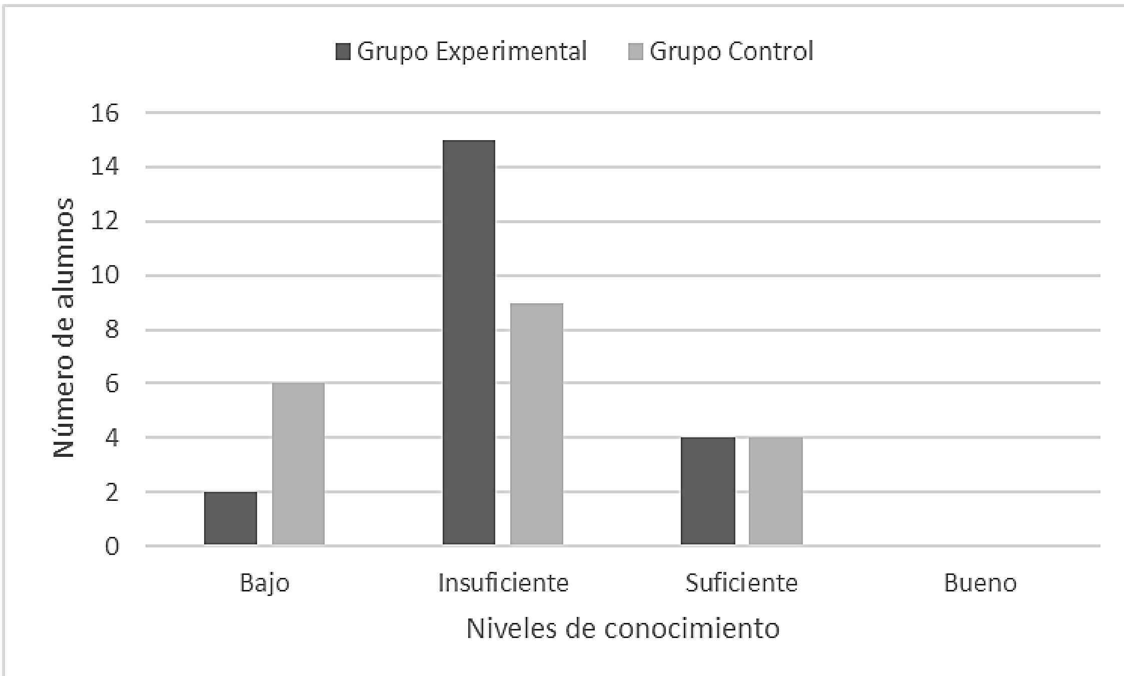


Figura 16. Indicador Fundamentos teóricos en la preprueba

La Figura 16 muestra que dos alumnos del grupo Experimental y seis del grupo de Control quedaron en el nivel Bajo, respectivamente. Además, quince alumnos del grupo Experimental y nueve del grupo de Control se ubicaron en el nivel Insuficiente, respectivamente. La gráfica también muestra que cuatro alumnos de ambos grupos se ubicaron en el nivel Suficiente.

El indicador Manejo de información obtuvo la información que se muestra en la Figura 17.

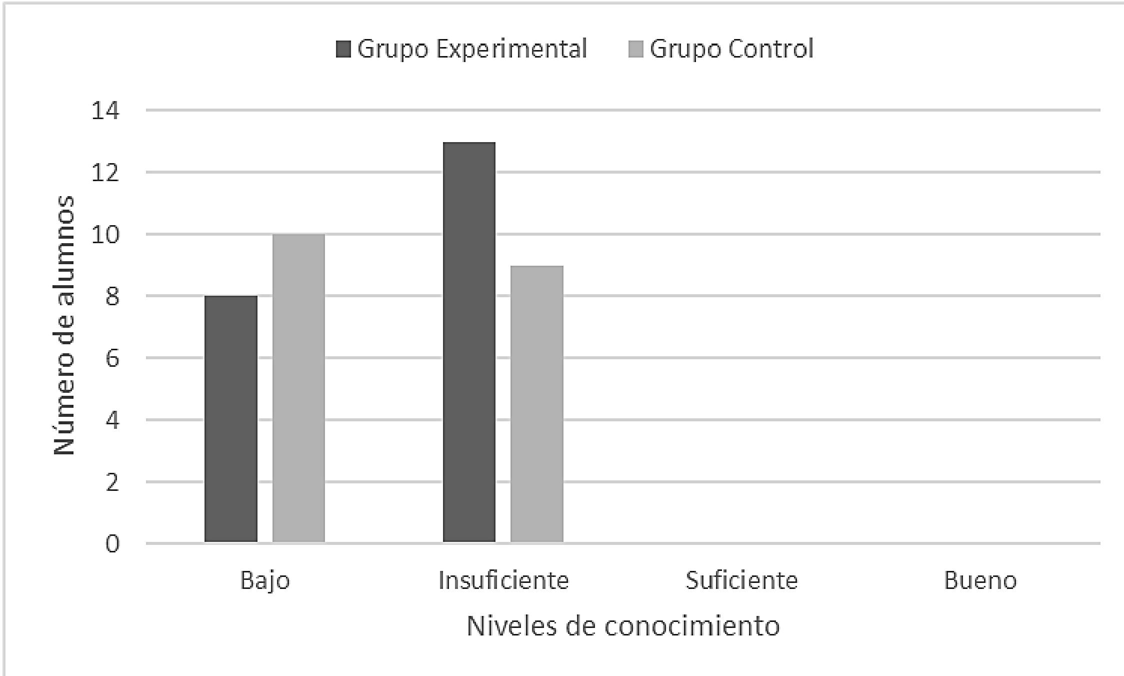


Figura 17. Indicador Manejo de información en la preprueba

La Figura 17 muestra que los alumnos de ambos grupos se ubicaron en los dos niveles más bajos, ocho alumnos del grupo Experimental y diez del Control se ubicaron en el nivel Bajo; mientras que en el nivel Insuficiente se ubicaron trece alumnos del Experimental y nueve del Control, respectivamente.

En el indicador Problemas de aplicación, la información obtenida se muestra en la Figura 18.

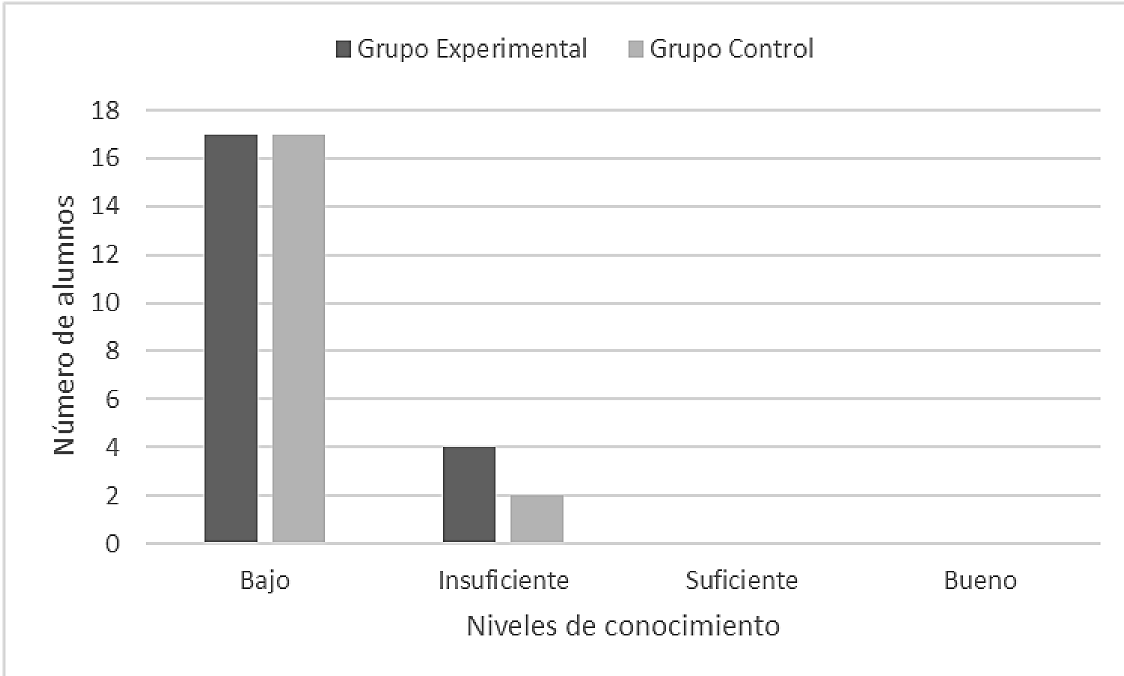


Figura 18. Indicador Problemas de aplicación en la preprueba

La Figura 18 muestra que los alumnos se ubicaron en los dos niveles más bajos, diecisiete alumnos de ambos grupos se ubicaron en el nivel Bajo; mientras que en el nivel Insuficiente se ubicaron cuatro alumnos del Experimental y dos del Control, respectivamente.

Para el indicador Solución de problemas de optimización se obtuvo la información mostrada en la Figura 19.

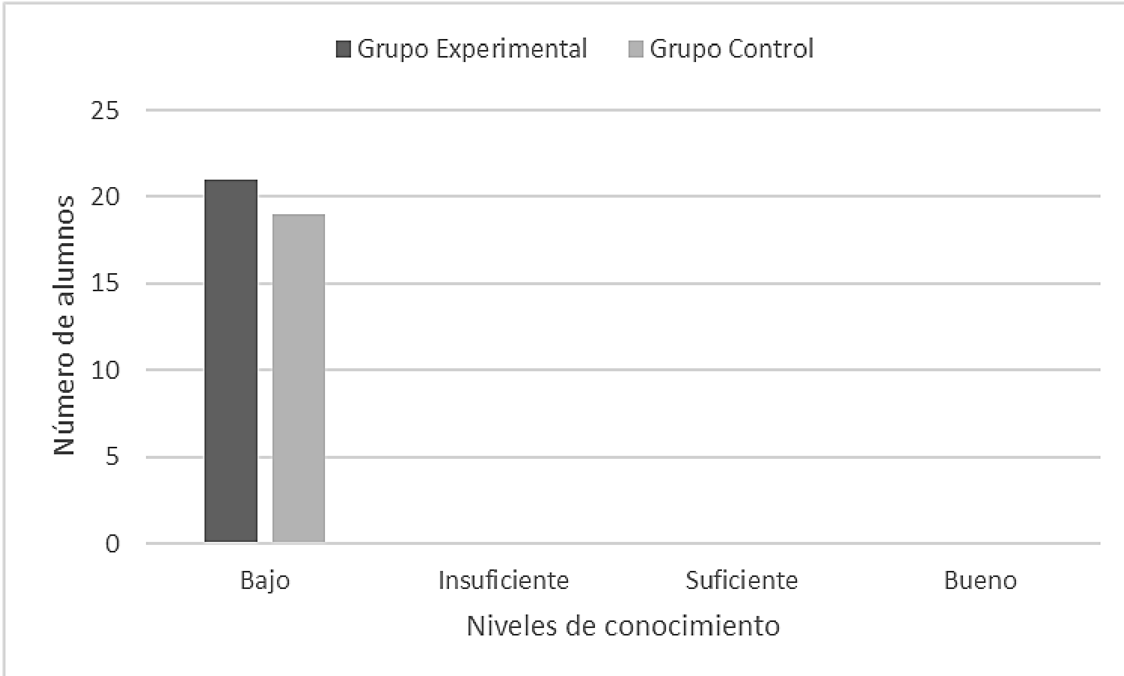


Figura 19. Indicador Solución de problemas de optimización en la preprueba

En la Figura 19 se visualiza que los todos alumnos de ambos grupos se ubicaron en el nivel Bajo, demostrando no poseer los conocimientos necesarios para el análisis de problemas de optimización.

4.3 Homogeneidad de los grupos

Para probar la homogeneidad y verificar que los grupos partían del mismo nivel de conocimiento se aplicó la prueba *t Student* de diferencias de medias para muestras independientes, esto debido a que se trabajó con grupos que ya estaban formados al momento de iniciar el tratamiento. Al analizar los datos con SPSS19 se obtuvo la información descrita en la Tabla 14.

Tabla 14

Resultados obtenidos del análisis de la preprueba

	Alumnos	Media Aritmética	Desviación estándar	Media de error estándar
Grupo Experimental	21	20.62	2.765	0.603
Grupo Control	19	21.05	3.793	0.870

Nota: Datos obtenidos con el paquete estadístico SPSS19

Como observa en la Tabla 14, en el grupo de Control la preprueba se aplicó a diecinueve alumnos de los veintiún que había en la lista, faltaron dos el día de la aplicación del instrumento, mientras del grupo Experimental que se aplicó a los veintiún alumnos de la lista. La misma tabla muestra que la media el grupo de Control es mayor que la del grupo Experimental con una diferencia de 0.43 entre ambos grupos, además de mostrar que el grupo de Control tiene más dispersos los datos de sus puntuaciones.

Para la prueba de hipótesis se realizó el análisis de los datos con un nivel de significancia de 0.05 y un 0.95 de confianza; posteriormente se compararon los resultados entre los grupos. Al procesar los datos con SPSS19 se obtuvo información de la Tabla 15.

Tabla 15

Prueba t de Student para muestras independientes aplicada a la preprueba

	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Valor de t	
				SPSS	Tabla
Prueba t Student	38	0.680	-0.434	-0.416	2.021

Nota: Resultados obtenidos con SPSS19

Después de calificar la preprueba y analizar los datos con SPSS19 se obtuvo la información de la Tabla 15, que muestra una significancia bilateral de 0.680 que se comparó con el nivel de significancia de $\alpha = 0.05$, donde se obtiene que $0.680 > 0.05$, concluyendo que los grupos presentan condiciones homogéneas, que tanto el grupo Experimental y el de Control tienen las mismas condiciones y el mismo nivel de conocimiento antes de iniciar la implementación del experimento. También se realizó la ubicación del valor de t en la gráfica de probabilidad mostrada a continuación:

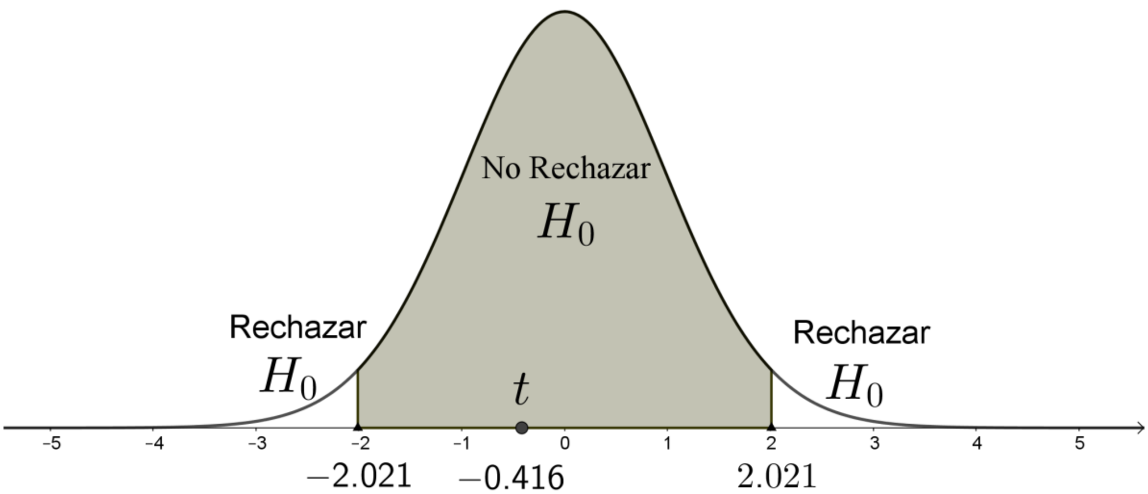


Figura 20. Prueba de hipótesis de la preprueba

En la Figura 20 se visualiza que el valor de t con un grado de libertad de 38, el intervalo de rechazo de H_0 es -2.021 y 2.021 por ser de dos colas, al ubicar el valor de t calculado con SPSS19, el cual es -0.416, se cae en la zona de aceptación de H_0.

4.4 Análisis de la posprueba

Después de aplicar el tratamiento se procedió a aplicar la posprueba y posteriormente se realizó un análisis de los resultados. Se ubicaron los intervalos de las puntuaciones de los resultados de los grupos tal como se muestra en la Figura 21.

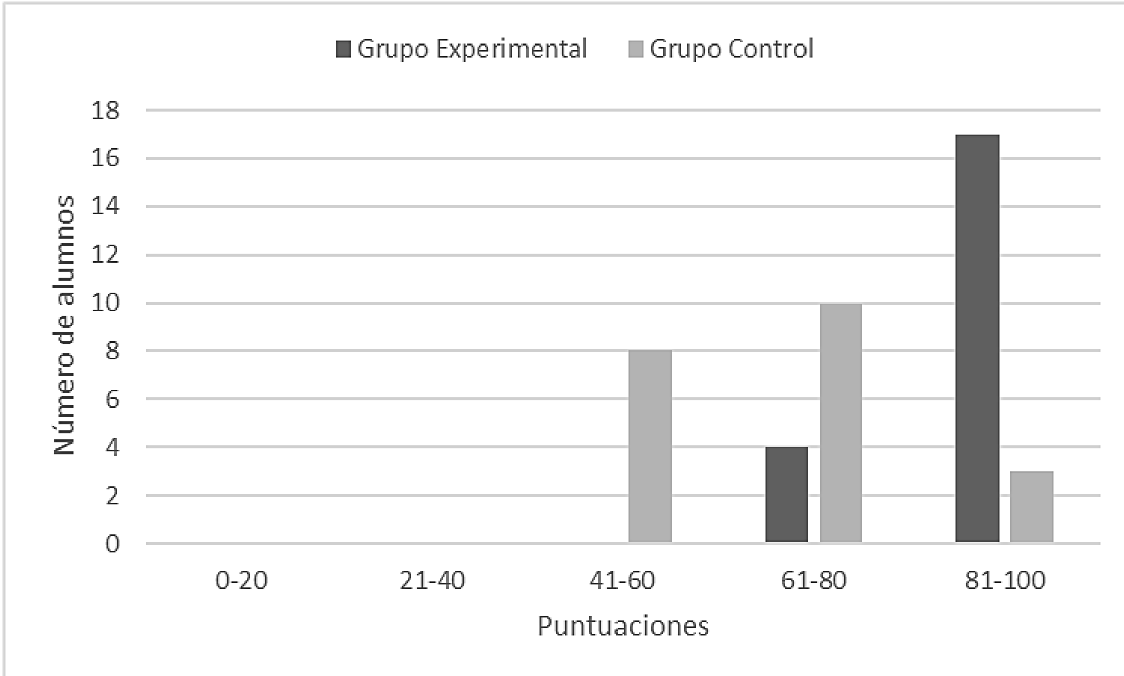


Figura 21. Puntaciones de los grupos de investigación en la posprueba

La Figura 21 muestra el avance de los alumnos en la posprueba, en el caso del grupo Experimental cuatro alumnos se ubicaron en el intervalo 61-80, mientras que diecisiete se ubicaron en 81-100. La puntación mínima obtenida fue de 68 y la máxima fue de 96. La puntación con la mayor frecuencia se ubicó dentro del intervalo 81-100.

Del grupo Control ocho alumnos obtuvieron calificaciones entre 41-60, diez en 61-80 y solo tres alumnos se ubicaron en 81-100. La puntuación mínima que obtuvieron los alumnos en la posprueba fue de 41 y la máxima fue de 93. El intervalo con mayor frecuencia se ubicó en el intervalo 61-80.

También se realizó el análisis por indicadores que formaron la posprueba, para el indicador Fundamentos teóricos se obtuvo la información que se muestra en la Figura 22.

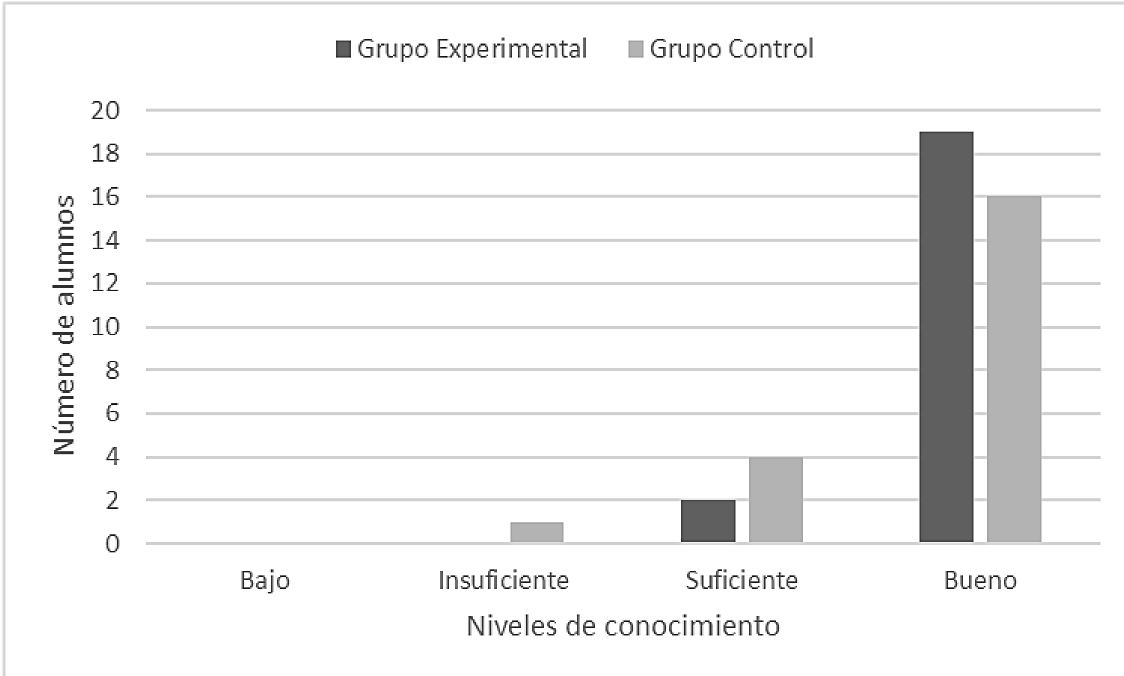


Figura 22. Indicador Fundamentos teóricos en la posprueba

En la Figura 22 se muestra los resultados que se obtuvieron en la posprueba, para el caso del grupo Experimental, dos alumnos se ubicaron en el nivel Suficiente y diecinueve se ubicaron en el nivel Bueno. En el caso del grupo Control un alumno se ubicó en el nivel Insuficiente, mientras que cuatro se ubicaron en el nivel Suficiente y dieciséis en el nivel Bueno, respectivamente.

Para el indicador Manejo de información se obtuvo la información que visualiza en la Figura 23.

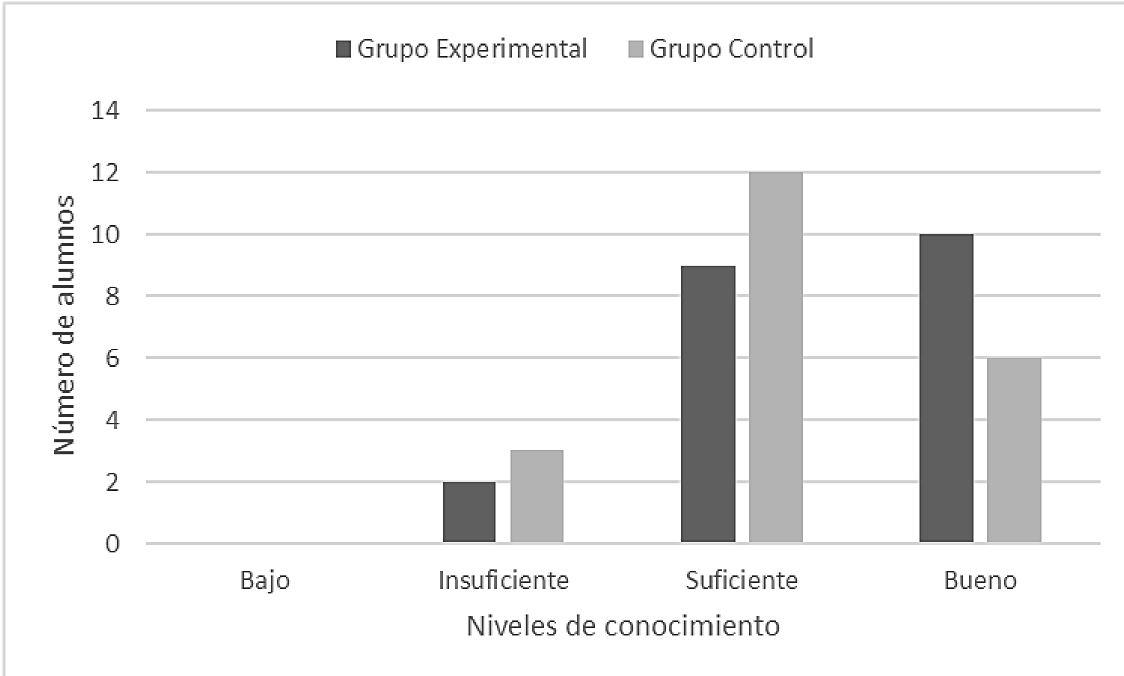


Figura 23. Indicador Manejo de información en la posprueba

En la Figura 23 muestra los resultados obtenidos en la posprueba para el indicador Manejo de información. Se observa que del grupo Experimental dos alumnos se ubicaron en el nivel Insuficiente, nueve y diez se ubicaron en los niveles Suficiente y Bueno, respectivamente. Para el grupo Control, tres alumnos se ubicaron en el nivel Insuficiente, mientras que doce y seis se ubicaron en los niveles Suficiente y Bueno, respectivamente.

Para el indicador Problemas de aplicación se obtuvo la información que se visualiza en la Figura 24.

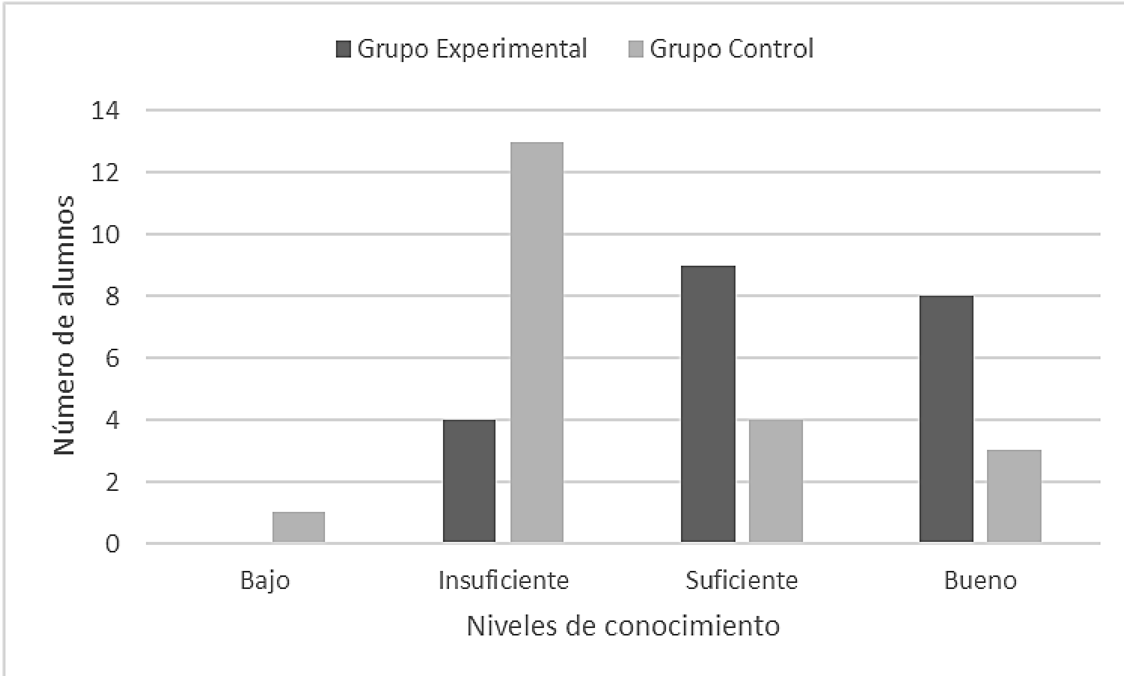


Figura 24. Indicador Problemas de aplicación en la posprueba

La Figura 24 muestra los resultados de los alumnos para el indicador Problemas de aplicación, donde cuatro los alumnos del grupo Experimental se quedaron en el nivel Insuficiente, nueve alcanzaron en el nivel Suficiente y ocho llegaron hasta el nivel Bueno. Para el caso del grupo Control un alumno quedo en el nivel Bajo, trece se ubicaron el nivel Insuficiente, mientras que en los niveles Suficiente y Bueno se ubicaron cuatro y tres alumnos, respectivamente.

En el caso del indicador Solución de problemas de optimización se obtuvieron los datos mostrados en la Figura 25.

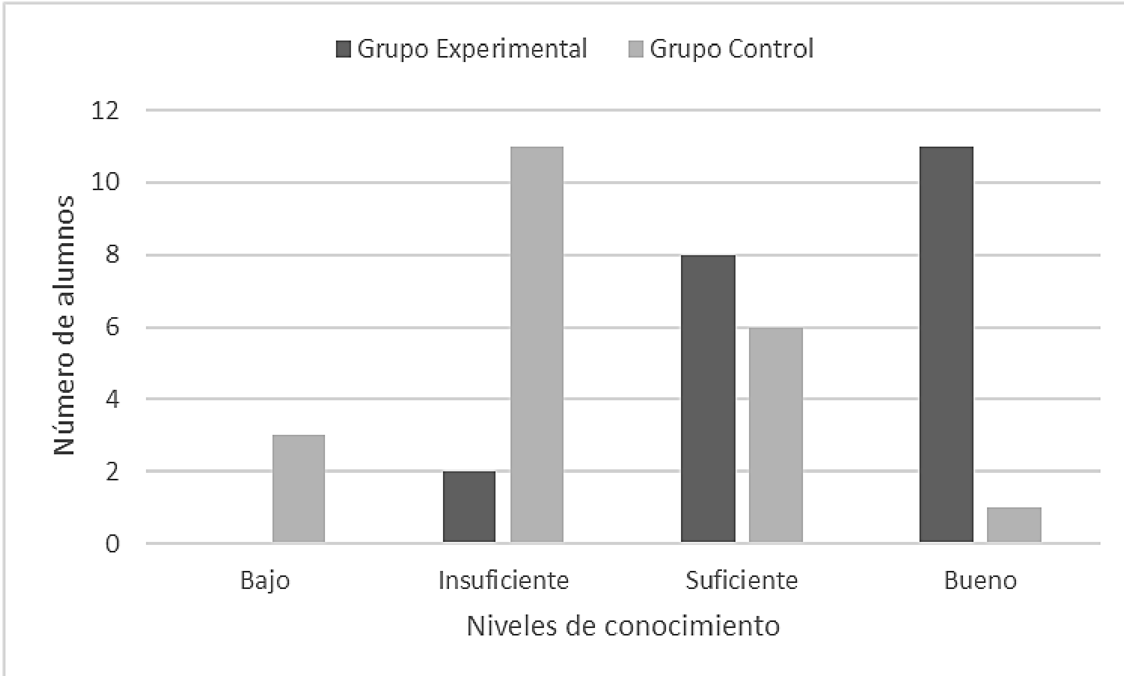


Figura 25. Indicador Solución de problemas de optimización en la posprueba

En la Figura 25 se visualiza que dos alumnos del grupo Experimental se mantuvieron el nivel Insuficiente, mientras en los niveles Suficiente y Bueno se ubicaron ocho y once alumnos, respectivamente. Para el caso de los alumnos del grupo Control se ubicaron tres alumnos en el nivel Bajo, once en el Insuficiente, seis en el Suficiente y un alumno en el nivel Bueno.

4.5 Contraste de Hipótesis

Para el análisis del rendimiento académico de los alumnos después de haber aplicado el experimento se procedió a aplicar la prueba *t de Student* para muestras independientes, con un nivel de significancia de 0.05 y de confianza del 95% (0.95) con el fin de comprobar la hipótesis de la investigación.

Entonces partiendo de la hipótesis nula (H_0), en la cual se considera la igualdad de medias (grupos homogéneos), donde los grupos Experimental y Control se encontraban en el mismo nivel de conocimientos en el tema de máximos y mínimos relativos de la asignatura de Cálculo Diferencial al inicio de esta investigación.

$$\boldsymbol{H_0}: \mu GC = \mu GE$$

$$\boldsymbol{H_1}: \mu GC \neq \mu GE$$

Al procesar los datos con SPSS19 se obtuvo la información de la Tabla 16.

Tabla 16

Resultados obtenidos del análisis de la posprueba

	Alumnos	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
Grupo Experimental	21	85.76	7.355	1.605
Grupo Control	21	66.33	13.536	2.954

Nota: Datos obtenidos del procesamiento de la posprueba con el SPSS19

La Tabla 16 muestra los resultados obtenidos en la posprueba, donde se visualiza que el grupo Experimental obtuvo una media de 85.76, mientras que el grupo Control obtuvo una media de 66.33, con una diferencia de 19.43 entre ambos grupos. La posprueba se aplicó a los veintiún alumnos que había en lista de cada uno de los grupos. La Tabla 17 describe los datos procesados con SPSS19.

Tabla 17

Prueba t de Student para muestras independientes aplicada a la posprueba

	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Valor de t	
				SPSS	Tabla
Prueba t Student	40	0.000	19.429	5.779	2.021

Nota: Software SPSS19

Después de calificar la posprueba, se aplicó la prueba *t de Sudent* para muestras independientes utilizando un nivel de significancia $\alpha = 0.05$, resultando la información mostrada en la Tabla 17. Para realizar el análisis se utilizó SPSS19 obteniendo una significancia bilateral de 0.000 que se comparó con el nivel de significancia de 0.05, donde se obtiene que 0.000 < 0.05, concluyendo que en los grupos existe una diferencia de condiciones, lo cual demuestra que el grupo Experimental y el grupo Control son diferentes en cuanto al nivel de conocimiento.

Además, al analizar y verificar el valor de t en la gráfica de probabilidad de obtiene la imagen mostrada en la Figura 26.

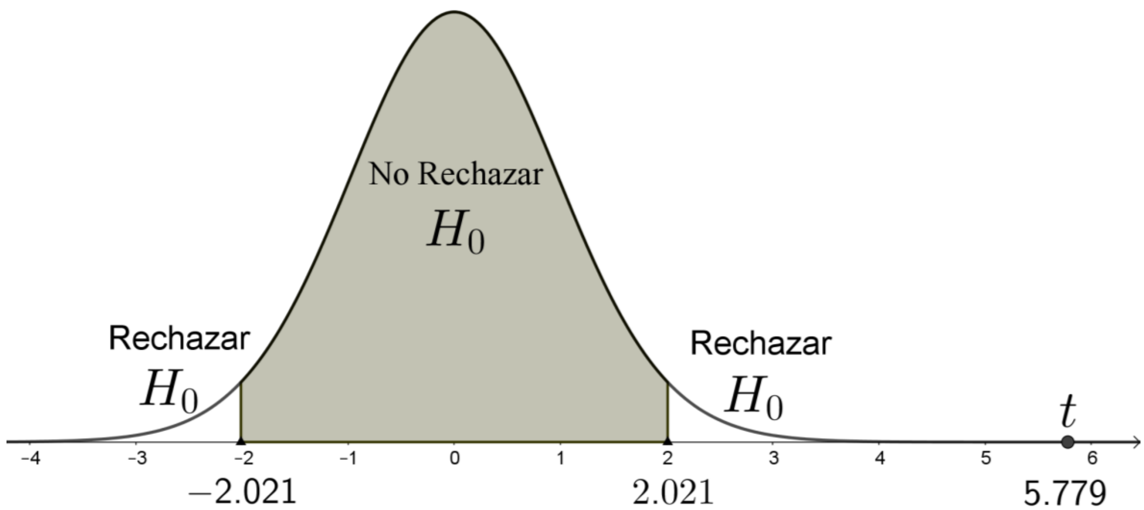


Figura 26. Prueba de rechazo de la hipótesis H_0 en la posprueba

En la Figura 26 se visualiza que el valor de *t de Student* con un grado de libertad de 40 los intervalos de aceptación de H_0 está entre -2.021 y 2.021 por ser de dos colas, al realizar el cálculo de t con SPSS19, se obtiene que el valor de t es 5.779, cayendo en la zona de rechazo de H_0. Lo anterior permite rechazar la hipótesis nula (H_0) y aceptar la hipótesis alternativa (H_1).

<u>4.6 Comparación de la preprueba y posprueba en el grupo Experimental</u>

También se realizó una comparación entre en la preprueba y en la posprueba en el grupo Experimental resultando los datos mostrados en la Figura 27.

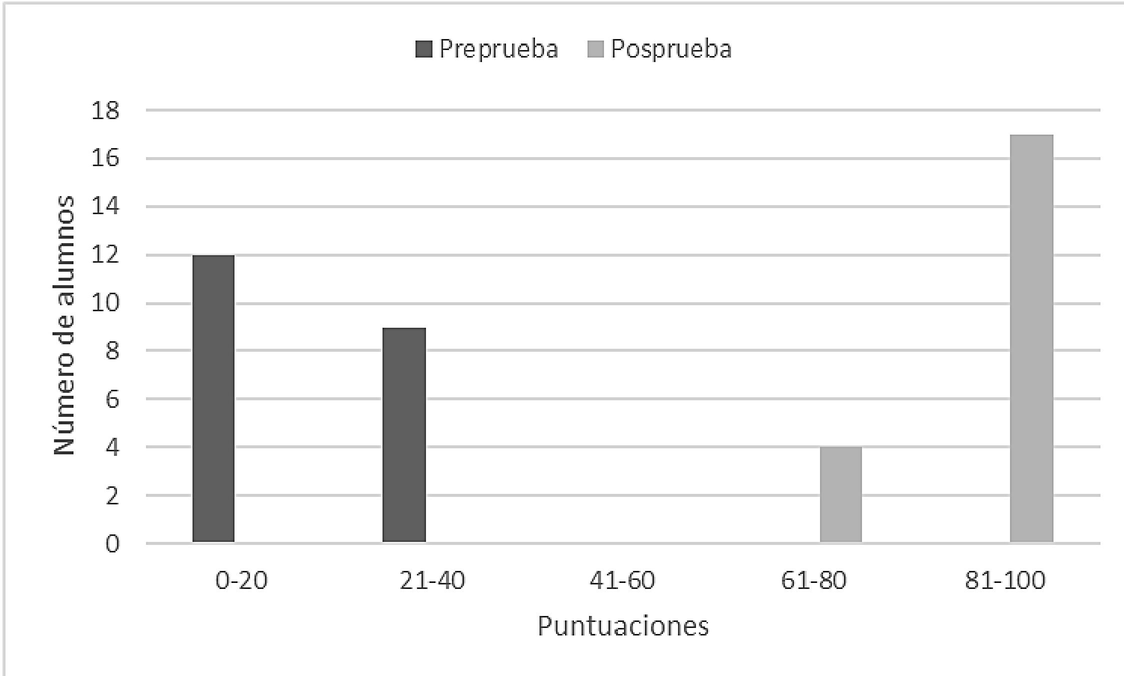


Figura 27. Comparación de la preprueba y la posprueba en el grupo Experimental

La Figura 27 muestra los resultados del grupo Experimental, donde se visualiza claramente que la preprueba los alumnos se ubicaban en los intervalos 0-20 y 21-40. En la posprueba los estudiantes se ubicaron en los intervalos 61-80 y 81-100, siendo el intervalo 81-100 en donde se ubicaron diecisiete alumnos, equivalente al 81% del grupo Experimental que alcanzaron resultados deseables.

Se realizó también el análisis de los indicadores que formaban el instrumento de evaluación. En el caso del indicador Fundamentos teóricos de obtuvo la información que se muestra en la Figura 28.

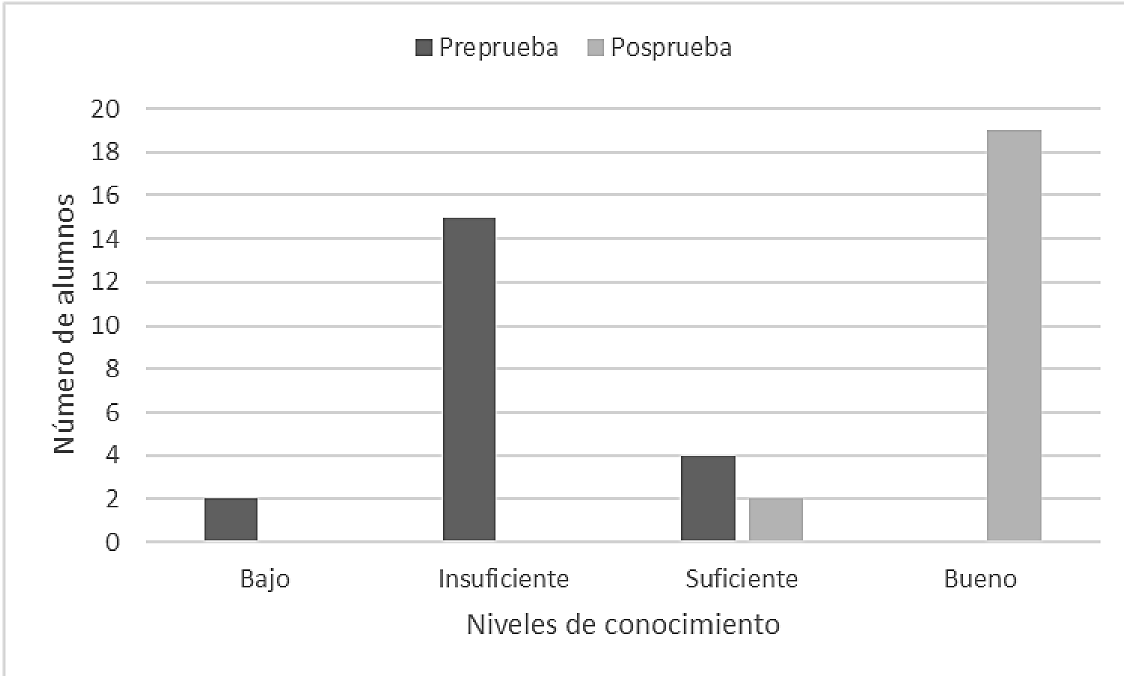


Figura 28. Comparación de Fundamentos teóricos en la preprueba y la posprueba

Los resultados de este indicador se muestran en la Figura 28, visualizando que antes de la aplicación del tratamiento los alumnos se ubicaron en los niveles Bajo, Insuficiente y Suficiente, además se observa que quince estudiantes se encontraban el nivel Insuficiente. En la posprueba los alumnos se ubicaron en los niveles Suficiente y Bueno, en donde diecinueve de ellos se ubicaron en el nivel Bueno, equivalente al 90.48% que alcanzaron niveles deseables en la compresión de los conceptos relacionados con el análisis gráfico.

En el análisis del indicador Manejo de información se obtuvo la información que se muestra en la Figura 29.

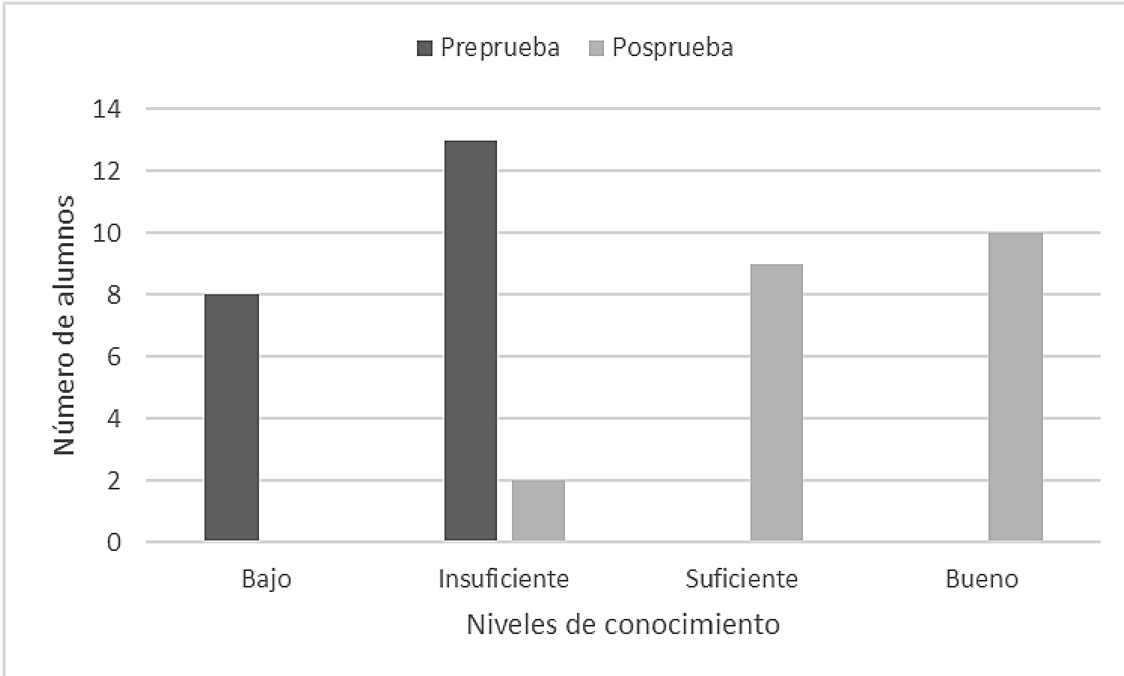


Figura 29. Comparación de Manejo de información del preprueba y posprueba

Para el indicador Manejo de información, la Figura 29 muestra el nivel de avance de los alumnos del grupo Experimental, antes del tratamiento estos se ubicaban en los niveles Bajo e Insuficiente, con ocho y trece, respectivamente. En la posprueba dos alumnos se ubicaron en nivel Insuficiente y nueve en el Suficiente, mientras que en el nivel Bueno se ubicaron diez, lo que equivale al 47.62% de alumnos que lograron resultados en deseables en el manejo de la información para la comprensión y solución de problemas.

En el caso de análisis del indicador Problemas de aplicación se obtuvo la información que se muestra en la Figura 30.

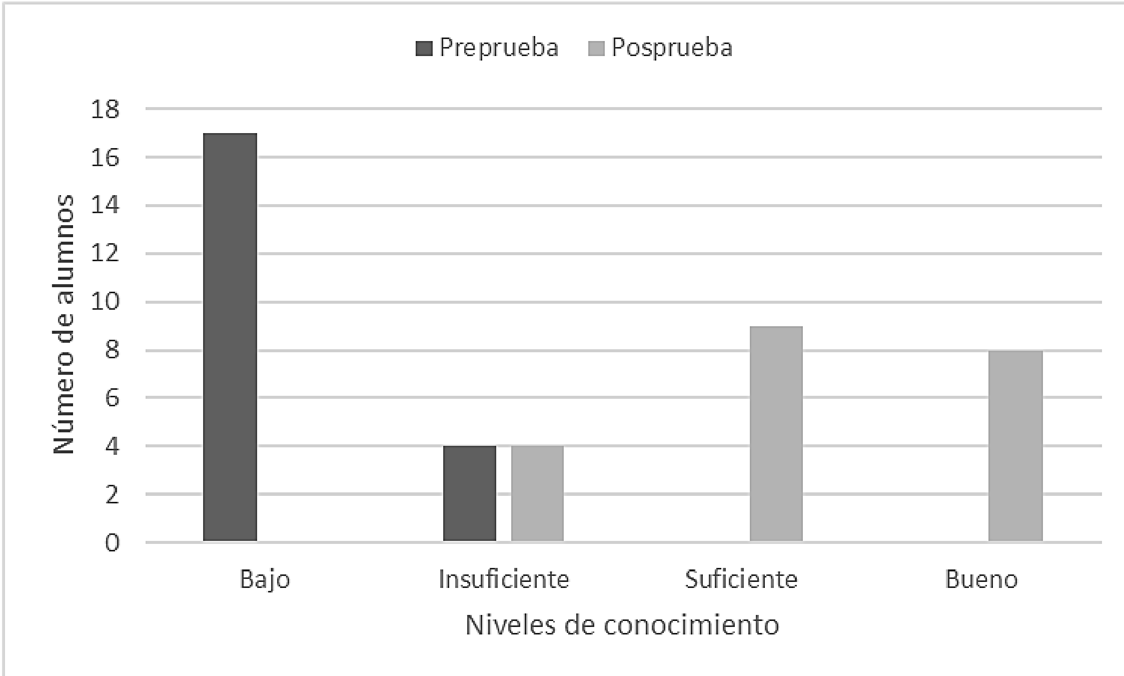


Figura 30. Comparación de Problemas de aplicación de la preprueba y la posprueba

La información del indicador Problemas de aplicación se muestra en la Figura 30, en la se visualiza que en la preprueba diecisiete alumnos se ubicaron en el nivel Bajo y en el nivel Insuficiente se ubicaron solo cuatro alumnos. En la posprueba cuatro alumnos se ubicaron en el nivel Insuficiente y en el Suficiente se ubicaron nueve estudiantes, mientras que en el nivel Bueno se ubicaron ocho, lo cual equivale al 38.1% de alumnos que alcanzaron resultados deseables en solución de problemas de aplicación del análisis gráfico de funciones.

Para el caso del indicador Solución de problemas de optimización se obtuvo la información que se visualiza en la Figura 31.

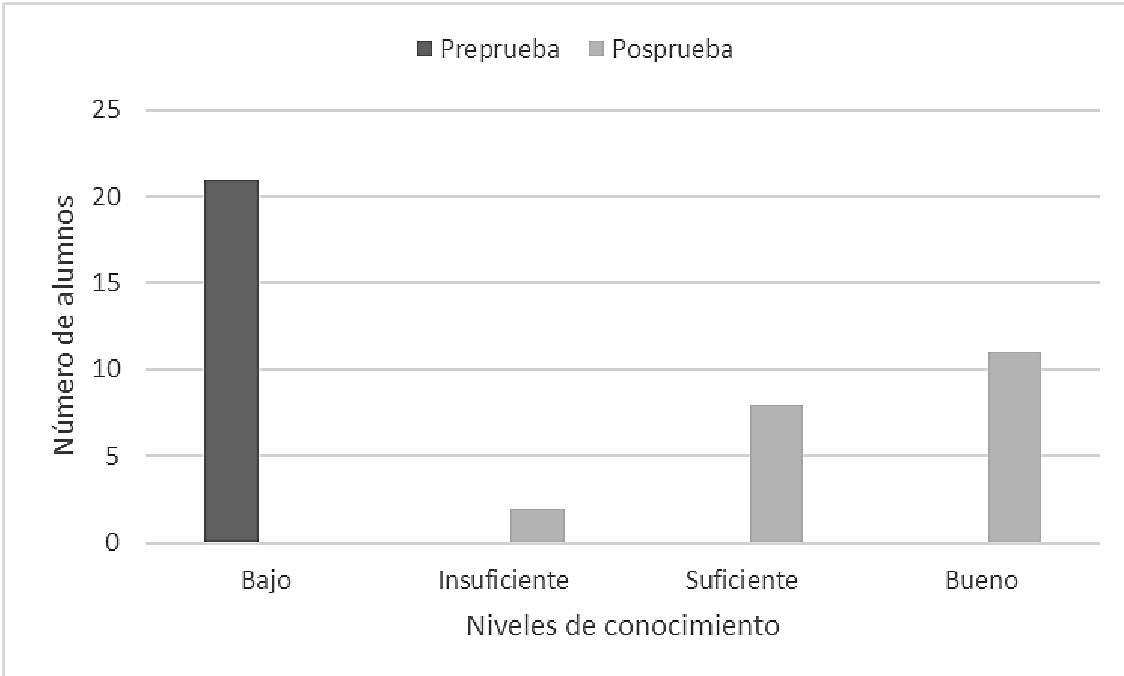


Figura 31. Comparación de Solución de problemas de optimización de la preprueba y posprueba

En el indicador Solución de problemas de optimización es donde se refleja más avance en el rendimiento académico de los alumnos, la Figura 31 muestra que todos los alumnos se ubicaban en el nivel Bajo en la preprueba. En la posprueba, dos alumnos se ubicaron en el nivel Insuficiente y ocho en el Suficiente, mientras que en el nivel Bueno se ubicaron once alumnos, equivalente al 52.38% que alcanzaron resultados deseables en el análisis y solución de problemas de optimización con máximos y mínimos relativos.

4.7 Satisfacción de los alumnos sobre el uso de GeoGebra en el aula de clases

Para analizar la apreciación y satisfacción de los alumnos sobre el empleo de GeoGebra en el aula de matemáticas se aplicó una Encuesta de satisfacción para conocer la opinión de cada uno de los alumnos del grupo Experimental.

Cabe mencionar que la encuesta estuvo formada por 15 preguntas en escala Likert, cuyas opciones de respuestas eran (1. Nunca, 2. Casi nunca, 3. Algunas veces, 4. Casi siempre y 5. Siempre). Las preguntas se dividieron en dos categorías, la primera formada por cinco cuestiones que tenían como intención recuperar los conocimientos previos de los alumnos sobre el uso de tecnología para graficar de funciones. La segunda tenía como intención recuperar la opinión de los alumnos sobre el uso de GeoGebra en la enseñanza de máximos y mínimos relativos. Para el caso de la primera categoría se obtuvieron los resultados mostrados en la Tabla 18.

Tabla 18

Conocimientos previos sobre el uso de tecnología para graficar funciones

Pregunta	Opciones				
	1	2	3	4	5
1. Utilizabas alguna tecnología como software o calculadora graficadora para realizar las gráficas de funciones antes de este curso.	19.0	52.4	23.8	4.8	0.0
2. Tus anteriores maestros de secundaria o preparatoria utilizaban algún software para presentar diversos temas matemáticos.	9.5	61.9	28.6	0.0	0.0
3. Conocías o utilizabas el software GeoGebra para el análisis grafico de funciones.	28.6	42.9	19.0	4.8	4.8
4. En tu opinión, crees que realizar gráficas en tu libreta te permite ahorrar tiempo.	28.6	71.4	0.0	0.0	0.0
5. En tu opinión, crees que el uso de la tecnología es No es importante en la enseñanza de las matemáticas.	9.5	90.5	0.0	0.0	0.0

Nota: Encuesta de satisfacción sobre el conocimiento previo sobre el uso de tecnología para graficar. Los resultados están dados en %.

La Tabla 18 muestra los porcentajes de análisis de los resultados de la opinión de los alumnos sobre el conocimiento previo del uso de tecnologías para graficar funciones, se ubicó que más del 70% no usaba una herramienta tecnológica para la elaboración de las gráficas de funciones; por otro lado, cerca del 70% de los estudiantes argumentaron que sus maestros de secundaria y de los años primeros semestres en el nivel bachillerato hacían un uso casi nulo de algún software para enseñar matemáticas; otro dato importante que se recuperó fue que el 90.5% de los alumnos creían que No era necesario el uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas, mientras el 71.4% de ellos comentaron que el realizar las gráficas de manera manual en su libreta No les permitía ahorrar tiempo.

En el caso de la opinión de los estudiantes sobre el uso del software GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas, los resultados se muestran en la Tabla 19.

Tabla 19

Opinión de los alumnos sobre el uso de GeoGebra en la enseñanza de matemáticas

Pregunta	Opciones				
	1	2	3	4	5
6. Después de usar GeoGebra en clases consideras es un software sencillo de utilizar para el análisis de funciones.	0.0	0.0	0.0	47.6	52.4
7. El dinamismo y la interactividad de GeoGebra despertó tu interés en el aprendizaje de las matemáticas.	0.0	0.0	0.0	33.3	66.7
8. Piensas que GeoGebra permitió que tu maestro mejorará la presentación de un tema matemático, como por ejemplo funciones.	0.0	0.0	14.3	57.1	28.6
9. Con que frecuencia utilizaste GeoGebra para resolver los ejercicios de máximos y mínimos relativos planteados por el docente.	0.0.	0.0.	14.3	38.1	47.6
10. El uso de GeoGebra te permitió ahorrar tiempo en la resolución de problemas gráficos.	0.0	0.0	0.0	4.8	95.2
11. Que tanto utilizaste la versión online de GeoGebra para el análisis grafico de funciones.	28.6	57.1	9.5	4.8	0.0
12. Que tanto utilizaste la versión móvil de GeoGebra para el análisis grafico de funciones.	19.0	66.7	4.8	9.5	0.0
13. La utilización GeoGebra te permitió obtener un mejor resultado en su examen departamental.	0.0	0.0	0.0	42.9	57.1
14. GeoGebra permitió que mejorarás tu rendimiento académico en un tema de máximos y mínimos relativos.	0.0	0.0	0.0	52.4	47.6
15. En tu opinión, los docentes deberían conocer diferentes recursos tecnológicos para impartir sus clases.	0.0	0.0	0.0	14.3	85.7

Nota: Encuesta de satisfacción sobre el uso de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas. Los resultados están dados en %.

La Tabla 19 muestra la opinión de los alumnos sobre el uso de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas, en este caso el 52.4% comentaron que el software es fácil de utilizar para el análisis de funciones; por otro lado, el 66.7% de ellos mencionaron que el dinamismo y la interactividad de la herramienta despertó su interés por el aprendizaje de algún tema matemático.

El 85.7% de los alumnos seleccionaron que GeoGebra permitió que al docente mejorar su desempeño en los temas matemáticos; en cuanto al uso de GeoGebra para la solución de problemas de máximos y mínimos, el 47.6% de los alumnos mencionaron que usaron siempre el software para la resolución de problemas, mientras que el 38.1% dijeron que casi siempre hicieron uso del software.

Otro indicador que resaltó mucho es que el 85.7% de los alumnos mencionaron que no hicieron uso de la versión online ni de la versión móvil. Se destaca que el 57.1% los estudiantes, ubicaron a GeoGebra como una herramienta que les permitió obtener buenos resultados en su examen departamental, el 47.6% seleccionaron que GeoGebra permitió mejorar su rendimiento académico en el tema de máximos y mínimos; por último, se rescata que el 85.7% de los alumnos comentaron que el docente siempre debe usar diversos recursos tecnológicos para la enseñanza de las matemáticas.

Para probar que GeoGebra cambió la actitud de los alumnos hacia el uso de GeoGebra, se agruparon los resultados por las categorías y se obtuvieron los promedios de cada una de ellas, para posteriormente procesarse con SPSS19, resultando la información que se visualiza en la Tabla 20.

Tabla 20

Resultados obtenidos de la Encuesta de Satisfacción

	Alumnos	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
Antes del uso de GeoGebra	21	2.019	0.4468	0.0975
Después del uso de GeoGebra	21	4.048	0.3043	0.0664

Nota: Encuesta de Satisfacción

La Tabla 20 muestra que los alumnos tenían una actitud ambigua sobre el uso de la tecnología en el aula de matemáticas, en la encuesta ellos argumentaron que utilizaban muy poco la tecnología para la resolución de problemas y conocían muy poco a GeoGebra, o solo lo utilizaban para realizar las gráficas sin ver más allá del potencial que tiene este software. No lo exploraban para la construcción de propio conocimiento ni para el desarrollo del pensamiento matemático sin llegar a criticar ni a reflexionar el porqué de los resultados, no realizaban un análisis más profundo para comprender los conceptos matemáticos. Al procesar los datos se obtuvo la información descrita en la Tabla 21.

Tabla 21

Prueba t de Student aplicada a la Encuesta de satisfacción

	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Valor de t	
				SPSS	Tabla
Prueba t Student	40	0.000	-2.0286	-17.196	2.021

Nota: Software SPSS19

Se aplicó la prueba *t de Student* obteniendo la información de la Tabla 21 que sirvió para analizar si la actitud de los alumnos había cambiado sobre el uso de la tecnología en el aula de matemáticas. Para realizar el análisis se utilizó SPSS19 se obtuvo una significancia bilateral de 0.000 que se comparó con el nivel de significancia de 0.05, donde se obtiene que 0.000 < 0.05, concluyendo que los alumnos tuvieron un cambio de actitud después de conocer y haber utilizado GeoGebra en el proceso enseñanza-aprendizaje del tema de máximos y mínimos relativos.

Al analizar el valor de t en la gráfica de probabilidad se obtuvo la Figura 32.

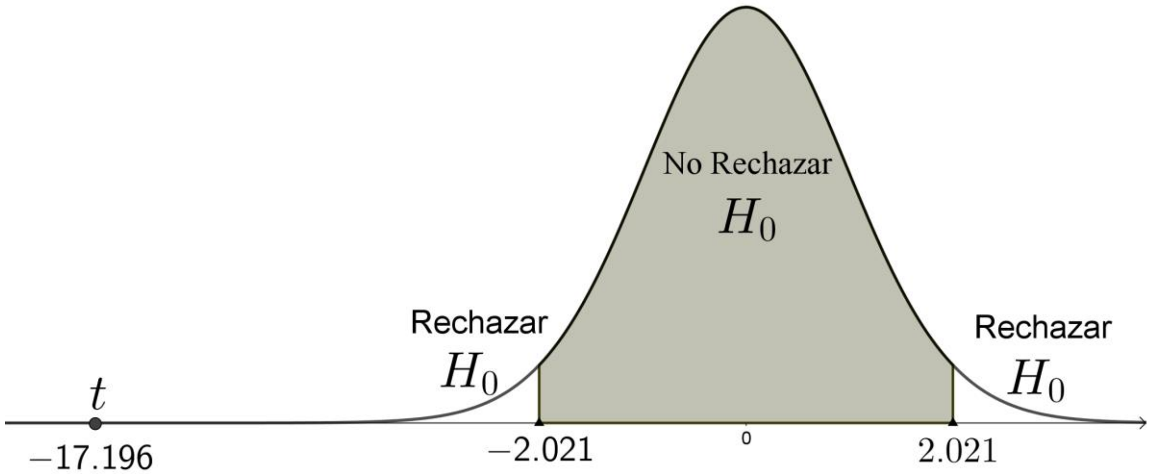


Figura 32. Prueba de hipótesis de la Encuesta de Satisfacción

En la Figura 32 se visualiza que el valor de *t de Student* con un grado de libertad de 40 los intervalos de aceptación de H_0 está entre -2.021 y 2.021 por ser de dos colas. Al realizar el cálculo de t con SPSS19 se obtiene que el valor de t es -17.196, cayendo en la zona de rechazo de H_0. Lo anterior permite rechazar la hipótesis nula (H_0) y aceptar la hipótesis alternativa (H_1), aceptando que la actitud de los estudiantes cambio de manera positiva después de haber utilizado GeoGebra en la enseñanza de máximos y mínimos relativos.

CAPÍTULO CINCO

Discusión, Conclusiones y Recomendaciones

El objetivo de este capítulo es confrontar los análisis con la teoría revisada, se hacen notar las concordancias obtenidas, se describen las contradicciones, realizando sugerencias para modificar lo necesario. También se menciona el alcance que se observó con respecto a los objetivos que se plantearon al inicio de esta investigación y los juicios que se lograron establecer. Tomando como base los resultados obtenidos se hacen propuestas para mejorar el principal problema, el bajo rendimiento académico de los alumnos en el aprendizaje de las matemáticas.

5.1 Discusión

El propósito de este trabajo de investigación fue determinar la influencia que tiene el uso de GeoGebra en el rendimiento académico en alumnos de bachillerato. Partiendo de los resultados obtenidos en esta investigación, se acepta la hipótesis alternativa general que establece que GeoGebra influye en el rendimiento académico de los alumnos de quinto semestre del COBACAM 05 Atasta en el tema de máximos y mínimos relativos.

En cuanto al rendimiento académico, los alumnos a los que se les presentó el tema de máximos y mínimos relativos con la ayuda de GeoGebra incrementaron considerablemente el rendimiento académico alcanzando un promedio de 85.76 frente al 66.33 del grupo Control, estos resultados guardan relación con Bonilla (2013), quien comenta que en su investigación su grupo Experimental alcanzó un promedio de 7.6 contra un 5.6 del grupo Control, esto en una escala de 0-10; mientras que De la Cruz (2016) menciona que sus alumnos que hicieron uso de GeoGebra alcanzaron un promedio en su rendimiento académico de 11.63, frente al 10.31 que obtuvo el grupo Control de su investigación.

Cabe mencionar que el incremento del rendimiento académico en los alumnos del grupo Experimental fue del 65.14, ya que en la preprueba fue la media fue de 20.62 mientras que en la posprueba fue 85.76, lo anterior es evidencia de que los estudiantes tuvieron un incremento en su nivel de conocimiento con la ayuda de GeoGebra, esto guarda relación con Barahona, Barrera, Vaca e Hidalgo (2015), quienes comentan que GeoGebra incrementa el rendimiento académico, pues en su investigación los alumnos de su grupo Experimental tuvieron un incremento en su rendimiento académico de 70.1, dando una clara evidencia de que esta herramienta ayuda a que los jóvenes incrementen su rendimiento académico.

La interactividad de GeoGebra permite que los alumnos construyan su propio conocimiento mediante la interacción con los componentes del software, pues los jóvenes del grupo Experimental, quienes hicieron uso de GeoGebra para resolver problemas de aplicación de máximos y mínimos relativos tuvieron un mayor desempeño en los indicadores Problemas de aplicación y Solución de problemas de optimización logrando resolverlos siguiendo paso a paso hasta llegar a la solución de los problemas, esto concuerda con Inzunza (2014), quien expone que el diseño de GeoGebra permite que el alumno sea participe en la construcción de su propio conocimiento mediante la interacción con los componentes y representaciones, el uso de deslizadores donde se puede manipular ciertos parámetros permitiendo visualizar el comportamiento de cierto concepto dentro del análisis visual de gráfica de una función.

En cuanto al desarrollo del pensamiento matemático GeoGebra permitió que el grupo Experimental retuviera el conocimientos mediante la visualización y manipulación de los conceptos matemáticos dentro del software, prueba de ello es que en el indicador Manejo de información el 88.4% de los alumnos logró comprender la información para la solución de problemas, esto concuerda con Gay, Tito y San Miguel (2014), quienes mencionan que GeoGebra facilita la conversión y la interacción con los registros de representación semiótica de un mismo objeto matemático, lo que hace posible el estudio y análisis de los conceptos de cada representación llevando al desarrollo del pensamiento, crítico y reflexivo de cada objeto matemático.

Por otro lado, Carranza (2011) también comenta que GeoGebra favorece la construcción de conocimientos matemáticos significativos, operativos y estructurados, mediante la interacción con los componentes del software, donde los alumnos pueden movilizarse fácilmente entre los sistemas de representación simbólicos, numéricos, gráficos y analíticos.

En cuanto a la actitud de los estudiantes con el uso GeoGebra, el 66.7% de los alumnos comentaron que el dinamismo y la interactividad de la herramienta despertó su interés por el aprendizaje de las matemáticas permitiendo que siguieran paso a paso para llegar a la solución de los problemas, esto guarda una estrecha relación con Ruiz, Seoane y Di Blasi (2008) quienes consideran que las actividades construidas con GeoGebra son útiles para promover entornos educativos que favorezcan en los estudiantes la adquisición de competencias para realizar conjeturas, validar resultados y elaborar conclusiones, así como llegan a ser capaces de explicar los pasos a seguir para resolver las situaciones planteadas, Costa (2011) por su parte también menciona que la mayor parte de los alumnos que utilizan GeoGebra y hacen uso de una matematización inducida, permitiendo inmediatamente desarrollar las competencias de la visualización y la manipulación de los conceptos matemáticos en el entorno visual y manipulativo del software despertando el interés de los estudiantes.

Por lo tanto, se puede decir, que la introducción de GeoGebra en el aula de matemáticas permite que los alumnos construyeran su propio conocimiento al manipular diversos parámetros, además que la visualización del comportamiento de dichos parámetros permite que los jóvenes tengan un mayor acercamiento a los conceptos matemáticos.

5.2 Conclusiones

Después de analizar los resultados y realizar la prueba de hipótesis se llegó a las siguientes conclusiones:

Se observó que la estrategia didáctica que se utilizó al emplear el dinamismo de GeoGebra como una herramienta de apoyo para la enseñanza de los máximos y mínimos relativos, es idónea, ya que la utilización de esta tecnología permitió que los jóvenes obtuvieran y mejoran su aprovechamiento escolar; estos resultados contrastan con la enseñanza memorística y mecánica donde se hizo uso de la pizarra para realizar las gráficas.

Al comparar los resultados del instrumento de evaluación entre el grupo Experimental con el Control, el primero obtuvo una media aritmética de 85.76 mientras que el promedio del segundo fue 66.33, respectivamente. Lo anterior se demostró al aplicar la prueba de hipótesis *t de Student* entre dos muestras independientes, dando como resultado que la estrategia didáctica del uso de GeoGebra es óptima para la enseñanza de las matemáticas, en este caso en el tema de máximos y mínimos relativos.

Los resultados de esta investigación también son sostenidos por los resultados que obtuvieron ambos grupos en el Examen Departamental de la Dirección General del COBACAM correspondiente al segundo parcial, esta evaluación es un estándar que se aplica a nivel estatal en los 37 planteles de la Institución. En esta evaluación el grupo Experimental obtuvo un promedio de 9.23, mientras que la media aritmética del grupo Control fue de 5.64, estos resultados están en una escala de 0 a 10; lo anterior, es evidencia de que GeoGebra es una herramienta que lleva a estudiantes a construir su propio conocimiento mediante un dinamismo que permite manipular ciertos elementos para comprender mejor los conceptos matemáticos.

En los resultados por indicadores del instrumento de evaluación se observó que el indicador Fundamentos teóricos fue el que tuvo mayor números de aciertos, con un 98.1% en el grupo Experimental y un 94.3% para el Control; después se ubicó el indicador Manejo de información, donde el grupo Experimental logró un 88.4%, mientras que el Control obtuvo un 83.7% de aciertos; en el indicador Problemas de aplicación el grupo Experimental mostró un mayor avance con 83.8% con un 20% sobre el grupo Control que logró un 63.8% de aciertos; en el caso del indicador Solución de problemas de optimización, se observó una diferencia de 28.1% entre el grupo Experimental quien logró 69.4% y el de Control fue de tan solo 41.3% de aciertos, lo anterior muestra que realmente GeoGebra permitió que el grupo Experimental tuviera una mayor comprensión en los temas de máximos y mínimos relativos y sobre todo pudiera construir su propio conocimiento mediante el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo.

En cuanto a la satisfacción de los alumnos sobre el uso de GeoGebra en la enseñanza de máximos y mínimos, se ubicaron algunos indicadores donde los alumnos reflejaron que GeoGebra es una herramienta que les ayudó a mejorar su aprovechamiento escolar, por ejemplo 57.1% de ellos mencionó que GeoGebra permitió mejorar su rendimiento académico en su examen departamental, en cuanto al dinamismo mostrado por GeoGebra el 66.7% mencionó que el dinamismo y la interactividad de este software despertó su interés en el aprendizaje de las matemáticas.

Otra opinión muy importante de los alumnos para esta investigación es que el 85.7% están de acuerdo en que el docente debe conocer y utilizar diferentes recursos tecnológicos para impartir sus clases de matemáticas. En esta misma encuesta el 85.7% de los alumnos expreso que GeoGebra permitió que su maestro tuviese un mayor desempeño en la presentación del tema matemático planteado. Algo que se observó es que los alumnos mencionaron que en clases de secundaria o los primeros años de bachillerato, el uso de alguna herramienta tecnológica fue casi nula por parte de sus maestros, en este punto el 90.5% de los alumnos estuvieron de acuerdo en que el uso de la tecnología es muy importante en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

De acuerdo con los resultados anteriores, se concluye que es importante el uso de herramientas tecnológicas que permitan que los alumnos puedan construir su propio conocimiento matemático, herramientas donde los jóvenes puedan manipular, mover e interactuar con los diversos elementos que lleven a razonar y pensar de manera crítica y reflexiva. Una de esas herramientas es GeoGebra, un software matemático, en el cual los alumnos pueden interactuar y mover elementos matemáticos, en la construcción de representaciones divertidas y amenas. Por todo lo expuesto anteriormente, es evidencia para concluir que GeoGebra incide positivamente en el rendimiento académico de los estudiantes de bachillerato.

5.3 Recomendaciones

En virtud de que la utilización de GeoGebra incrementó el rendimiento de los alumnos en el tema de máximos y mínimos relativos, se enuncian las siguientes recomendaciones:

En las academias estatales del COBACAM que se realizan al inicio de cada semestre, los docentes deben analizar los contenidos de las asignaturas que se impartirán en dicho semestre, el objetivo es localizar los temas donde se pueda utilizar GeoGebra como herramienta tecnológica, como se mencionó en esta investigación, este software no solo se puede usar en matemáticas, sino que tiene amplios elementos didácticos e interactivos que se pueden aplicar en otras asignaturas como Física I y Temas Selectos de Física I.

En el caso de las academias estatales de matemáticas, que los docentes encargados de la revisión y elaboración de las secuencias didácticas incluyan la utilización de este software como herramienta básica en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Que la Dirección General del COBACAM capacite a los docentes en la utilización de herramientas matemáticas, entre ellas es necesario incluir GeoGebra para que los profesores posean los conocimientos necesarios para crear estrategias didácticas e interactivas para la presentación de sus temas, cabe mencionar que algunos docentes hacen uso de este software, pero sin llegar a explotar todas la funcionalidad que contiene para la elaboración de elementos interactivos que llamen la atención, para que los alumnos muestren un mayor interés por el aprendizaje de las matemáticas.

Que en los equipos de los centros de cómputos de cada uno de los Planteles del COBACAM, este software de encuentre disponible e instalado para que los docentes de matemáticas puedan llevar a los grupos a practicar el uso de esta aplicación para la solución de problemas matemáticos y para que los jóvenes puedan realizar sus trabajos en los mismos centros educativos.

Que el COBACAM y las otras instituciones de EMS promuevan el uso de la tecnología y sobre todo de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas y al mismo tiempo equipen los centros de cómputos de sus planteles y sus aulas para que los docentes puedan poner en prácticas estrategias didácticas que permitan que los jóvenes puedan construir su propio conocimiento mediante el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo.

Que los docentes empiecen a utilizar GeoGebra en sus planeaciones didácticas para la presentación de los temas donde sea necesario realizar gráficas y cálculos, de la misma forma es evidente que se deben innovar las estrategias, como se mencionó en esta investigación el éxito de esta herramienta mucho va a depender mucho del entusiasmo que muestre el docente para la presentación de sus temas.

Se sugiere realizar futuras investigaciones sobre el uso del software en diversos temas del área de matemáticas, no solo matemáticas, sino en otras áreas de las ciencias, como se sabe la matemática es la base del conocimiento científico, por lo que es necesario que las futuras investigaciones en matemática educativa se enfoquen en el desarrollo de estrategias didácticas que llamen la atención de los educandos.

Se propone llevar esta investigación a otra población, a los diferentes niveles educativos, a la educación privada para conocer si los resultados serán los mismos en otro ambiente y con otras poblaciones. Se recomienda, realizar investigaciones orientadas a comparar este software matemático con otras herramientas tecnológicas para conocer cuál es la influencia de cada una en el rendimiento académico de los alumnos, o si alguna de ellas permite obtener mejores resultados.

Referencias

Aebli, H. (1958). Una didáctica fundada en la Psicología de Jean Piaget. Editorial Kapelusz. Buenos Aires.

Alameda, J., Salguero, M. y Lorca, J. (2007). *Conocimiento numérico cuantitativo y léxico: evidencia de doble disociación*. En *Revista Psicothema*, Universidad de Oviedo España. 19(3), pp. 381-387. Recuperado de http://www.redalyc.org/pdf/727/72719304.pdf

Ángel, A. y Bautista, G. (2001). Didáctica de las matemáticas en enseñanza superior: la utilización de software especializado. En UOC, Universidad Oberta de Cataluña, España. Recuperado de https://www.uoc.edu/web/esp/art/uoc/0107030/mates.html

Arias, R., Guillén, C., Ortiz, L. (2011). GeoGebra, una herramienta para la Enseñanza de la Matemática. *XIII Conferencia Interamericana de educación matemática*. 26 – 30 junio, 2011. Recife Brasil. Recuperado de http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2661/806

Artigue, M. (1995). *La enseñanza de los principios del Cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos*. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno y P. Gómez (Eds.), Ingeniería didáctica en educación matemática (pp. 97-140). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Artigue, M. (2001). *What can we learn from educational research at the university level?* En Holton (Ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level: an ICMI study* (pp. 207-220). Holland: Kluwer Academic.

Artigue, M. (2003). *Reaction, Learning and teaching analysis: What can we learn from the past in order to think about the future?* En Coray, F. Furinghetti, H. Gispert, B. R. Hodgson y G. Schubring (Eds.), *One hundred years of l'enseignement mathématique: moments of mathematics education in the twentieth century*. Monograph No. 39 (pp. 211-223). Génova, Italia: L'Enseignement Mathématique.

Ausubel, D. (1976). Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo. Ed. Trillas. México.

Ávila, A. (2004). *Reseña de "conocimientos y aptitudes para la vida. Resultados de pisa 2000"*. En *Educación Matemática*, 16(001), pp. 225-227. Recuperado de http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/405/40516110.pdf

Ávila, A. (2005). *Interacción con los números escritos en un círculo de alfabetización*. Ponencia presentada en el VIII Congreso Nacional de Investigación Educativa. Hermosillo, 30 de octubre a 3 de noviembre de 2005.

Barahona, F., Barrera, O., Vaca, B. e Hidalgo, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. En Revista Tecnológica, 28 (5). Diciembre 2015. Recuperado de http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/429

Barrera, F. y Santos, M. (2001). Students' use and understanding of different mathematical representations oftasksin problemsolving instruction. Proceedings of the Twenty-Three Annual Meeting North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol. 1. ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.

Beeland, J. (2002). *Student engagement, visuallearning and technology: Can interactive white-boards help?* En *Action Research Exchange*, 1(1). Recuperado de http://ehiron.valdosta.edu/are/Artmanscrptlvol1no1/beeland_ma.pdf

Benedicto, C. (2013). *Investigación sobre variables en el diseño de actividades escolares para alumnos con altas capacidades matemáticas*. Trabajo de Máster. Universitat de València. Recuperado de http://roderic.uv.es/handle/10550/32580.

Bishop, A. (1989). *Review of reseach on visualization in mathematics education. Focus on Learning Problems in Mathematics*. Vol 11.1, pp. 7-16

Bloom, B. (1956). Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals: Handbook I, cognitive domain. New York: Longman.

Bonilla, G. (2012). Influencia del uso del programa GeoGebra en el rendimiento académico en Geometría Analítica Plana, de los estudiantes del tercer año de bachillerato, especialidad Fisicomatemático, del colegio Marco Salas Yépez. Tesis de Licenciatura. Universidad Central de Ecuador. 2012-2013.

Braña, F. (s.f.). PortalProgramas [Mensaje en blog]. Recuperado de https://www.portalprogramas.com/

Bricall, J. (2000) Conferencia de Rectores de las Universidades españolas (CRUE) Informe Universidad 2000 Organización de Estados Iberoamericanos Biblioteca Digital de la OEI. Recuperado de http://www.campus-oei.org/oeivirt/bricall.htm

Cabero, A. (2003). *Replanteando la tecnología educativa*. En *Revista Comunicar*, 21, 23-30. Recuperado de www.revistacomunicar.com/verpdf.php?numero=21&articulo=21

Cabero, J., Duarte, A. y Barroso, J. (1999). *La formación y el perfeccionamiento del profesorado en nuevas tecnologías: retos hacia el futuro*. En J. Ferrés y P. Marqués (coords.). *Comunicación educativa y nuevas tecnologías*. Barcelona: Praxis. Centro de maestros Pachuca 1308. Recuperado de https://sites.google.com/site/centrodemaestrospachuca1308/

Cantoral, R. y Mirón, H. (2000). *Sobre el estatus de la noción de derivada: de la epistemología de Joseph Louis Lagrange al diseño de una situación didáctica*. En *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 3 (3), pp. 265-292.

Cantoral, R., Cordero, F., Farfán, R. e Imaz, C. (1990). *Cálculo-Análisis. Una revisión de la investigación educativa reciente en México*. En R. Cantoral, F. Cordero, R. Farfán y C. Imaz (Eds.), Memorias del Segundo *Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática* (pp. 55-69). México: Universidad Autónoma del Estado de México.

Carranza, M. (2011). Exploración del impacto producido por la integración del ambiente de geometría dinámica (AGD) GeoGebra en la enseñanza de los cursos de matemáticas básicas de primer semestre de la Universidad Nacional de Colombia Sede Palmira. En *Maestría Thesis*, Universidad Nacional de Colombia Sede Palmira.

Chacón, A. (s.f.). La Tecnología Educativa en el marco de la didáctica. En *Ediciones Pirámide*. Recuperado de https://www.ugr.es/~ugr_unt/Material%20M%F3dulo%2010/CAPTULO-1.pdf

Coll, C., Pozo, J., Sarabia, B. y Valls, E. (1992), Los contenidos de la reforma: Enseñanza y aprendizaje de conceptos, procedimientos y actividades. Madrid, España: Santillana/Aula XXI.

Costa, L. (2011). Problematización de matematización en un entorno GeoGebra dentro de un planteamiento didáctico <<desde abajo hacia arriba>>. En *Enseñanza de las ciencias*, *29*(1). Recuperado de https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/243826/353429

Cotic, N. (2014). GeoGebra como puente para aprender matemáticas. Recuperado de: www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/1179.pdf

Cuicas, M., Debel, E., Casadei, L. y Álvarez, Z. (2007). El software matemático como herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento y mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas. En *Actualidades Investigativas en Educación*, *7*(2), 1-34. Recuperado de http://www.redalyc.org/pdf/447/44770209.pdf

Del Grande, J. (1990). *Spatial sense, Arithmetic Teachier*. Vol. 37.6, pp. 14-20.

Diario Oficial de la Federación de México DOF (2008). ACUERDO número 444 por el que se establecen las competencias que constituyen el marco curricular común del Sistema Nacional de Bachillerato. México: Secretaría de Gobernación. Recuperado de: http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/10905/1/images/Acuerdo_444_marco_curricular_comun_SNB.pdf

Driver, R. (1986). Psicología cognoscitiva y esquemas conceptuales de los alumnos. En *Revista de las Ciencias* 4(1). Recuperado de https://ddd.uab.cat/record/40558

Eisner, E. (2000). UNESCO Publications. Recuperado de http://www.ibe.unesco.org/publications/ThinkersPdf/blooms.pdf

Engler, A. (2011). *¿Es posible innovar en la enseñanza del cálculo diferencial? trabajamos con la derivada*. En Lestón, P. (Ed.) Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 24. México: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Ennis, R. (1996) Critical thinking. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.

Erazo, O. (2012). El rendimiento académico, un fenómeno de múltiples relaciones y complejidades. En *Vanguardia Psicológica*, *2*(2), 144-173. Recuperado de: https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4815141.pdf

Fernández, F., Izquierdo, J. y Lima, S. (2000). Experiencias en la estructuración de clases de matemáticas empleando asistentes matemáticos y colección de tutoriales hipermediales. En *Papers*. Recuperado de http://www.c5.cl/ieinvestiga/actas/ribie2000/papers/106/

Figueroa, C. (2004). Sistemas de evaluación académica, San Salvador: Editorial Universitaria.

Fuenlabrada, S. (2008). Cálculo Diferencial. Editorial McGraw-Hill: México.

Furth, H. y Wachs, H. (1978). La teoría de Piaget en la práctica. Editorial Kapelusz: Buenos Aires, Argentina.

Garbanzo, G. (2007). Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes universitarios, una reflexión desde la calidad de la educación superior pública. En *Revista Educación*, 31 (1), 43-63. Recuperado de https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44031103

García, L., Moreno, M., y Azcárate, C. (2005). *EBP Como metodología activa para la enseñanza del Cálculo Diferencial*. En XIV Jornadas de ASEPUMA y II Encuentro Internacional. Recuperado de http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/16638/1/ebp_metodologia.pdf

García, M. (2011). *Derivada: una propuesta para su comprensión*. Actas XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil.

Gavilán, J. y Barroso, R. (2009). *Manual del curso de Thales-Cica 2009, GeoGebra: TICs e innovación en la enseñanza de las matemáticas*.

Gavilán, J. y Barroso, R. (2011). *GeoGebra como instrumento de la práctica del profesor*. Comunicación presentada en las II Jornadas de GeoGebra en Andalucía. Huelva, 1 al 3 de abril de 2011. Organizadas por el Instituto GeoGebra de Andalucía-SAEM Thales.

Gay, M., Tito, J. y San Miguel, S. (2014). GeoGebra como facilitador del estudio de funciones de variable real. En *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*. Recuperado de http://www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/637.pdf

Granville, W. (2002). Cálculo Diferencial e Integral. Editorial Limusa: México.

Gutiérrez, A. (1991). La investigación en didáctica de las matemáticas, en Gutiérrez, A. (ed.), Área de conocimiento Didáctica de la Matemática (colección "Matemáticas: Cultura y aprendizaje" n. 1) pp. 149-194. Madrid: España. Recuperado de https://www.uv.es/Angel.Gutierrez/marcotex.html

Gutiérrez, A. (2005). *Aspectos metodológicos de la investigación sobre aprendizaje de la demostración mediante exploraciones con software de geometría dinámica*. En Maz, A. Gómez, B., Torralbo, M. (eds.), Actas del 9º Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), 27-44. Recuperado de http://www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/Gut05a.pdf

Gutiérrez, A. (2012). *Apuntes de clase de Geometría del Máster Universitario de Profesor de Educación Secundaria*. Universidad de Valencia. http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/download/243826/353429

Hernández, J. y Barraza, M. (2013). Rendimiento académico y autoeficacia percibida. México: IUNAES-ReDIE.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2010). Metodología de la Investigación (5ta. Ed.) México: McGraw Hill.

Herrera, S. (2014). Importancia del desarrollo de la competencia solución problema. En *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, Publicación 12. Recuperado de www.ride.org.mx/1-11/index.php/RIDESECUNDARIO/article/download/788/770

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) (2005). *Pisa para docentes. La evaluación como oportunidad de aprendizaje*. México: Secretaria de Educación Pública. Recuperado de http://www.educacionbc.edu.mx/departamentos/evaluacion/descargas/Archivos/PISA_docentes.pdf

Inzunsa, C. (2014). GeoGebra: Una herramienta cognitiva para la enseñanza de la probabilidad. En *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*. Recuperado de http://www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/104.pdf

Jonassen, D. (1996). Computers in the classroom: Mindtools for critical thinking. Englewood Cliffs, New Jersey: Merrill Prentice-Hall.

Johansen, I. (2012). Graph Version 4.4 (Manual). Recuperado de https://www.padowan.dk/bin/Graph-Spanish.pdf

Kendal, M., y Stacey, K. (2003). *Tracing learning of three representations with the differentiation competency framework*. Mathematics Education Research Journal 15(1), 22−41.

Kustcher N. y St. Pierre. (2001). Pedagogía e Internet. Aprovechamiento de las Nuevas Tecnologías. México. Trillas.

Larson, R., Hostetler, R. y Edwards, B. (2009). *Cálculo Diferencial con Geometría Analítica*. México: Mc Graw Hill Interamericana, S.A. de C. V. pp. 178-209

Leung, F. (2006). *The impact of information and communication technology on our undersanding of the nature of mathematics*. For the Learning of Mathematics, 26(1), 29- 35.

Lozano, Y. (2011). *Desarrollo del concepto de la derivada sin la noción del límite*. Trabajo de Grado para Optar por el Título de Matemático. Recuperado de http://www.konradlorenz.edu.co/images/stories/articulos/DESARROLLO_DE_LA_DERIVADA_SIN_LA%20NOCION_DEL_LIMTE.pdf

Majó, J. y Marqués, P. (2002). *La revolución educativa en la era Internet*. Barcelona: CissPraxis.

Marqués, P. (1999). Diseño y educación de programas educativos Recuperado de http://www.xtec.es/pmarques/edusoft.htm

Mastache, A. (2007). Formar personas competentes. Desarrollo de competencias tecnológicas y psicosociales. Buenos Aires, Argentina: Noveduc.

Mendoza, I. (12 de septiembre de 2013). *Competencias básicas, genéricas y específicas*. [Mensaje en un blog]. Recuperado de http://www.utel.edu.mx/blog/rol-personal/competencias-basicas-genericas-y-especificas/

Ministerio de Educación de El Salvador, MINED (2002). Lineamientos para la Evaluación del Aprendizaje en Educación Media. Editorial Algier: El Salvador. Recuperado de http://ri.ufg.edu.sv/jspui/bitstream/11592/6360/3/371.262-B634f-CAPITULO%20II.pdf

Niss, M. (2003). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM Project*. Recuperado de http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve375/1112/docs/KOMkompetenser.pdf

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos, OCDE (2003). *Feasibility study for the PISA ICT literacy assessment*. Recuperado de http://www.oecd .org/dataoecd/35/13/33699866.pdf

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos, OCDE (2004). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003*. Paris: OCDE. Recuperado de https://www.oecd.org/edu/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/34002216.pdf

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos, OCDE (2014). Resultados de PISA 2012 en Foco. En OCDE. Recuperado de https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos, OCDE (2016). Resultados de PISA 2015. En OCDE. Recuperado de https://www.oecd.org/pisa/PISA-2015-Mexico-ESP.pdf

Ortiz, I. y Noriega, F. (2007). Informe de resultados de la prueba diagnóstica de matemáticas para cursos del departamento de Ciencias Físicas. Rio Piedras, Puerto Rico: Universidad de Puerto Rico, Centro de Investigación y Evaluación Curricular (CIEC) y Departamento de Ciencias Físicas de la Facultad de Estudios Gerenciales.

Pea, R. (1987). Cognitive technologies for mathematics education, en A. Schoenfeld (eds.) Cognitive Science and Mathematics Education, Hillsdale, NJ: Erlbaum

Pellegrino, G., Fadiga, L., Fogassi, L., Gallese, V. y Rizzolatti, G. (1992). *Understanding motor events: a neurophysiological study*. En *Experimental Brain Research*. Volumen 91. Pp. 176-180. Recuperado de https://link.springer.com/article/10.1007%2FBF00230027

Pérez, A., Ramón, J. y Sánchez, J. (2000). Análisis exploratorio de las variables que condicionan el rendimiento académico. Sevilla, España: Universidad Pablo de Olavide.

Pizarro, R. (1985). Rasgos y actitudes del profesor efectivo (Tesis de Maestría). Pontificia Universidad Católica de Chile.

Pollack, H. (1997). *Solving Problems in the Real World*. En Steen, L.A. (ed.): *Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America*. Nueva York. The College Board.

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.

Preiner, J. (2008). *Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teachers: The Case of GeoGebra* (Tesis de Dissertation in Mathematics Education Faculty of Natural Sciences University of Salzburg).

Presmeg, N. (1986). *Visualization in high school mathematics. Learning of Mathematics*. Vol. 6.3, pp. 42-46.

Rizo, C., Campistrous, L. (1999). Estrategias de resolución de problemas en la escuela. En *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *RELIME*. 2 (2-3). pp. 31-45. Recuperado de http://www.redalyc.org/pdf/335/33520304.pdf

Robert, A. y Speer, N. (2001). *Research on the teaching and learning of Calculus/Elementary analysis*. En Holton (Ed.), The teaching and learning of mathematics at university level: An ICMI study (pp. 283-299). Holland: Kluwe Academic.

Roorda, G., Vos, P. y Goedhart, M. (2007). *Derivatives in applications: How to describe students understanding*. En G. Kaiser, F. Garcia y B. Sriraman (Eds.), Proceedings of the WG on Mathematical Modelling and Applications 5th Conference on European Research in Mathematics Education (CERME-5). Nicosia, Cyprus: University of Cyprus.

Ruiz, G., Seoane, A., Di Blasi, M. (2008). Uso de recursos informáticos para potenciar las diferentes representaciones del concepto teorema fundamental del cálculo. En *II REPEM – Memorias*. Santa Rosa, La Pampa, Argentina. Agosto 2008. Recuperado de http://online2.exactas.unlpam.edu.ar/repem/cdrepem08/memorias/comunicaciones/Propuestas/C25.pdf

Ruiz, J. (2008). *Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la matemática*. En *Revista Iberoamérica de Educación*. No 47/3. Universidad de Camagüey, Cuba. Recuperado de rieoei.org/deloslectores/2359Socarras-Maq.pdf

Salinas, P., Alanis, J. (2009). *Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del cálculo dentro de una institución educativa*. En *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 12(3). Pp. 355-382.

Sánchez, J. (1995a). *Informática Educativa*. Santiago de Chile. Editorial Universitaria. Segunda Edición.

Sánchez, J. (1995b). *Introducción a Herramientas de Multimedia e Hipermedia*. Apuntes Curso, Puno, Perú.

Saucedo, R., Godoy, J., Fraire, R. y Herrera, H. (2014). Enseñanza de las integrales aplicadas con GeoGebra. En *El Cálculo y su Enseñanza, 5*(5), CINVESTAV, 125-138. Recuperado de http://mattec.matedu.cinvestav.mx/el_calculo/data/docs/P8.bbf0a982b7788f.pdf

Secretaria de Educación Pública y Secretaria de Educación Básica, SEP y SEB (2008). *Subsecretaría de educación básica reforma integral de la educación básica acciones para la articulación curricular 2007-2012*. pp. 130. Recuperado de basica.sep.gob.mx/reformaintegral/sitio/

Secretaria de Educación Pública, SEP. *ACUERDO número 442 por el que se establecen el Sistema Nacional de Bachillerato*. En *Diario Oficial de la Federación (DOF)*, viernes 26 de septiembre de 2008. Recuperado de http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/10905/1/images/Acuerdo_numero_442_establece_SNB.pdf

Secretaria de Educación Pública, SEP. *ACUERDO número 444 por el que se establecen las competencias que constituyen el marco curricular común del Sistema Nacional de Bachillerato*. En *Diario Oficial de la Federación (DOF)*, martes 21 de octubre de 2008. Recuperado de http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/10905/1/images/Acuerdo_444_marco_curricular_comun_SNB.pdf

Secretaria de Educación Pública, SEP. *ACUERDO número 447 por el que se establecen las competencias docentes de la EMS del Sistema Nacional de Bachillerato*. En *Diario Oficial de la Federación (DOF)*, miércoles 29 de octubre de 2008. Recuperado de http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/10905/1/images/Acuerdo_447_competencias_docentes_EMS.pdf

Sordo, J. (2005). Estudio de una estrategia didáctica basada en las nuevas tecnologías para la enseñanza de la geometría. Tesis doctoral. Universidad Complutense de Madrid, España. Recuperado de http://eprints.ucm.es/tesis/edu/ucmt28911.pdf

Subsecretaria de Educación Media Superior, SEMS (2008). *Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS)*. Recuperado de http://cosdac.sems.gob.mx/portal/index.php/riems

Subsecretaria de Educación Media Superior, SEMS (2008). *Sistema Nacional de Bachillerato (SNB)*. Recuperado de http://www.sems.gob.mx/es/sems/sistema_nacional_bachillerato

Tejada, J. (1999). *El formador ante las NTIC: nuevos roles y competencias profesionales*. Comunicación y Pedagogía, 158.

Urías, M., Torres, G., Valdés, A. y Serna, M. (2015). *Teorías que sustentan la Tecnología Educativa*. Pp. 38-53. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/290447950_Teorias_que_sustentan_la_Tecnologia_Educativa

Vergel, M., Duarte, H., Martínez, J. (2015). Desarrollo del pensamiento matemático en estudiantes de cálculo integral su relación con la planificación docente. En *Revista Científica*, 23, 17-29. doi:10.14483/udistrital.jour.RC.2015.23.a2

Vrancken, S., Gregorini, M., Engler, A., Müller, D. y Hecklein, M. (sf). *Dificultades relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje del concepto de límite*. Universidad Nacional del Litoral. Santa Fe, Argentina. Pp. 9-19.

Weaver, G. (2000). *An examination of the national educational longitudinal study* (NELS:88) database to probe the correlation between computer use in school and improvement in test scores. Journal of Science Education and Technology, 9, 121-133.

Wenzelburger, E. (1993). Introducción de los conceptos fundamentales del cálculo diferencial e integral. Una propuesta didáctica. Educación Matemática, 5(2), 93-123.

Zhang, B. (2003). Using student–centered teaching strategies in calculus. In M. Peat (Ed.), The China papers: Tertiary science and mathematics teaching for the 21st century 2, 100–103.

Zandieh, M. (2000). *A theoretical framework for analyzing student understanding of the concept of derivative*. En E. Dubinsky, A. Schoenfeld, & J. Kaput (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education IV* (pp 128–153). Providence: American Mathematical Society.

APÉNDICES

APÉNDICE A. Población de la investigación

Población del Grupo Experimental

COBACAM

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE
PLANTEL 05 - ATASTA

SISTEMA DE REGISTRO Y CONTROL ESCOLAR
LISTA DE ASISTENCIA Y REPORTE DE CALIFICACIONES
PERIODO 2017B

ASIGNATURA: CALCULO DIFERENCIAL **GRUPO:** 501

PROFESOR: JOSE GUADALUPE JIMENEZ GARCIA **MES(ES):** NOV-DIC **TIPO DE EVALUACION:** 2DO. PARCIAL (60%)

No	Matri-cula	NOMBRE DEL ALUMNO	ASISTENCIA TOTAL: 15															OBS/ PARC	ASPECTOS A EVALUAR				PROM
			3	8	9	10	15	16	17	22	23	24	29	30	1	6	8		T	P	L	E	
1	15B05-1961	**	*	*	*	*	*	/	*	*	/	*	*	*	*	*	*		3	2	1	2	8
2	15B05-1962	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	/	*	*	*		4	2	1	3	10
3	15B05-1965	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		3	2	1	3	9
4	17B05-2311	**	*	*	/	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	EQ.	3	2	1	3	9
5	15B05-1967	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	3	9
6	15B05-1973	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	/	*		3	2	1	3	9
7	15B05-1974	**	*	/	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	2	9
8	15B05-1982	**	*	*	*	/	/	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		3	2	1	3	9
9	15B05-1985	**	*	*	*	*	*	*	/	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	3	10
10	15B05-1993	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	2	9
11	15B05-2003	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		3	2	1	2	9
12	15B05-2005	**	*	*	*	*	*	/	*	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	2	9
13	15B05-2006	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	2	9
14	15B05-2010	**	*	*	*	*	*	*	/	*	*	*	/	*	*	*	*		3	2	1	3	9
15	15B05-2012	**	*	*	/	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		3	2	1	2	8
16	15B05-2013	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		3	2	1	2	8
17	15B05-2017	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		2	2	1	2	7
18	15B05-2023	**	*	/	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		2	2	0	1	5
19	15B05-2043	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	/	*		4	2	1	3	10
20	14B05-1942	**	*	*	/	*	*	/	*	*	*	*	*	*	*	*	*		2	2	1	2	7
21	15B05-2045	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		2	2	1	2	7

NOTAS: La ESCALA DE CALIFICACIONES general a utilizar será del 0.00 al 10.00
Podrá registrar calificaciones hasta con dos decimales. Al momento de obtener el promedio, no deberá redondear las calificaciones.

FIRMA DEL PROFESOR

DEPTO CONTROL ESCOLAR

LIC. ELSY YOLANDA SARAOS HERNANDEZ

ASPECTOS A EVALUAR	%	PTOS
T - TAREAS	24	4
P - PARTICIPACIONES	12	2
L - LIBRETA DE APUNTES	6	1
E - EVALUACION	18	3
	60	10

Los nombres de los integrantes son ocultados por la privacidad de los alumnos, ya que todos son menores de edad.

Población del Grupo Control

COBACAM

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE
PLANTEL 05 - ATASTA

SISTEMA DE REGISTRO Y CONTROL ESCOLAR
LISTA DE ASISTENCIA Y REPORTE DE CALIFICACIONES

PERIODO 2017B

ASIGNATURA: CALCULO DIFERENCIAL **GRUPO:** 502

PROFESOR: JOSE GUADALUPE JIMENEZ GARCIA **MES(ES):** NOV-DIC **TIPO DE EVALUACION:** 2DO. PARCIAL (60%)

No	Matrícula	NOMBRE DEL ALUMNO	ASISTENCIA TOTAL: 15															OBS/ PARC	ASPECTOS A EVALUAR				PROM
			3	8	9	10	15	16	17	22	23	24	29	30	1	6	8		T	P	L	E	
1	15B05-1957	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		3	2	1	1	7
2	15B05-1959	**	*	*	/	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		3	2	1	3	9
3	15B05-1960	**	/	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	3	10
4	15B05-1970	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	3	10
5	15B05-1966	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		2	2	1	2	7
6	15B05-1980	**	*	*	*	/	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	2	9
7	15B05-1986	**	*	*	*	/	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		3	2	1	3	9
8	15B05-1990	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	2	9
9	15B05-1996	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	3	10
10	15B05-2008	**	*	*	*	/	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	2	9
11	15B05-2014	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	3	10
12	15B05-2019	**	*	*	*	*	*	*	*	*	/	*	*	*	*	*	*		3	2	1	3	9
13	14B05-1917	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	/	*	*		2	2	0	1	5
14	14B05-1930	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	2	9
15	15B05-2039	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		2	2	1	2	7
16	15B05-2041	**	*	*	*	/	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	2	9
17	15B05-2042	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	2	9
18	14B05-1938	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	2	9
19	15B05-2048	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		4	2	1	3	10
20	15B05-2054	**	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		3	2	1	2	8
21	14B05-1954	**	/	/	*	*	*	*	*	*	/	*	*	*	*	*	*		2	2	1	1	6

NOTAS: La ESCALA DE CALIFICACIONES general a utilizar será del 0.00 al 10.00
Podrá registrar calificaciones hasta con dos decimales. Al momento de obtener el promedio, no deberá redondear las calificaciones.

FIRMA DEL PROFESOR

DEPTO CONTROL ESCOLAR

LIC. ELSY YOLANDA SARAOS HERNANDEZ

ASPECTOS A EVALUAR	%	PTOS
T - TAREAS	24	4
P - PARTICIPACIONES	12	2
L - LIBRETA DE APUNTES	6	1
E - EVALUACION	18	3
	60	**10**

Los nombres de los integrantes son ocultados por la privacidad de los alumnos, ya que todos son menores de edad.

APÉNDICE B. Calificaciones del semestre 2014B

Grupo 501

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

COBACAM

PLANTEL 05 - ATASTA
SISTEMA DE REGISTRO Y CONTROL ESCOLAR - 2014B

CALIFICACIONES DEL EXAMEN SEMESTRAL (40% + 60%)

Grupo: 501
Asignatura: 2101 - CALCULO DIFERENCIAL

No	MATRICULA	NOMBRE DEL ALUMNO	APRE. 40%	DEPA. 60%	CALIFICACION
1	12B05-1595	*********************************	8.00	7.92	7.95
2	12B05-1598	*********************************	8.00	5.00	6.20
3	12B05-1605	*********************************	8.00	6.67	7.20
4	12B17-0289	*********************************	10.00	7.92	8.75
5	12B05-1622	*********************************	10.00	7.50	8.50
6	12B05-1633	*********************************	10.00	6.25	7.75
7	12B05-1641	*********************************	10.00	8.75	9.25
8	12B05-1648	*********************************	9.00	7.50	8.10
9	12B05-1650	*********************************	10.00	7.50	8.50
10	12B05-1651	*********************************	10.00	6.67	8.00
11	12B05-1653	*********************************	9.00	7.50	8.10
12	12B05-1654	*********************************	10.00	7.08	8.24
13	12B05-1661	*********************************	9.00	7.50	8.10
14	12B05-1664	*********************************	8.00	7.50	7.70
15	12B05-1676	*********************************	9.00	7.92	8.35
16	12B05-1677	*********************************	10.00	6.25	7.75
17	11B05-1554	*********************************	8.00	7.50	7.70
18	12B05-1682	*********************************	10.00	5.83	7.49
19	12B05-1683	*********************************	10.00	4.17	6.50
20	12B05-1696	*********************************	10.00	7.08	8.24
		PROMEDIOS:	**9.30**	**7.00**	**7.92**

Los nombres de los integrantes del grupo son ocultados por la privacidad de los alumnos, ya que todos son menores de edad.

Grupo 502

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

COBACAM

PLANTEL 05 - ATASTA

SISTEMA DE REGISTRO Y CONTROL ESCOLAR - 2014B

CALIFICACIONES DEL EXAMEN SEMESTRAL (40% + 60%)

Grupo: 502

Asignatura: 2101 - CALCULO DIFERENCIAL

No	MATRICULA	NOMBRE DEL ALUMNO	APRE. 40%	DEPA. 60%	CALIFICACION
1	11B05-1491	*********************************	9.00	4.58	6.34
2	12B05-1608	*********************************	10.00	6.67	8.00
3	12B05-1610	*********************************	8.00	4.58	5.94
4	12B05-1604	*********************************	8.00	6.25	6.95
5	12B05-1613	*********************************	9.00	5.83	7.09
6	12B05-1615	*********************************	9.00	5.83	7.09
7	12B05-1620	*********************************	10.00	5.00	7.00
8	12B05-1637	*********************************	10.00	5.83	7.49
9	12B05-1642	*********************************	10.00	5.42	7.25
10	12B05-1644	*********************************	9.00	5.83	7.09
11	12B05-1646	*********************************	10.00	3.33	5.99
12	12B05-1655	*********************************	8.00	5.00	6.20
13	12B05-1659	*********************************	10.00	6.25	7.75
14	12B05-1660	*********************************	10.00	6.67	8.00
15	12B05-1672	*********************************	10.00	4.58	6.74
16	11B05-1542	*********************************	9.00	4.58	6.34
17	12B05-1674	*********************************	10.00	5.83	7.49
18	12B05-1675	*********************************	10.00	5.42	7.25
19	11B05-1581	*********************************	10.00	6.25	7.75
20	11B05-1589	*********************************	8.00	5.00	6.20
		PROMEDIOS:	**9.35**	**5.44**	**7.00**

Grupo 503

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

COBACAM

PLANTEL 05 - ATASTA

SISTEMA DE REGISTRO Y CONTROL ESCOLAR - 2014B

CALIFICACIONES DEL EXAMEN SEMESTRAL (40% + 60%)

Grupo: 503

Asignatura: 2101 - CALCULO DIFERENCIAL

No	MATRICULA	NOMBRE DEL ALUMNO	APRE. 40%	DEPA. 60%	CALIFICACION
1	12B05-1606	*********************************	10.00	4.58	6.74
2	12B05-1612	*********************************	10.00	2.50	5.50
3	11B17-0155	*********************************	9.00	3.33	5.59
4	12B05-1617	*********************************	9.00	4.58	6.34
5	12B05-1662	*********************************	9.00	4.17	6.10
6	12B05-1666	*********************************	9.00	2.92	5.35
7	12B10-1132	*********************************	9.00	5.42	6.85
8	12B05-1691	*********************************	8.00	5.83	6.69
9	12B05-1705	*********************************	10.00	2.50	5.50
		PROMEDIOS:	**9.22**	**3.98**	**6.07**

Los nombres de los integrantes del grupo son ocultados por la privacidad de los alumnos, ya que todos son menores de edad.

APÉNDICE C. Calificaciones del semestre 2015B

Grupo 501

COBACAM

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

PLANTEL 05 - ATASTA
SISTEMA DE REGISTRO Y CONTROL ESCOLAR - 2015B

CALIFICACIONES DEL EXAMEN SEMESTRAL (40% + 60%)

Grupo: 501
Asignatura: 2101 - CALCULO DIFERENCIAL

No	MATRICULA	NOMBRE DEL ALUMNO	APRE. 40%	DEPA. 60%	CALIFICACION
1	13B05-1714	********************************	10.00	4.40	6.64
2	13B05-1740	********************************	10.00	5.60	7.36
3	12B05-1627	********************************	10.00	2.40	5.44
4	13B05-1752	********************************	10.00	5.20	7.12
5	13B05-1755	********************************	10.00	4.80	6.88
6	13B05-1757	********************************	10.00	4.40	6.64
7	13B05-1758	********************************	10.00	6.00	7.60
8	13B05-1766	********************************	9.00	4.80	6.48
9	13B05-1768	********************************	9.00	3.20	5.52
10	13B05-1769	********************************	10.00	4.80	6.88
11	13B05-1771	********************************	10.00	4.40	6.64
12	13B05-1775	********************************	10.00	5.60	7.36
13	13B05-1777	********************************	10.00	4.80	6.88
14	12B05-1663	********************************	10.00	5.20	7.12
15	13B05-1782	********************************	9.00	2.80	5.28
16	13B05-1791	********************************	10.00	4.40	6.64
17	13B05-1792	********************************	10.00	4.40	6.64
18	13B05-1797	********************************	10.00	6.40	7.84
19	13B05-1799	********************************	10.00	2.80	5.68
20	13B05-1806	********************************	10.00	2.40	5.44
21	13B05-1810	********************************	9.00	3.60	5.76
22	13B05-1817	********************************	10.00	4.40	6.64
23	13B05-1818	********************************	10.00	6.00	7.60
24	13B05-1823	********************************	10.00	5.60	7.36
25	13B05-1822	********************************	10.00	5.20	7.12
26	13B05-1824	********************************	10.00	2.80	5.68
27	13B05-1828	********************************	10.00	6.00	7.60
28	13B05-1830	********************************	10.00	4.40	6.64
		PROMEDIOS:	**9.86**	**4.53**	**6.66**

Los nombres de los integrantes del grupo son ocultados por la privacidad de los alumnos, ya que todos son menores de edad.

Grupo 502

COBACAM

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

PLANTEL 05 - ATASTA

SISTEMA DE REGISTRO Y CONTROL ESCOLAR - 2015B

CALIFICACIONES DEL EXAMEN SEMESTRAL (40% + 60%)

Grupo: 502

Asignatura: 2101 - CALCULO DIFERENCIAL

No	MATRICULA	NOMBRE DEL ALUMNO	APRE. 40%	DEPA. 60%	CALIFICACION
1	13B05-1718	*********************************	10.00	4.40	6.64
2	13B05-1729	*********************************	10.00	3.60	6.16
3	13B05-1731	*********************************	10.00	3.20	5.92
4	13B05-1732	*********************************	9.00	3.60	5.76
5	13B05-1739	*********************************	9.00	3.20	5.52
6	13B05-1741	*********************************	10.00	3.20	5.92
7	12B05-1625	*********************************	9.00	2.80	5.28
8	13B05-1745	*********************************	10.00	4.40	6.64
9	13B05-1747	*********************************	9.00	3.20	5.52
10	13B05-1764	*********************************	10.00	4.40	6.64
11	13B05-1770	*********************************	9.00	3.20	5.52
12	13B05-1776	*********************************	9.00	2.80	5.28
13	13B05-1779	*********************************	9.00	2.80	5.28
14	13B05-1789	*********************************	10.00	2.80	5.68
15	13B05-1793	*********************************	9.00	2.00	4.80
16	13B05-1794	*********************************	10.00	2.40	5.44
17	13B05-1802	*********************************	10.00	4.40	6.64
18	12B05-1680	*********************************	10.00	2.00	5.20
19	13B05-1805	*********************************	10.00	2.80	5.68
20	12B05-1686	*********************************	10.00	3.20	5.92
21	12B05-1688	*********************************	10.00	2.40	5.44
22	12B05-1689	*********************************	10.00	4.00	6.40
23	13B05-1825	*********************************	10.00	3.20	5.92
		PROMEDIOS:	**9.65**	**3.22**	**5.79**

Los nombres de los integrantes del grupo son ocultados por la privacidad de los alumnos, ya que todos son menores de edad.

Grupo 503

COBACAM

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

PLANTEL 05 - ATASTA
SISTEMA DE REGISTRO Y CONTROL ESCOLAR - 2015B

CALIFICACIONES DEL EXAMEN SEMESTRAL (40% + 60%)

Grupo: 503
Asignatura: 2101 - CALCULO DIFERENCIAL

No	MATRICULA	NOMBRE DEL ALUMNO	APRE. 40%	DEPA. 60%	CALIFICACION
1	13B05-1722	********************************	10.00	2.00	5.20
2	13B05-1724	********************************	10.00	3.20	5.92
3	12B05-1609	********************************	10.00	2.00	5.20
4	13B05-1730	********************************	10.00	2.00	5.20
5	13B05-1733	********************************	10.00	2.40	5.44
6	11B17-0155	********************************	10.00	4.00	6.40
7	13B05-1736	********************************	9.00	1.60	4.56
8	13B05-1737	********************************	9.00	2.80	5.28
9	13B05-1743	********************************	9.00	2.00	4.80
10	13B05-1765	********************************	10.00	1.20	4.72
11	12B05-1646	********************************	10.00	3.20	5.92
12	12B05-1662	********************************	10.00	3.20	5.92
13	12B05-1666	********************************	10.00	3.20	5.92
14	13B05-1796	********************************	10.00	4.40	6.64
15	13B05-1804	********************************	9.00	3.20	5.52
16	13B05-1808	********************************	9.00	3.60	5.76
17	13B05-1809	********************************	9.00	5.20	6.72
18	13B05-1813	********************************	10.00	3.20	5.92
19	13B05-1815	********************************	10.00	3.60	6.16
20	13B05-1816	********************************	10.00	2.40	5.44
21	13B05-1819	********************************	10.00	5.20	7.12
22	13B05-1821	********************************	10.00	3.20	5.92
23	13B05-1831	********************************	8.00	3.60	5.36
		PROMEDIOS:	**9.65**	**3.06**	**5.70**

Los nombres de los integrantes del grupo son ocultados por la privacidad de los alumnos, ya que todos son menores de edad.

APÉNDICE D. Calificaciones del semestre 2016B

Grupo 501

COBACAM

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

PLANTEL 05 - ATASTA
SISTEMA DE REGISTRO Y CONTROL ESCOLAR - 2016B

CALIFICACIONES DEL 2do. EXAMEN PARCIAL (60% + 40%)

Grupo: 501
Asignatura: 2101 - CALCULO DIFERENCIAL

No	MATRICULA	NOMBRE DEL ALUMNO	APRE. 60%	DEPA. 40%	CALIFICACION
1	13B05-1716	*********************************	10.00	7.20	8.9
2	14B05-1842	*********************************	8.00	5.60	7.0
3	13B05-1728	*********************************	10.00	7.60	9.0
4	14B05-1853	*********************************	10.00	6.80	8.7
5	14B05-1857	*********************************	10.00	8.00	9.2
6	14B05-1871	*********************************	8.00	7.20	7.7
7	14B05-1872	*********************************	10.00	6.80	8.7
8	13B05-1781	*********************************	9.00	6.80	8.1
9	14B05-1896	*********************************	8.00	4.80	6.7
10	14B05-1897	*********************************	9.00	6.00	7.8
11	14B05-1899	*********************************	9.00	5.60	7.6
12	14B05-1900	*********************************	9.00	6.80	8.1
13	14B05-1903	*********************************	9.00	2.40	6.4
14	14B05-1904	*********************************	10.00	7.20	8.9
15	13B05-1795	*********************************	8.00	5.60	7.0
16	14B05-1909	*********************************	9.00	5.20	7.5
17	14B05-1913	*********************************	9.00	5.60	7.6
18	14B05-1914	*********************************	10.00	5.60	8.2
19	14B05-1916	*********************************	9.00	5.20	7.5
20	14B05-1920	*********************************	6.00	5.20	5.7
21	14B05-1929	*********************************	10.00	6.40	8.6
22	14B05-1934	*********************************	8.00	6.00	7.2
23	14B05-1943	*********************************	9.00	5.60	7.6
24	14B05-1944	*********************************	9.00	7.60	8.4
		PROMEDIOS:	**9.00**	**6.12**	**7.84**

Grupo 502

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

COBACAM

PLANTEL 05 - ATASTA

SISTEMA DE REGISTRO Y CONTROL ESCOLAR - 2016B

CALIFICACIONES DEL 2do. EXAMEN PARCIAL (60% + 40%)

Grupo: 502

Asignatura: 2101 - CALCULO DIFERENCIAL

No	MATRICULA	NOMBRE DEL ALUMNO	APRE. 60%	DEPA. 40%	CALIFICACION
1	14B05-1840	********************************	8.00	6.40	7.4
2	16B05-2173	********************************	10.00	6.40	8.6
3	14B05-1845	********************************	9.00	6.40	8.0
4	14B05-1855	********************************	9.00	6.40	8.0
5	14B05-1859	********************************	9.00	6.80	8.1
6	14B05-1861	********************************	10.00	5.60	8.2
7	14B05-1877	********************************	10.00	4.80	7.9
8	13B05-1767	********************************	10.00	6.40	8.6
9	14B05-1889	********************************	9.00	5.60	7.6
10	14B05-1898	********************************	9.00	6.40	8.0
11	13B05-1786	********************************	9.00	6.00	7.8
12	13B05-1787	********************************	9.00	6.80	8.1
13	14B05-1907	********************************	9.00	5.20	7.5
14	14B05-1912	********************************	8.00	5.60	7.0
15	14B05-1928	********************************	9.00	6.00	7.8
		PROMEDIOS:	9.13	6.05	7.91

Los nombres de los integrantes del grupo son ocultados por la privacidad de los alumnos, ya que todos son menores de edad.

Grupo 503

COBACAM

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

PLANTEL 05 - ATASTA
SISTEMA DE REGISTRO Y CONTROL ESCOLAR - 2016B

CALIFICACIONES DEL 2do. EXAMEN PARCIAL (60% + 40%)

Grupo: 503
Asignatura: 2101 - CALCULO DIFERENCIAL

No	MATRICULA	NOMBRE DEL ALUMNO	APRE. 60%	DEPA. 40%	CALIFICACION
1	14B05-1835	********************************	6.00	7.20	6.5
2	14B05-1837	********************************	9.00	4.40	7.2
3	14B05-1847	********************************	10.00	7.60	9.0
4	14B05-1854	********************************	10.00	7.60	9.0
5	14B05-1858	********************************	8.00	4.00	6.4
6	14B05-1862	********************************	9.00	4.40	7.2
7	14B05-1864	********************************	9.00	4.40	7.2
8	14B05-1866	********************************	9.00	6.40	8.0
9	13B05-1750	********************************	8.00	5.20	6.9
10	14B05-1873	********************************	10.00	7.20	8.9
11	13B05-1756	********************************	8.00	4.80	6.7
12	13B05-1760	********************************	9.00	7.60	8.4
13	14B05-1882	********************************	10.00	7.60	9.0
14	14B05-1883	********************************	9.00	7.60	8.4
15	14B05-1885	********************************	5.00	0	W
16	14B05-1887	********************************	9.00	6.00	7.8
17	14B05-1890	********************************	10.00	7.60	9.0
18	14B05-1893	********************************	7.00	5.20	6.3
19	14B05-1902	********************************	10.00	6.80	8.7
20	14B05-1923	********************************	9.00	2.80	6.5
21	14B05-1925	********************************	6.00	5.60	5.8
22	14B05-1927	********************************	8.00	2.80	5.9
23	14B05-1940	********************************	6.00	2.80	5.0
24	14B05-1947	********************************	6.00	7.20	6.5
25	14B05-1948	********************************	10.00	7.60	9.0
26	14B05-1952	********************************	10.00	6.00	8.4
27	14B05-1953	********************************	6.00	7.60	6.6
		PROMEDIOS:	8.37	5.92	7.47

Los nombres de los integrantes del grupo son ocultados por la privacidad de los alumnos, ya que todos son menores de edad.

APÉNDICE E. Calificaciones del semestre 2017B

Grupo 501 - Experimental

COBACAM

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

PLANTEL 05 - ATASTA

SISTEMA DE REGISTRO Y CONTROL ESCOLAR - 2017B

CALIFICACIONES DEL 2do. EXAMEN PARCIAL (60% + 40%)

Grupo: 501

Asignatura: 2101 - CALCULO DIFERENCIAL

No	MATRICULA	NOMBRE DEL ALUMNO	APRE. 60%	DEPA. 40%	CALIFICACION
1	15B05-1961	********************************	8.00	9.58	8.6
2	15B05-1962	********************************	10.00	9.17	9.7
3	15B05-1965	********************************	9.00	8.33	8.7
4	17B05-2311	********************************	9.00	9.17	9.1
5	15B05-1967	********************************	9.00	9.58	9.2
6	15B05-1973	********************************	9.00	9.58	9.2
7	15B05-1974	********************************	9.00	8.75	8.9
8	15B05-1982	********************************	9.00	9.58	9.2
9	15B05-1985	********************************	10.00	9.17	9.7
10	15B05-1993	********************************	9.00	9.17	9.1
11	15B05-2003	********************************	9.00	9.58	9.2
12	15B05-2005	********************************	9.00	9.17	9.1
13	15B05-2006	********************************	9.00	9.17	9.1
14	15B05-2010	********************************	9.00	9.17	9.1
15	15B05-2012	********************************	8.00	9.58	8.6
16	15B05-2013	********************************	8.00	8.33	8.1
17	15B05-2017	********************************	7.00	9.58	8.0
18	15B05-2023	********************************	5.00	9.58	6.8
19	15B05-2043	********************************	10.00	9.58	9.8
20	14B05-1942	********************************	7.00	8.75	7.7
21	15B05-2045	********************************	7.00	9.17	7.9
		PROMEDIOS:	**8.52**	**9.23**	**8.80**

Los nombres de los integrantes del grupo son ocultados por la privacidad de los alumnos, ya que todos son menores de edad.

Grupo 502 - Control

COBACAM

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

PLANTEL 05 - ATASTA

SISTEMA DE REGISTRO Y CONTROL ESCOLAR - 2017B

CALIFICACIONES DEL 2do. EXAMEN PARCIAL (60% + 40%)

Grupo: 502

Asignatura: 2101 - CALCULO DIFERENCIAL

No	MATRICULA	NOMBRE DEL ALUMNO	APRE. 60%	DEPA. 40%	CALIFICACION
1	15B05-1957	********************************	7.00	2.50	5.2
2	15B05-1959	********************************	9.00	2.50	6.4
3	15B05-1960	********************************	10.00	3.33	7.3
4	15B05-1970	********************************	10.00	8.33	9.3
5	15B05-1966	********************************	7.00	7.92	7.4
6	15B05-1980	********************************	9.00	2.92	6.6
7	15B05-1986	********************************	9.00	7.92	8.6
8	15B05-1990	********************************	9.00	9.58	9.2
9	15B05-1996	********************************	10.00	9.17	9.7
10	15B05-2008	********************************	9.00	2.50	6.4
11	15B05-2014	********************************	10.00	9.17	9.7
12	15B05-2019	********************************	9.00	4.58	7.2
13	14B05-1917	********************************	5.00	1.25	5.0
14	14B05-1930	********************************	9.00	2.50	6.4
15	15B05-2039	********************************	7.00	5.83	6.5
16	15B05-2041	********************************	9.00	7.92	8.6
17	15B05-2042	********************************	9.00	7.50	8.4
18	14B05-1938	********************************	9.00	2.92	6.6
19	15B05-2048	********************************	10.00	8.75	9.5
20	15B05-2054	********************************	8.00	2.92	5.9
21	14B05-1954	********************************	6.00	8.33	6.9
		PROMEDIOS:	8.57	5.64	7.47

Los nombres de los integrantes del grupo son ocultados por la privacidad de los alumnos, ya que todos son menores de edad.

APÉNDICE F. Contenidos temáticos de Cálculo Diferencial por bloques

Parcial	Bloque	Temas
I	I	1. Evolución del cálculo. 2. Modelos matemáticos: un acercamiento a máximos y mínimos relativos.
	II	1. Los límites: su interpretación en una tabla, en una gráfica y su aplicación en funciones algebraicas. 2. Cálculo de límites de funciones: polinomiales, racionales y trascendentes. 3. Cálculo de límites infinitos y en el infinito.
II	III	1. La variación de un fenómeno a través del tiempo. 2. Razón de cambio promedio. 3. La derivada como razón de cambio instantáneo (rapidez de cambio). 4. Interpretación geométrica de la derivada. 5. La velocidad, la rapidez y la aceleración de un móvil a través del tiempo. 6. Reglas de derivación de funciones algebraicas y trascendentes.
	IV	1. Derivación implícita. 2. Ecuación de la recta tangente y la recta normal. 3. Longitud de la subtangente y la subnormal. 4. Derivadas de orden superior. 5. Intervalos crecientes y decrecientes. 6. Intervalos de concavidad y puntos de inflexión. 7. Calculo de valores máximos y mínimos relativos (Criterio de la primera derivada). 8. Calculo de valores máximos y mínimos relativos (Criterio de la segunda derivada).

		9. Problemas prácticos de máximos y mínimos en las áreas de ciencias: naturales, económico-administrativas, sociales y matemáticas.

Nota: Secuencia Didáctica de Cálculo Diferencial

APÉNDICE G. Plan de trabajo de la propuesta didáctica

Actividad	Fecha	Objetivo de aprendizaje
Evaluación diagnostica • El docente aplica y evalúa. • El alumno resuelve.	03-noviembre	Conocer los conocimientos previos del alumno
Tema: Derivación implícita. • El docente explica el tema. • El alumno toma notas. • El docente resuelve ejemplos. • El alumno resuelve ejercicios.	08-noviembre	Explicar el proceso para resolver derivadas implícitas
Tema: Ecuación de recta tangente y la recta normal. • El docente explica el tema y utiliza GeoGebra para mostrar el comportamiento de la derivada. • El alumno toma notas • El docente resuelve ejemplos. • El alumno resuelve ejercicios.	09-noviembre	Explicar el proceso para encontrar la recta tangente y la recta normal.
Tema: Longitud de la subtangente y la subnormal. • El docente explica el tema. • El alumno toma notas • El docente resuelve ejemplos. • El alumno resuelve ejercicios.	09-noviembre	Explicar el proceso para encontrar la longitud de la subtangente y la subnormal.
Tema: Derivadas de orden superior. • El docente explica el tema y utiliza GeoGebra para graficar las diversas derivadas que tiene una función.	10-noviembre	Explicar para calcular derivadas de orden superior.

• El alumno toma notas • El docente resuelve ejemplos. • El alumno resuelve ejercicios.		
Tema: Intervalos crecientes y decrecientes. • El docente explica el tema y utiliza GeoGebra para graficar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función (hace uso de deslizadores). • El alumno observa y toma notas • El docente resuelve ejemplos. • El alumno resuelve ejercicios.	15 y 16-noviembre	Explicar y analizar el proceso para ubicar y encontrar los intervalos donde crece y decrece una función, aplicando el concepto de derivada.
Tema: Intervalos de concavidad y puntos de inflexión. • El docente explica el tema y utiliza GeoGebra para graficar los intervalos del sentido de concavidad y los puntos de inflexión de una función (hace uso de deslizadores). • El alumno observa y toma notas • El docente resuelve ejemplos. • El alumno resuelve ejercicios.	17 y 22-noviembre	Explicar y analizar el proceso para ubicar y encontrar los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión, aplicando el concepto de derivada.
Tema: Calculo de máximos y mínimos (criterio de la primera derivada). • El docente explica el tema y utiliza GeoGebra para graficar los puntos máximos y mínimos relativos (hace uso de deslizadores). • El alumno observa y toma notas • El docente resuelve ejemplos.	23 y 24-noviembre	Explicar y analizar el proceso para ubicar y encontrar los puntos máximos y mínimos relativos, aplica el criterio de la primera derivada.

• El alumno resuelve ejercicios.		
Tema: Calculo de máximos y mínimos (criterio de la segunda derivada). • El docente explica el tema y utiliza GeoGebra para graficar los puntos máximos y mínimos relativos (hace uso de deslizadores). • El alumno observa y toma notas • El docente resuelve ejemplos. • El alumno resuelve ejercicios.	29 y 30-noviembre	Explicar y analizar el proceso para ubicar y encontrar los puntos máximos y mínimos relativos, aplica el criterio de la segunda derivada.
Actividad 1 entregable. Análisis grafico de funciones. • El alumno realiza análisis de funciones. • El docente retroalimenta.	30-noviembre	Conocer el nivel de conocimiento sobre el análisis de funciones.
Tema: Problemas de aplicación de máximos y mínimos. • El docente resuelve problemas optimización de áreas y volumen y los relaciona con máximos y mínimos relativos. • El alumno observa y toma notas • El docente resuelve ejemplos. • El alumno resuelve ejercicios.	01 y 06-diciembre	Aplicar los máximos y mínimos relativos para la optimización de áreas y volúmenes.
Actividad 2 entregable. Solución de problemas de aplicación de máximos y mínimos relativos. • El alumno resuelve problemas. • El docente retroalimenta.	08-diciembre	Evaluar la comprensión y el análisis de problemas de aplicación de máximos y mínimos relativos.

Evaluación final	8 de diciembre de 2018	Conocer el nivel de conocimiento alcanzado por el alumno.

Nota: Elaborado en base a la secuencia didáctica del Bloque IV

APÉNDICE H. Elementos que integran la propuesta didáctica

Herramienta	Objetivo	Papel del estudiante y/o del profesor
Herramientas tecnológicas: • Proyector • Computadora • Calculadora	Usar las herramientas tecnológicas para la enseñanza de los máximos y mínimos relativos.	• El docente utilizará las herramientas para la enseñanza de los máximos y mínimos relativos.
Software: • GeoGebra	Usar GeoGebra para presentar las gráficas de las funciones analizadas.	• El docente utilizará GeoGebra para graficar las funciones analizadas. • El alumno realizará prácticas de gráficas de funciones en GeoGebra.
Elementos creados con GeoGebra	Elementos interactivos para explicar el análisis de funciones.	• El docente realizará elementos interactivos para enseñar el análisis de funciones.
Actividad 5: Análisis grafico de funciones.	Practicar problemas sobre el análisis grafico de funciones.	• El alumno resolverá problemas del análisis grafico de funciones. • El docente retroalimentará al alumno sobre el análisis gráfico de funciones.
Actividad 6: Solución de problemas de aplicación de máximos y mínimos relativos.	Razonar y resolver problemas de aplicación de máximos y mínimos relativos.	• El alumno razonará, relacionará y resolverá problemas del análisis gráfico de funciones.

		• El docente retroalimentará al alumno la solución de problemas de aplicación.
Evaluación final	Evaluar el rendimiento académico de los alumnos del quinto semestre en el segundo parcial.	• El alumno resolverá la evaluación planteada por el docente. • El docente retroalimentará al alumno.

Nota: Fuente Secuencia didáctica del Bloque IV

APÉNDICE I. Instrumento de medición (Preprueba)

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

COBACAM

PLANTEL 05 ATASTA

SEDUC

Asignatura: _Cálculo Diferencial_ **Docente**: _Ing. José Guadalupe Jiménez García_

Nombre del Alumno: ____ **Matrícula**: ___________

Semestre: _Quinto____________ **Grupo**: _____________

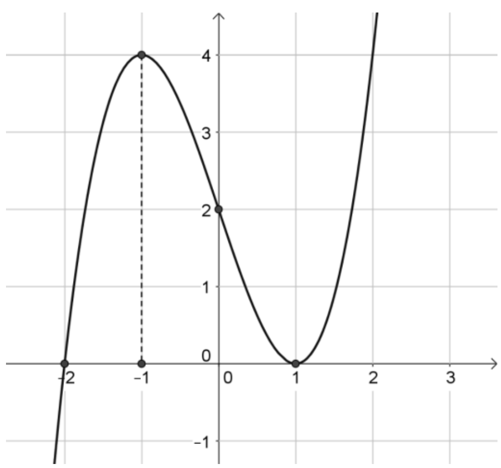
Instrucciones:

Lee correctamente cada una de las cuestiones planteadas y subraya la respuesta correcta, en caso de hacer operaciones, realízalas en los espacios disponibles.

1. Una función es ______ cuando su derivada es positiva, y es ______ cuando su derivada es negativa.

   a) decreciente, creciente
   b) máxima, mínima
   c) creciente, decreciente
   d) mínima, máxima

2. Observa la siguiente gráfica y ubica los intervalos donde la función es **creciente**.



   a) Creciente: $x < -1$
   Creciente: $x > 1$

   b) Creciente: $x > -1$
   Creciente: $x < 1$

   c) Creciente: $x > 1$
   Creciente: $x < 1$

   d) Creciente: $x < -1$
   Creciente: $x > -1$

3. La condición para que una función sea cóncava hacia arriba es _______, mientras que para que sea una función sea cóncava hacia abajo es ________.

   a) $f''(x) \leq 0$, $f''(x) \geq 0$
   b) $f''(x) < 0$, $f''(x) > 0$
   c) $f''(x) > 0$, $f''(x) < 0$
   d) $f''(x) \geq 0$, $f''(x) \leq 0$

4. Encuentra los intervalos donde la función $f(x) = x^2 - 4x - 1$ es **decreciente**.

a) Decreciente: $x > 1$

b) Decreciente: $x < 2$

c) Decreciente: $x > 2$

d) Decreciente: $x < 1$

5. Un ___________ en una curva es el que separa los arcos que tienen concavidad con sentidos opuestos, la condición de su existencia es $f''(x) = 0$.

a) punto máximo

b) punto de inflexión

c) punto mínimo

d) punto de concavidad

6. Según el criterio de la segunda derivada, qué condición debe cumplirse para que exista un valor máximo en una función.

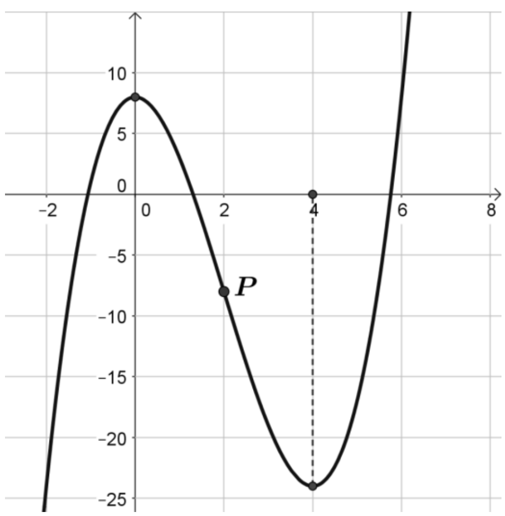
a) $f(x)$ es un máximo si $f''(x) = 0$ y $f''(x)$ es positiva

b) $f(x)$ es un máximo si $f'(x) = 0$ y $f''(x)$ es negativa

c) $f(x)$ es un máximo si $f'(x) = 0$ y $f''(x)$ es positiva

d) $f(x)$ es un máximo si $f''(x) = 0$ y $f''(x)$ es negativa

7. El punto $P(2, -8)$ representa el punto de inflexión de la función representada por la siguiente gráfica. De acuerdo con lo anterior, ¿cuál sería el intervalo donde la función es **cóncava hacia abajo**?



a) Cóncava hacia abajo: $x < 2$

b) Cóncava hacia abajo: $x > 2$

c) Cóncava hacia abajo: $x > 4$

d) Cóncava hacia abajo: $x < 4$

8. Calcula la derivada de la siguiente función implícita $x + 2y = 0$.

a) $\frac{dy}{dx} = \frac{5}{2}$

b) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{5}$

d) $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2}$

9. Calcula la segunda derivada de la función $f(x) = 2x^5 - 3x^2 + 6x$.

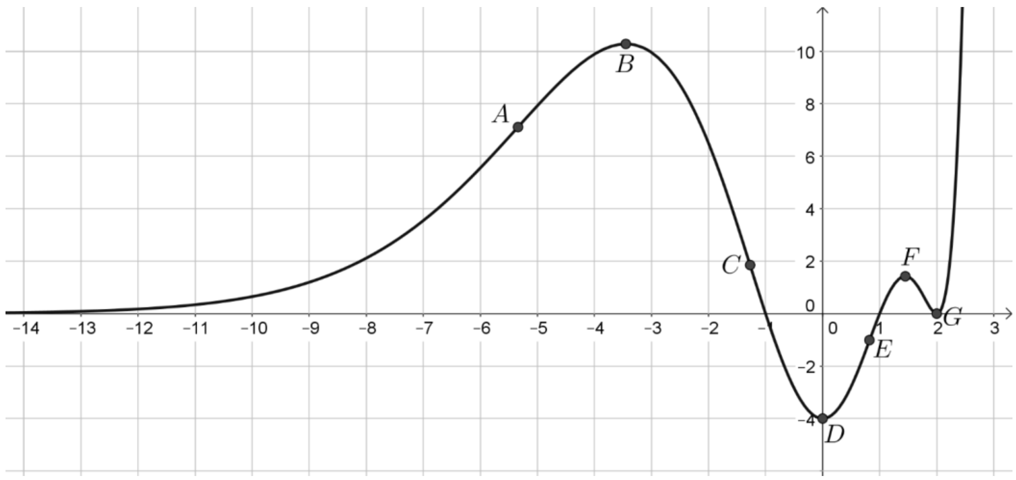
a) $y'' = 24x^3 - 6$

b) $y'' = 120x^2$

c) $y'' = 40x^3 - 6$

d) $y'' = 100x^4 - 6x + 6$

10. Observa la siguiente gráfica y ubica los puntos máximos y mínimos y los puntos de inflexión de la función.



a) Máximos: BF
Mínimos: DG
Puntos de inflexión: ACE

b) Máximos: ACF
Mínimos: DG,
Puntos de inflexión: BE

c) Máximos: DG
Mínimos: BF
Puntos de inflexión: ACE

d) Máximos: ACE
Mínimos: DG
Puntos de inflexión: BF

11. Determina la ecuación de la recta tangente a la curva $x^2 + 2y^2 = 18$ en el punto de coordenada $(4,1)$. Recuerda la ecuación que la fórmula:

- **Tangente** es: $y - y_1 = m(x - x_1)$

a) Tangente: $2x - y - 9 = 0$

b) Tangente: $2x + y + 9 = 0$

c) Tangente: $2x - y + 9 = 0$

d) Tangente: $2x + y - 9 = 0$

12. Del **ejercicio 11**, encuentra la longitud de la subtangente. Recuerda la longitud de:

- **Subtangente**: $\frac{y_1}{m}$

a) Subtangente: $-\frac{1}{2}$

b) Subtangente: $\frac{1}{2}$

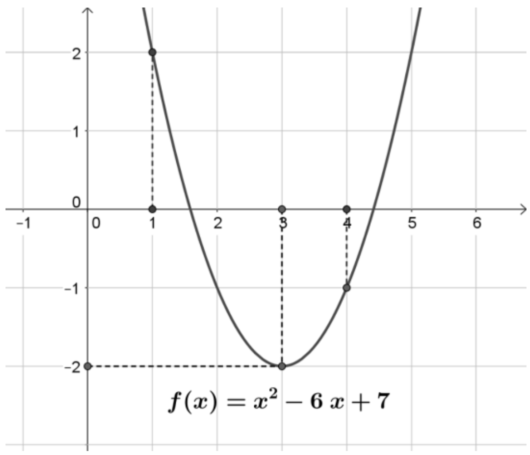
c) Subtangente: 2

d) Subtangente: -2

13. Calcula los puntos máximos y mínimos relativos de la función $f(x) = x^2 - 2x + 5$

a) Máximo en $(1{,}4)$
b) Mínimo en $(1, -4)$
c) Mínimo en $(1, 4)$
d) Máximo en $(1 - 4)$

14. Sea f la gráfica siguiente obtenga visualmente el valor mínimo relativo de la función en el intervalo $(1{,}4)$.

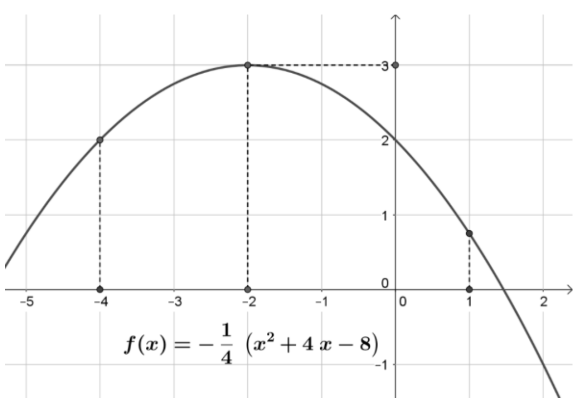


a) Valor mínimo relativo = 3
b) Valor mínimo relativo = -2
c) Valor mínimo relativo = 4
d) f no tiene valor mínimo relativo

15. Calcula en qué intervalos la función $y = 2x^3 - 6x^2 + 3$ es cóncava hacia arriba o cóncava hacia abajo.

a) Cóncava hacia abajo: $x < -1$
Cóncava hacia arriba: $x > -1$
b) Cóncava hacia abajo: $x > 1$
Cóncava hacia arriba: $x < -1$
c) Cóncava hacia abajo: $x < 1$
Cóncava hacia arriba: $x > 1$
d) Cóncava hacia abajo: $x < -1$
Cóncava hacia arriba: $x > 1$

16. Sea f la gráfica siguiente obtenga visualmente el valor máximo relativo de la función en el intervalo $(-4{,}1)$.



a) Valor máximo relativo = -2
b) Valor máximo relativo = 3
c) Valor máximo relativo = -4
d) f no tiene valor máximo relativo

17. Para el **ejercicio 15**, calcula los puntos de inflexión de la función $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 3$

    a) Tiene un punto de inflexión en $(-1,1)$
    b) Tiene punto de inflexión en $(1,-1)$
    c) Tiene punto de inflexión en $(1,1)$
    d) No tiene punto de inflexión

18. Una maquiladora puede vender 1000 aparatos por mes a $5.00 cada uno; si acepta bajar el precio unitario en dos centavos podrá vender 10 piezas más. Calcula cuantas piezas debe de vender para obtener el ingreso máximo y cuál será dicho ingreso. Toma en cuenta lo siguiente:

    - Número de unidades por vender: $C(x) = 1000 + x$
    - Precio por cada unidad: $p(x) = 5 - 0.002x$
    - El ingreso $I = C(x) \cdot p(x)$

    a) Número de piezas: 1750
    Ingreso máximo: $6,125.00

    b) Número de piezas: 1850
    Ingreso máximo: $6,125.00

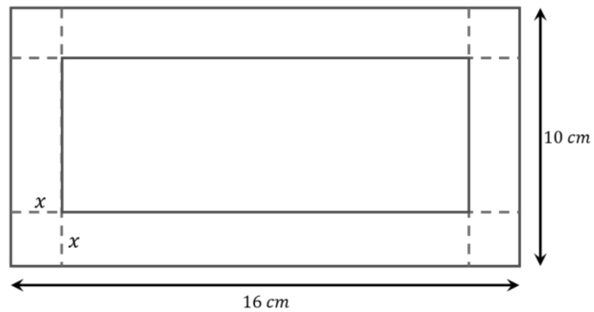
    c) Número de piezas: 1750
    Ingreso máximo: $6,750.00

    d) Número de piezas: 1850
    Ingreso máximo: $6,750.00

19. En una imprenta se decide que un volante debe incluir 24 cm cuadrados de textos e imágenes; los márgenes superior e inferior deben tener 1.5 centímetros de ancho y los laterales un centímetro. Calcula las dimensiones mínimas de la hoja de cada impreso.

    a) Largo: 9 cm, Ancho: 6 cm
    b) Largo: 8 cm, Ancho: 5 cm
    c) Largo: 9 cm, Ancho: 5 cm
    d) Largo: 8 cm, Ancho: 6 cm

20. Se requiere construir una caja rectangular sin tapa utilizando una lámina de plata de 16 cm por 10 cm. Calcula la altura de la caja para que tenga el mayor volumen posible con el material disponible.



a) La altura: 2cm, el largo: 8cm, la anchura: 8cm y el volumen máximo: 128 cm^2

b) La altura: 4cm, el largo: 6cm, la anchura: 6cm y el volumen máximo: 144cm^2

c) La altura: 2cm, el largo: 12cm, la anchura: 6cm y el volumen máximo: 144cm^2

d) La altura: 4cm, el largo: 8cm, la anchura: 6cm y el volumen máximo: 192cm^2

APÉNDICE J. Instrumento de medición (Posprueba)

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

PLANTEL 05 ATASTA

Asignatura: _Cálculo Diferencial_ **Docente**: _Ing. José Guadalupe Jiménez García_

Nombre del Alumno: ____ **Matrícula**: ___________

Semestre: _Quinto____________ **Grupo**: _____________

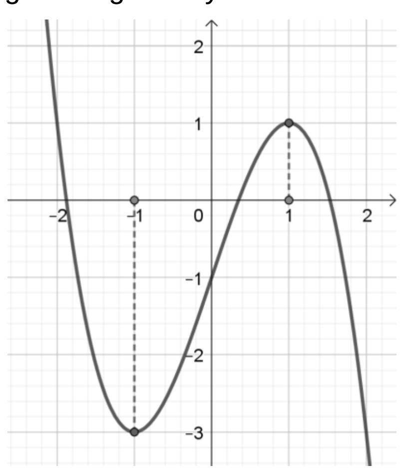
Instrucciones:

Lee correctamente cada una de las cuestiones planteadas y subraya la respuesta correcta, en caso de hacer operaciones, realízalas en los espacios disponibles.

1. Una función es ______ cuando su derivada es positiva, y es ______ cuando su derivada es negativa.

   a) decreciente, creciente
   b) máxima, mínima
   c) creciente, decreciente
   d) mínima, máxima

2. Observa la siguiente gráfica y ubica los intervalos donde la función es **creciente**.



   a) Creciente: $-1 < x < 1$
   b) Creciente: $x < -1$
   c) Creciente: $x > 1$
   d) Creciente: $x < -1$
      Creciente: $x > 1$

3. La condición para que una función sea cóncava hacia arriba es _______, mientras que para que sea una función sea cóncava hacia abajo es ________.

   a) $f''(x) \leq 0$, $f''(x) \geq 0$
   b) $f''(x) < 0$, $f''(x) > 0$
   c) $f''(x) > 0$, $f''(x) < 0$
   d) $f''(x) \geq 0$, $f''(x) \leq 0$

4. Encuentra los intervalos donde la función $f(x) = x^2 + 2x - 3$ es **decreciente**.

a) Decreciente: $x > -1$
b) Decreciente: $x < -1$
c) Decreciente: $x > -3$
d) Decreciente: $x < -3$

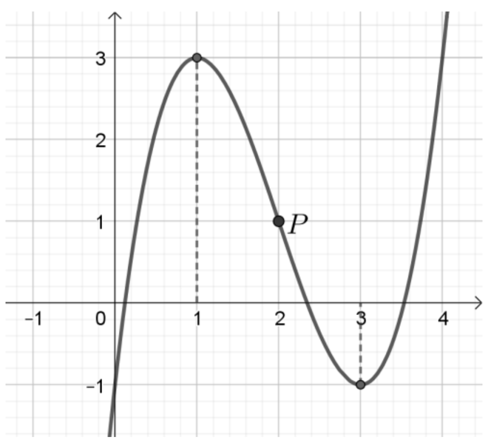
5. Un ___________ en una curva es el que separa los arcos que tienen concavidad con **sentidos opuestos**, la condición de su existencia es $f''(x) = 0$.

a) punto máximo
b) punto de inflexión
c) punto mínimo
d) punto de concavidad

6. Según el **criterio de la segunda derivada**, qué condición debe cumplirse para que exista un valor máximo en una función.

a) $f(x)$ es un máximo si $f''(x) = 0$ y $f''(x)$ es positiva
b) $f(x)$ es un máximo si $f'(x) = 0$ y $f''(x)$ es negativa
c) $f(x)$ es un máximo si $f'(x) = 0$ y $f''(x)$ es positiva
d) $f(x)$ es un máximo si $f''(x) = 0$ y $f''(x)$ es negativa

7. El punto $P(2,1)$ representa el **punto de inflexión** de la función representada por la siguiente gráfica. De acuerdo con lo anterior, ¿cuál sería el intervalo donde la función es **cóncava hacia arriba**?



a) Cóncava hacia arriba: $x < 2$
b) Cóncava hacia arriba: $x > 2$
c) Cóncava hacia arriba: $x > 3$
d) Cóncava hacia arriba: $x < 1$

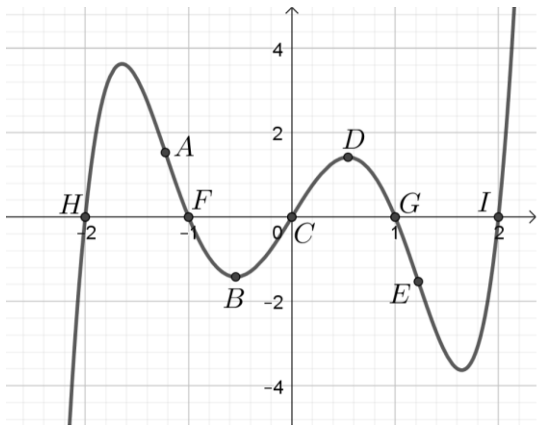
8. Calcula la derivada de la siguiente **función implícita** $x^2 + y^2 = 7$.

a) $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$
b) $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{2y}$
c) $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{2y}$
d) $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$

9. Calcula la **segunda derivada** de la función $f(x) = 2x^5 - 3x^2 + 3x$.

a) $y'' = 10x^3 - 6x$
b) $y'' = 40x^3 - 6$
c) $y'' = 120x^3 - 6$
d) $y'' = 120x^3$

10. Observa la siguiente gráfica y ubica los puntos máximos y mínimos y los puntos de inflexión de la función.



a) Máximos: D
Mínimos: B
Puntos de inflexión: ACE

b) Máximos: B
Mínimos: D
Puntos de inflexión: ACE

c) Máximos: AD
Mínimos: BE,
Puntos de inflexión: HFCGI

d) Máximos: BE
Mínimos: AD
Puntos de inflexión: HFCGI

11. Determina la **ecuación de la recta tangente** a la curva $y = x^3 - 2x^2 + 4$ en el punto de coordenada $(2,4)$. Recuerda la ecuación que la fórmula:

- **Tangente** es: $y - y_1 = m(x - x_1)$

a) Tangente: $4x + y + 4 = 0$
b) Tangente: $x + 4y - 1 = 0$
c) Tangente: $x - 4y + 1 = 0$
d) Tangente: $4x - y - 4 = 0$

12. Del **ejercicio 11**, encuentra la **longitud de la subtangente**. Recuerda la longitud de:

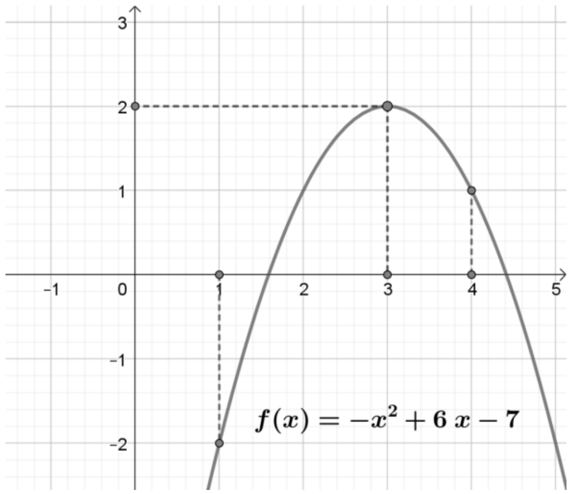
- **Subtangente**: $LST = \frac{y_1}{m}$

a) Subtangente: 4
b) Subtangente: -1
c) Subtangente: 1
d) Subtangente: -4

13. Calcula los **puntos máximos y mínimos relativos** de la función $f(x) = x^2 + 2x - 3$

a) Máximo en $(1,4)$
b) Máximo en $(-1,-4)$
c) Mínimo en $(1,4)$
d) Mínimo en $(-1,-4)$

14. Sea f la gráfica siguiente obtenga visualmente el **valor máximo relativo** de la función en el intervalo $(1,4)$.



a) Valor máximo relativo = 3

b) Valor máximo relativo = 2

c) Valor máximo relativo = 4

d) f no tiene valor máximo relativo

15. Calcula en qué intervalos la función $y = x^3 - 9x^2 + 24x + 7$ es **cóncava hacia arriba** o **cóncava hacia abajo**.

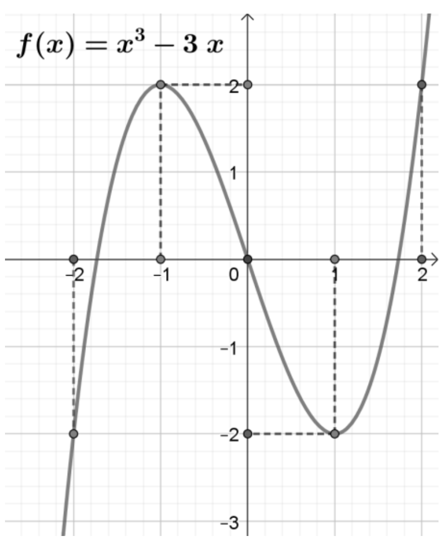
a) Cóncava hacia abajo: $x < 3$
Cóncava hacia arriba: $x > 3$

b) Cóncava hacia abajo: $x > -3$
Cóncava hacia arriba: $x < 3$

c) Cóncava hacia abajo: $x > 3$
Cóncava hacia arriba: $x < 3$

d) Cóncava hacia abajo: $x < -3$
Cóncava hacia arriba: $x > 3$

16. Sea f la gráfica siguiente obtenga visualmente el **valores máximos** y **mínimos relativos** de la función en el intervalo $(-2,2)$.



a) Valor máximo relativo = -1
Valor mínimo relativo = 1

b) Valor máximo relativo = -2
Valor mínimo relativo = 2

c) Valor máximo relativo = 2
Valor mínimo relativo = -2

d) Valor máximo relativo = 1
Valor mínimo relativo = -1

17. Calcula los **puntos de inflexión** de la función $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + 7$.
    a) Tiene un punto de inflexión en $(-3,25)$
    b) Tiene un punto de inflexión en $(3,25)$
    c) Tiene un punto de inflexión en $(3,-25)$
    d) No tiene punto de inflexión

18. Una maquiladora puede vender 1000 aparatos por mes a $5.00 cada uno; si acepta bajar el precio unitario en dos centavos podrá vender 10 piezas más. Calcula cuantas piezas debe de vender para obtener el ingreso máximo y cuál será dicho ingreso. Toma en cuenta lo siguiente:
    - Número de unidades por vender: $C(x) = 1000 + x$
    - Precio por cada unidad: $p(x) = 5 - 0.002x$
    - El ingreso $I = C(x) \cdot p(x)$

    a) Número de piezas: 1750
    Ingreso máximo: $6,125.00

    b) Número de piezas: 1850
    Ingreso máximo: $6,125.00

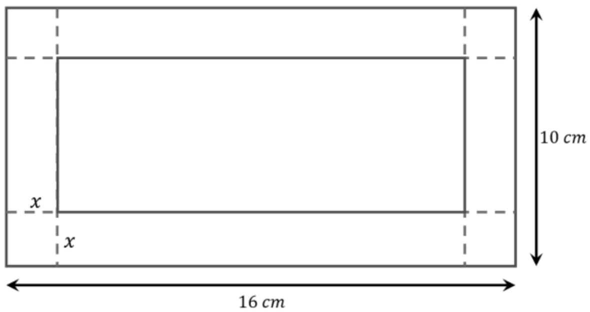
    c) Número de piezas: 1750
    Ingreso máximo: $6,750.00

    d) Número de piezas: 1850
    Ingreso máximo: $6,750.00

19. En una imprenta se decide que un volante debe incluir 24 cm cuadrados de textos e imágenes; los márgenes superior e inferior deben tener 1.5 centímetros de ancho y los laterales un centímetro. Calcula las dimensiones mínimas de la hoja de cada impreso.

    a) Largo: 9 cm, Ancho: 6 cm
    b) Largo: 8 cm, Ancho: 5 cm
    c) Largo: 9 cm, Ancho: 5 cm
    d) Largo: 8 cm, Ancho: 6 cm

20. Se requiere construir una caja rectangular sin tapa utilizando una lámina de plata de 16 cm por 10 cm. Calcula la altura de la caja para que tenga el mayor volumen posible con el material disponible.



a) La altura: 2cm, el largo: 8cm, la anchura: 8cm y el volumen máximo: 128 cm^2

b) La altura: 4cm, el largo: 6cm, la anchura: 6cm y el volumen máximo: 144cm^2

c) La altura: 2cm, el largo: 12cm, la anchura: 6cm y el volumen máximo: 144cm^2

d) La altura: 4cm, el largo: 8cm, la anchura: 6cm y el volumen máximo: 192cm^2

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

COBACAM

PLANTEL 05 ATASTA

SEDUC

FORMULARIO DE CÁLCULO DIFERENCIAL

CICLO 2017-B

Segundo Parcial

RAZÓN DE CAMBIO

PROMEDIO

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

INSTANTANEO

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

DERIVADA

$$\left[m, \tan\theta, f'(x), D_x y, \frac{dy}{dx}, y'\right] = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

CONVENCION MATEMATICA

$$\frac{0}{x} = 0, \qquad \frac{x}{0} = \infty, \qquad \frac{0}{0} = indeterminado, \qquad \frac{\infty}{\infty} = indeterminado$$

CONSTANTES: a, b, c, d, k, m, n **FUNCIONES O VARIABLES:** s, t, u, v, w, y, z

FÓRMULAS DE DERIVACIÓN

ALGEBRAICAS

1	$\frac{d}{dx}(c) = 0$	2	$\frac{d}{dx}(x) = 1$
3	$\frac{d}{dx}(u + v + \ldots) = \frac{d}{dx}(u) + \frac{d}{dx}(v) + \cdots$	4	$\frac{d}{dx}(cu) = c\frac{d}{dx}(u)$
5	$\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{d}{dx}(v) + v\frac{d}{dx}(u)$	6	$\frac{d}{dx}(uvw) = uv\frac{d}{dx}(w) + uw\frac{d}{dx}(v) + vw\frac{d}{dx}(u)$
7	$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{c}\right) = \frac{1}{c} \cdot \frac{d}{dx}(u), \quad c \neq 0$	8	$\frac{d}{dx}\left(\frac{c}{u}\right) = c\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{u}\right) = -\frac{c}{u^2} \cdot \frac{d}{dx}(u), \quad u \neq 0$
9	$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{d}{dx}(u) - u\frac{d}{dx}(v)}{v^2}, \quad v \neq 0$	10	$\frac{d}{dx}(x^m) = mx^{m-1}$
11	$\frac{d}{dx}(u^m) = mu^{m-1}\frac{d}{dx}(u)$	12	$\frac{d}{dx}(\sqrt{u}) = \frac{\frac{d}{dx}(u)}{2\sqrt{u}}$

FUNCIONES TRASCENTES

TRIGONOMETRICAS DIRECTAS

13 $\frac{d}{dx}(\operatorname{sen} u) = \frac{d(u)}{dx}\cos u$	14 $\frac{d}{dx}(\cos u) = -\frac{d(u)}{dx}\operatorname{sen} u$
15 $\frac{d}{dx}(\tan u) = \frac{d(u)}{dx}\sec^2 u$	16 $\frac{d}{dx}(\cot u) = -\frac{d(u)}{dx}\csc^2 u$
17 $\frac{d}{dx}(\sec u) = \frac{d(u)}{dx}\sec u \tan u$	18 $\frac{d}{dx}(\csc u) = -\frac{d(u)}{dx}\csc u \cot u$

TRIGONOMETRICAS INVERSAS

19 $\frac{d}{dx}(\operatorname{arcsen} u) = \frac{\frac{d(u)}{dx}}{\sqrt{1-u^2}}$	20 $\frac{d}{dx}(\arccos u) = -\frac{\frac{d(u)}{dx}}{\sqrt{1-u^2}}$
21 $\frac{d}{dx}(\arctan u) = \frac{\frac{d(u)}{dx}}{1+u^2}$	22 $\frac{d}{dx}(\operatorname{arccot} u) = -\frac{\frac{d(u)}{dx}}{1+u^2}$
23 $\frac{d}{dx}(\operatorname{arcsec} u) = \frac{\frac{d(u)}{dx}}{u\sqrt{u^2-1}}$	24 $\frac{d}{dx}(\operatorname{arccsc} u) = -\frac{\frac{d(u)}{dx}}{u\sqrt{u^2-1}}$

LOGARITMICAS Y EXPONENCIALES

25 $\frac{d}{dx}(log_a u) = \frac{\frac{d(u)}{dx}}{u} log_a e$ $siempre\ que\ a > 0,\ a \neq 1$	26 $\frac{d}{dx}(\ln u) = \frac{\frac{d(u)}{dx}}{u}$
27 $\frac{d}{dx}(a^u) = \frac{d(u)}{dx}a^u \ln a$ $Siempre\ que\ a > 0$	28 $\frac{d}{dx}(e^u) = \frac{d(u)}{dx}e^u$

Ecuación de la tangente: $y - y_1 = m(x - x_1),\ \ m = f^{'}(x)$	**Ecuación de la normal:** $y - y_1 = -\frac{1}{m}(x - x_1),\ \ m = f^{'}(x)$
Longitud de la subtangente: $LST = \left\lvert\frac{y_1}{m}\right\rvert$	**Longitud de la subnormal:** $LSN = \lvert m \cdot y_1\rvert$

PRODUCTOS NOTABLES

1 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$	2 $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$
3 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$	4 $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
5 $(x+a)(a^2 - ax + a^2) = x^3 + a^3$	6 $(x-a)(x^2 + ax + a^2) = x^3 - a^3$

FACTORIZACION

Factor común: $ax^2 + bx = x(ax + b)$	**Agrupación de términos:** $ax + bx + ac + bc = (a+b)(x+c)$

En general es igual a los productos notables (al revés)

PROPIEDADES DE LOS EXPONENTES Y RADICALES					
1	$a^x a^y = a^{x+y}$	2	$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	3	$\frac{1}{a^x} = a^{-x}$
4	$(a^x)^y = a^{xy}$	5	$(ab)^x = a^x \cdot b^x$	6	$x^0 = 1$
7	$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$	8	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{(a)^m}$	9	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
10	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \quad b \neq 0$				

Simplificación	**Común denominador**	**Proporciones**
$\frac{a \pm b \pm c}{m} = \frac{a}{m} \pm \frac{b}{m} \pm \frac{c}{m}$ $\frac{abcxyz}{acmxyz} = \frac{b}{m}$	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow ad = cb$

APÉNDICE L. Instrumento Encuesta de satisfacción

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

PLANTEL 05 ATASTA

Encuesta de satisfacción de los estudiantes sobre el uso de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas.

Nombre: ____ Grupo: __________

A continuación, encontrará una lista de preguntas, por favor señale su opinión en cada una de ellas. Marque con una **X** la alternativa que más se acerca a lo que piensas. Tome en cuenta que las opciones son:

1. Nunca 2. Casi nunca 3. Algunas veces 4. Casi siempre 5. Siempre					
Preguntas	Opciones				
Conocimiento tecnológico antes del experimento	1	2	3	4	5
1. Utilizabas alguna tecnología como software o calculadora gráficadora para realizar las gráficas de funciones antes de este curso.					
2. Tus anteriores maestros de secundaria o preparatoria utilizaban algún software para presentar diversos temas matemáticos.					
3. Conocías o utilizabas el software GeoGebra para el análisis grafico de funciones.					
4. En tu opinión, crees que realizar gráficas en tu libreta te lleva mucho tiempo.					
5. En tu opinión, crees que el uso de la tecnología es importante en la enseñanza de las matemáticas.					

Conocimiento sobre GeoGebra después del experimento	1	2	3	4	5
6. Después de usar GeoGebra en clases consideras es un software sencillo de utilizar para el análisis de funciones.					
7. El dinamismo y la interactividad de GeoGebra despertó tu interés en el aprendizaje de las matemáticas.					
8. Piensas que GeoGebra permitió que tu maestro mejorará la presentación de un tema matemático, como por ejemplo funciones.					
9. Con que frecuencia utilizaste GeoGebra para resolver los ejercicios de máximos y mínimos relativos planteados por el docente.					
10. El uso de GeoGebra te permitió ahorrar tiempo en la resolución de problemas gráficos.					
11. Que tanto utilizaste la versión online de GeoGebra para el análisis grafico de funciones.					
12. Que tanto utilizaste la versión móvil de GeoGebra para el análisis grafico de funciones.					

13. La utilización GeoGebra te permitió obtener un mejor resultado en su examen departamental.					
14. GeoGebra permitió que mejorarás tu rendimiento académico en un tema de máximos y mínimos relativos.					
15. En tu opinión, los docentes deberían conocer diferentes recursos tecnológicos para impartir sus clases.					

Comentarios:

APÉNDICE M. Constancias de validación de instrumento

Universidad Autónoma del Carmen
Facultad de Ciencias Educativas
Maestría en Innovación y Prácticas Educativas
Programa en el PNPC – CONACYT No. Ref. 005238

Cd. Del Carmen, Camp, a 13 de octubre del 2017

Asunto: Validez de instrumento

A quien corresponda:

Haciendo uso de los conocimientos que me confiere la preparación profesional y la experiencia que poseo en el área de matemáticas, así como en el uso de tecnologías educativas de aprendizaje, procedí a analizar el instrumento el cual será aplicado a estudiantes del primer semestre en el ciclo febrero 2017 a junio 2017, en la investigación titulada **"Rendimiento académico en alumnos de bachillerato en la optimización de problemas con máximos y mínimos relativos ."** que realizará el C. José Guadalupe Jiménez García.

Después de analizar la estructura y presentación del instrumento, se determina que es **totalmente válido**, ya que los ítems que lo integran responden a la finalidad para lo que fueron diseñados y en conjunto, si son capaces de medir lo que se quiere.

ATENTAMENTE

M. E. M. CARLOS ENRIQUE RECIO URDANETA

Universidad Autónoma del Carmen
Facultad de Ciencias Educativas
Maestría en Innovación y Prácticas Educativas

ASUNTO: CONSTANCIA DE VALIDACIÓN

A QUIEN CORRESPONDA

P R E S E N T E

El que suscribe Maestro en Matemáticas Juan José Díaz Perera, hago constar que después de leer y analizar el instrumento de medición "Instrumento para medir e el rendimiento académico en alumnos de bachillerato en la optimización de problemas con máximos y mínimos relativos", se acredita la validez de contenido presentado por el Ing. José Guadalupe Jiménez García. Considerando que los aspectos contemplados en los ítems son los necesarios para responder al planteamiento del problema, a los objetivos del estudio y al diseño seleccionado para el trabajo de investigación planteado.

Por lo que el instrumento de medición es el indicado para recolectar los datos necesarios en la investigación "Influencia del software GeoGebra en el rendimiento académico en alumnos de bachillerato en la optimización de problemas con máximos y mínimos relativos".

Se expide la presente a petición de la parte interesada, en Cd. Del Carmen, Campeche a los trece días del mes de octubre de 2017.

Mtro. Juan José Díaz Perera

MATEMÁTICA EDUCATIVA
UNACAR

COBACAM

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

PLANTEL 05 “ATASTA”

CÁLCULO DIFERENCIAL

Segundo Parcial

Fecha de entrega: **9 de noviembre de 2017.**

Tema: **Derivación implícita**

Actividad 4.1: El alumno resolverá ejercicios de derivación implícita.

1 $6x^2y + 5y^3 + 3x^2 = 12 - x^2y^2$

2 $x^2 + y^2 = 16$

3 $x^3 + y^3 = 8xy$

4 $x^3 - y^5 + 3x^2 - 6y = 1$

5 $x^3y - xy^3 = 1$

6 $x^2y - xy^2 + y^2 = 7xy$

7 $x^2 + y^2 + 3x - 5y + 2 = 0$

8 $x^2 + 2xy + y^2 + y - x = 0$

9 $xy^2 - x^2 + y - 1 = 0$

10 $x^2 + xy = y^2$

Nota: Realizar todo el procedimiento de derivación.

RÚBRICA PARA EVALUAR

EJERCICIO PRÁCTICO

Nombre: ____ **Grupo:** ________

CRITERIOS		**Excelente** (10)	**Bueno** (9)	**Satisfactorio** (8)	**Deficiente** (7 o menos)
1	**Solución** 25%	Todos los ejercicios están resueltos correctamente.	Presenta dos ejercicios incorrectos como máximo.	Presenta un máximo de 3 ejercicios incorrectos.	Presenta más de 3 ejercicios incorrectos.
2	**Orden** 30%	Resuelve los ejercicios de acuerdo con el procedimiento planteando, lo hace en orden lo que permite que el procedimiento se entienda.	El trabajo presenta una o dos borraduras o enmendaduras, pero se entiende adecuada el procedimiento.	El trabajo presenta tres o cuatro borraduras o enmendaduras, presenta dificultad para entender el procedimiento por falta de orden.	El trabajo presenta más de cuatro borraduras o enmendaduras, presenta dificultad debido a la carencia de orden y desarrollo del procedimiento.
3	**Tarea completa** 30%	La tarea presenta todos los ejercicios resueltos.	La tarea le falta 1 ejercicio	La tarea le falta 2 ejercicios.	La tarea le falta más de dos ejercicios resueltos
4	**Puntualidad** 15%	El trabajo se entrega la hora y la fecha establecida.	El trabajo se entrega un día después de la fecha establecida.	El trabajo se entrega dos días después de la fecha establecida.	El trabajo se entrega con más de dos días de la fecha establecida.
Observaciones:					

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

PLANTEL 05 “ATASTA”

CÁLCULO DIFERENCIAL

Segundo Parcial

Fecha de entrega: **10 de noviembre de 2017.**

Tema: **Ecuación de la recta tangente y la recta normal, y longitud de la subtangente y la subnormal.**

Actividad 4.2: El alumno resolverá ejercicios de aplicación de la derivada para encontrar las rectas tangentes y la recta normal, así como las longitudes de la subtangente y la subnormal.

1. Hallar la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la curva $y = 3x^2 - 2x$ en el punto $A(-1,4)$. Calcular también el valor de la longitud de la subtangente y la subnormal.
2. Hallar la ecuación de la recta que es tangente a la curva $y = \sqrt{x}$ en el punto $A(1,4)$.
3. Determinar la longitud de la subtangente y la subnormal de la curva $y = x^3 - 2x^2 + 4$ en el punto $A(2,4)$.
4. Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva de a función $y = 2x^3 + 3x^2 - x - 1$ que pasa por el punto $P(1,3)$.
5. Obtener la longitud de la subtangente de la elipse $x^2 + 2y^2 = 18$ en la coordenada $A(4,1)$

Nota: Para cada uno de los ejercicios realizar la gráfica representativa del problema. Utilizar GeoGebra para realizar las gráficas.

RÚBRICA PARA EVALUAR

EJERCICIO PRÁCTICO

Nombre: ____ **Grupo:** ________

CRITERIOS		**Excelente** (10)	**Bueno** (9)	**Satisfactorio** (8)	**Deficiente** (7 o menos)
1	**Solución** 25%	Todos los ejercicios están resueltos correctamente.	Presenta dos ejercicios incorrectos como máximo.	Presenta un máximo de 3 ejercicios incorrectos.	Presenta más de 3 ejercicios incorrectos.
2	**Orden** 20%	Resuelve los ejercicios de acuerdo con el procedimiento planteando, lo hace en orden lo que permite que el procedimiento se entienda.	El trabajo presenta una o dos borraduras o enmendaduras, pero se entiende adecuada el procedimiento.	El trabajo presenta tres o cuatro borraduras o enmendaduras, presenta dificultad para entender el procedimiento por falta de orden.	El trabajo presenta más de cuatro borraduras o enmendaduras, presenta dificultad debido a la carencia de orden y desarrollo del procedimiento.
3	**Tarea completa** 20%	La tarea presenta todos los ejercicios resueltos.	La tarea le falta dos ejercicios.	La tarea le falta dos ejercicios.	La tarea le falta más de dos ejercicios resueltos
4	**Gráficas** 20%	La tarea presentada contiene la gráfica de cada uno de los problemas.	A la tarea presentada le falta la gráfica de un ejercicio.	A la tarea presentada le falta gráfica de dos ejercicios.	A la tarea presentada le falta la gráfica a más de dos ejercicios.
5	**Puntualidad** 15%	El trabajo se entrega la hora y la fecha establecida.	El trabajo se entrega un día después de la fecha establecida.	El trabajo se entrega dos días después de la fecha establecida.	El trabajo se entrega con más de dos días de la fecha establecida.
Observaciones:					

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

PLANTEL 05 “ATASTA”

CÁLCULO DIFERENCIAL

Segundo Parcial

Fecha de entrega: **15 de noviembre de 2017.**

Tema: **Derivadas de orden superior o de orden superior.**

Actividad 4.3: El alumno resolverá ejercicios de derivadas sucesivas o de orden superior.

1. Hallar la segunda derivada de la función $y = x^3 + 6x^2 - 5x + 2$.
2. Encontrar la tercera derivada de $f(x) = (3x - 5)^3$
3. Encontrar la tercera derivada de la función $y = ax^4 - bx^2$
4. Hallar la segunda derivada de $y = (x + 2)(x - 3)$
5. Hallar la segunda derivada de la función $y = (2x - 3)^4$
6. Hallar la tercera derivada de la función $y = \frac{1}{x}$
7. Hallar la segunda derivada de la función $f(x) = \operatorname{sen} 3x$
8. Encontrar la última derivada de $y = 3x^4 - 6x^2 + 9$
9. Hallar la tercera derivada de la función $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 12$
10. Encontrar la cuarta derivada de la función $y = -x^6 + 3x^2 + 4x - 1$

Nota: Para los ejercicios 1, 2, 9 y 10, realiza las gráficas de la función y sus derivadas. Utiliza GeoGebra para graficar.

RÚBRICA PARA EVALUAR

EJERCICIO PRÁCTICO

Nombre: ____ **Grupo:** ________

CRITERIOS		Excelente (10)	Bueno (9)	Satisfactorio (8)	Deficiente (7 o menos)
1	**Solución** 25%	Todos los ejercicios están resueltos correctamente.	Presenta dos ejercicios incorrectos como máximo.	Presenta un máximo de 3 ejercicios incorrectos.	Presenta más de 3 ejercicios incorrectos.
2	**Orden** 20%	Resuelve los ejercicios de acuerdo con el procedimiento planteando, lo hace en orden lo que permite que el procedimiento se entienda.	El trabajo presenta una o dos borraduras o enmendaduras, pero se entiende adecuada el procedimiento.	El trabajo presenta tres o cuatro borraduras o enmendaduras, presenta dificultad para entender el procedimiento por falta de orden.	El trabajo presenta más de cuatro borraduras o enmendaduras, presenta dificultad debido a la carencia de orden y desarrollo del procedimiento.
3	**Tarea completa** 20%	La tarea presenta todos los ejercicios resueltos.	A la tarea le falta un ejercicio.	A la tarea le falta dos ejercicios.	La tarea le falta más de dos ejercicios resueltos.
4	**Gráficas** 20%	La tarea presentada contiene la gráfica de cada uno de los problemas.	A la tarea presentada le falta la gráfica de un ejercicio.	A la tarea presentada le falta gráfica de dos ejercicios.	A la tarea presentada le falta la gráfica a más de dos ejercicios.
5	**Puntualidad** 15%	El trabajo se entrega la hora y la fecha establecida.	El trabajo se entrega un día después de la fecha establecida.	El trabajo se entrega dos días después de la fecha establecida.	El trabajo se entrega con más de dos días de la fecha establecida.
Observaciones:					

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

PLANTEL 05 "ATASTA"

CÁLCULO DIFERENCIAL

Segundo Parcial

Fecha de entrega: **22 de noviembre de 2017.**

Tema: **Funciones crecientes y decrecientes.**

Actividad 4.4: El alumno resolverá ejercicios para encontrar los intervalos donde las funciones son crecientes y decrecientes.

1. Determina los intervalos donde la función $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x + 8$ es creciente y decreciente.
2. Determina en que intervalos la función $y = x^3 + 5x^2 + 3x + 3$ es decreciente.
3. Determina el o los intervalos donde es creciente la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$.
4. Hallar los intervalos en que la función $f(x) = 5x + 2$ es creciente y decreciente.
5. Determina en que intervalos la función $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 8$ es creciente.
6. Hallar los intervalos en los cuales la función $y = x^2 + 2x - 3$ es creciente y decreciente.
7. Hallar los intervalos en los cuales la función $y = x^3 - 3x + 2$ es creciente y decreciente.
8. Determina en que intervalos la función $f(x) = 2x^3 - 6x + 5$ es creciente y decreciente.
9. Hallar los intervalos en los cuales la función $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 2$ es creciente y decreciente.
10. Hallar los intervalos en los cuales la función $y = -x^3 + 6x^2 + 15x + 4$ es creciente y decreciente.

Nota: Para cada uno de los ejercicios realiza la gráfica, utiliza GeoGebra para realizar el análisis de cada una de las funciones.

RÚBRICA PARA EVALUAR

EJERCICIO PRÁCTICO

Nombre: ____ **Grupo:** ________

CRITERIOS		Excelente (10)	Bueno (9)	Satisfactorio (8)	Deficiente (7 o menos)
1	**Solución** 25%	Todos los ejercicios están resueltos correctamente.	Presenta dos ejercicios incorrectos como máximo.	Presenta un máximo de 3 ejercicios incorrectos.	Presenta más de 3 ejercicios incorrectos.
2	**Orden** 20%	Resuelve los ejercicios de acuerdo con el procedimiento planteando, lo hace en orden lo que permite que el procedimiento se entienda.	El trabajo presenta una o dos borraduras o enmendaduras, pero se entiende adecuada el procedimiento.	El trabajo presenta tres o cuatro borraduras o enmendaduras, presenta dificultad para entender el procedimiento por falta de orden.	El trabajo presenta más de cuatro borraduras o enmendaduras, presenta dificultad debido a la carencia de orden y desarrollo del procedimiento.
3	**Tarea completa** 20%	La tarea presenta todos los ejercicios resueltos.	A la tarea le falta un ejercicio.	A la tarea le falta dos ejercicios.	A la tarea le falta más de dos ejercicios resueltos.
4	**Gráficas** 20%	La tarea presentada contiene la gráfica de cada uno de los problemas.	A la tarea presentada le falta la gráfica de un ejercicio.	A la tarea presentada le falta gráfica de dos ejercicios.	A la tarea presentada le falta la gráfica a más de dos ejercicios.
5	**Puntualidad** 15%	El trabajo se entrega la hora y la fecha establecida.	El trabajo se entrega un día después de la fecha establecida.	El trabajo se entrega dos días después de la fecha establecida.	El trabajo se entrega con más de dos días de la fecha establecida.
Observaciones:					

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

PLANTEL 05 “ATASTA”

CÁLCULO DIFERENCIAL

Segundo Parcial

Fecha de entrega: **30 de noviembre de 2017.**

Tema: **Sentido de concavidad, puntos de inflexión y puntos máximos y mínimos relativos de una función.**

Actividad 4.5: El alumno resolverá ejercicios para encontrar los intervalos donde una función es cóncava hacia arriba y cóncava hacia abajo, así como los puntos de inflexión y los máximos y mínimos relativos.

1 Hallar los valores máximos y mínimos de la función $y = x^3 - 9x^2 + 24x + 7$.

2 Hallar los puntos máximos y mínimos de la función $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 2$.

3 Encontrar los puntos máximos y mínimos de la función $y = x^3 - 12x + 7$.

4 Encontrar los puntos de inflexión de la función $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$.

5 Encontrar los puntos de inflexión de la función $f(x) = -4x^3 + 6x^2 + 24x$.

6 Aplicando las derivadas hallar los puntos de inflexión de la función $y = x^3 - 8$

7 Encontrar los puntos de inflexión de la función $f(x) = x^4 + 2x^3 - 7$.

8 Encontrar los valores máximos y mínimos de la función $f(x) = x^3 + x^2 - 5$.

9 Determinar en qué intervalo de valores de x la curva de la función $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 8$ es cóncava hacia arriba.

10 Del ejercicio 1, encontrar los intervalos donde la función es cóncava hacia abajo.

11 Del ejercicio 1, encontrar el punto de donde la curva de la función cambia de ser cóncava hacia abajo a ser cóncava hacia arriba.

12 Del ejercicio 2, encontrar el punto de inflexión de la función.

13 Del ejercicio 4, encontrar el sentido de concavidad de la curva de la función.

14 Del ejercicio 5, encontrar los puntos máximos y mínimos de la función.

15 Del ejercicio 8, encontrar los intervalos de valores de x donde la curva de la función cambia de ser cóncava hacia a cóncava hacia abajo.

Nota: Para cada uno de los ejercicios realiza la gráfica, utiliza GeoGebra para realizar el análisis de la de cada una de las funciones.

RÚBRICA PARA EVALUAR

EJERCICIO PRÁCTICO

Nombre: ____ **Grupo:** ________

CRITERIOS		Excelente (10)	Bueno (9)	Satisfactorio (8)	Deficiente (7 o menos)
1	**Solución** 25%	Todos los ejercicios están resueltos correctamente.	Presenta dos ejercicios incorrectos como máximo.	Presenta un máximo de 3 ejercicios incorrectos.	Presenta más de 3 ejercicios incorrectos.
2	**Orden** 20%	Resuelve los ejercicios de acuerdo con el procedimiento planteando, lo hace en orden lo que permite que el procedimiento se entienda.	El trabajo presenta una o dos borraduras o enmendaduras, pero se entiende adecuada el procedimiento.	El trabajo presenta tres o cuatro borraduras o enmendaduras, presenta dificultad para entender el procedimiento por falta de orden.	El trabajo presenta más de cuatro borraduras o enmendaduras, presenta dificultad debido a la carencia de orden y desarrollo del procedimiento.
3	**Tarea completa** 20%	La tarea presenta todos los ejercicios resueltos.	La tarea le falta un ejercicio.	La tarea le falta dos ejercicios.	La tarea le falta más de dos ejercicios resueltos.
4	**Gráficas** 20%	La tarea presentada contiene la gráfica de cada uno de los problemas.	A la tarea presentada le falta la gráfica de un ejercicio.	A la tarea presentada le falta gráfica de dos ejercicios.	A la tarea presentada le falta la gráfica a más de dos ejercicios.
5	**Puntualidad** 15%	El trabajo se entrega la hora y la fecha establecida.	El trabajo se entrega un día después de la fecha establecida.	El trabajo se entrega dos días después de la fecha establecida.	El trabajo se entrega con más de dos días de la fecha establecida.
Observaciones:					

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

PLANTEL 05 “ATASTA”

CÁLCULO DIFERENCIAL

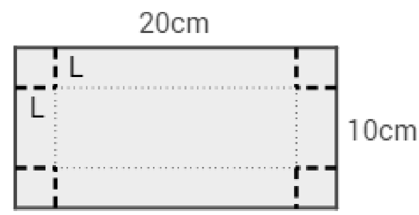
Segundo Parcial

Fecha de entrega: **8 de diciembre de 2017.**

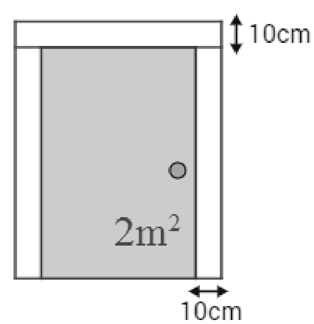
Tema: **Problemas de optimización con máximos y mínimos.**

Actividad 4.6: El alumno resolverá ejercicios para encontrar los intervalos donde una función es cóncava hacia arriba y cóncava hacia abajo, así como los puntos de inflexión y los máximos y mínimos relativos.

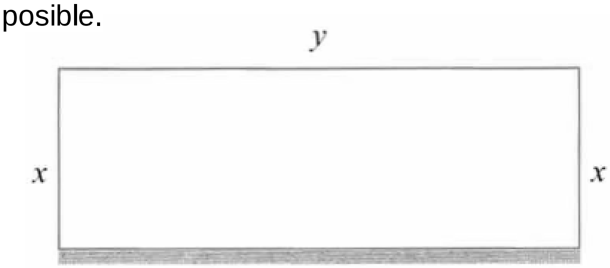
1 Se quiere construir una caja sin tapa a partir de una hoja de cartón de 20x10cm. Para ello, se corta un cuadrado de lado L en cada esquina y se dobla la hoja levantando los cuatro laterales de la caja. Determina las dimensiones de la caja para que su volumen sea máximo si el lado L debe medir entre 2 y 3cm $(2 \leq L \leq 3)$.



2 Una empresa de fabricación de puertas de madera utiliza un tablón rectangular para la hoja y tres listones de 10cm de ancho para el marco (lados laterales y lado superior). El precio del tablón es de \$128 por metro cuadrado y el de los listones es de \$87 por metro lineal. Calcula las dimensiones de una puerta de $2m^2$ de superficie de hoja para que el coste sea mínimo. ¿Cuál será su precio?



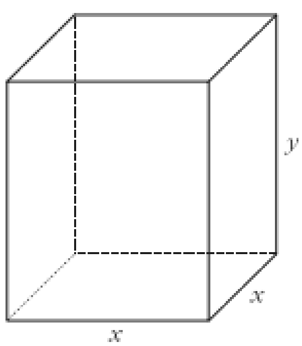
3 En el costado de un terreno se encuentra una barda de piedra y se disponen de 600 metros de malla de acero de la misma altura que la barda; se desea hacer un corral rectangular utilizando el muro de piedra como uno de sus costados. Calcula las dimensiones que debe tener el corral para encerrar la mayor área posible.



4 En una empresa manufacturera el costo total para producir x unidades diarias de un producto viene dado por la función $C(x) = \frac{1}{2}x^2 + 35x + 25$ Dls, y el precio de venta de cada unidad viene dado por la función $V = 50 - \frac{1}{2}x$ Dls. Calcule el número de unidades que deben ser vendidas diariamente para que la utilidad sea máxima.

Recuerda la utilidad u es igual al ingreso diario que se obtiene por la venta del total de unidades, menos el costo de producción de dichas unidades, es decir, $U = xV - C$.

5 Un depósito abierto de latón con base cuadrada y capacidad para 4000 litros, ¿qué dimensiones debe tener para que su fabricación sea lo más económica posible?



Nota: Cada uno de los ejercicios tienes que resolver de forma analítica, paso a paso. Además, debes realizar la gráfica, utiliza GeoGebra para realizar el análisis de la función que solución al problema, ubicando el punto máximo o mínimo que dé solución al problema.

RÚBRICA PARA EVALUAR

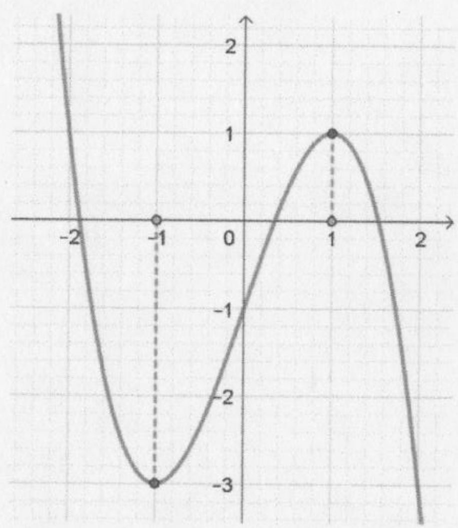
EJERCICIO PRÁCTICO

Nombre: ____ **Grupo:** ________

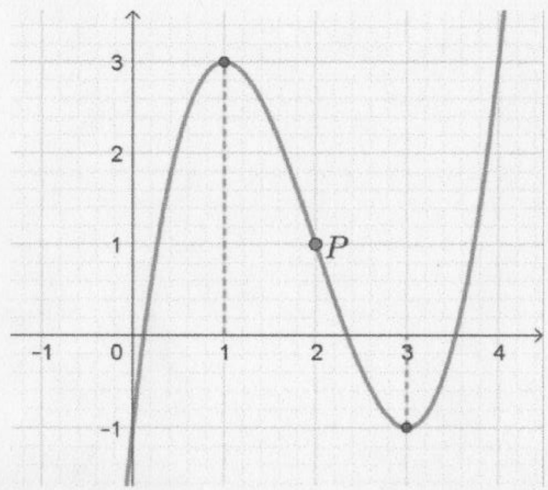
CRITERIOS		**Excelente** (10)	**Bueno** (9)	**Satisfactorio** (8)	**Deficiente** (7 o menos)
1	**Solución** 25%	Todos los ejercicios están resueltos correctamente.	Presenta dos ejercicios incorrectos como máximo.	Presenta un máximo de 3 ejercicios incorrectos.	Presenta más de 3 ejercicios incorrectos.
2	**Orden** 20%	Resuelve los ejercicios de acuerdo con el procedimiento planteando, lo hace en orden lo que permite que el procedimiento se entienda.	El trabajo presenta una o dos borraduras o enmendaduras, pero se entiende adecuada el procedimiento.	El trabajo presenta tres o cuatro borraduras o enmendaduras, presenta dificultad para entender el procedimiento por falta de orden.	El trabajo presenta más de cuatro borraduras o enmendaduras, presenta dificultad debido a la carencia de orden y desarrollo del procedimiento.
3	**Tarea completa** 20%	La tarea presenta todos los ejercicios resueltos.	A la tarea le falta un ejercicio.	A la tarea le falta dos ejercicios.	A la tarea le faltan más de dos ejercicios resueltos
4	**Análisis grafico** 20%	Realizó la gráfica de interpretación de todos los problemas analizados.	Le falta la gráfica de interpretación a un problema analizado.	Le falta la gráfica de interpretación a dos problemas analizados.	Le falta la gráfica de interpretación a dos o más problemas analizados.
5	**Puntualidad** 15%	El trabajo se entrega la hora y la fecha establecida.	El trabajo se entrega un día después de la fecha establecida.	El trabajo se entrega dos días después de la fecha establecida.	El trabajo se entrega con más de dos días de la fecha establecida.
Observaciones:					

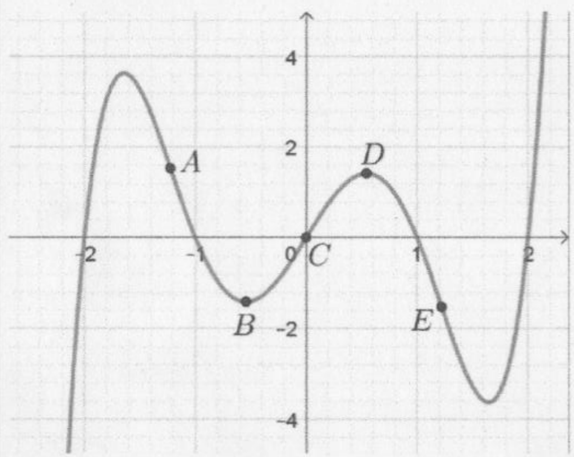
APÉNDICE O. Libro de Códigos de la Posprueba

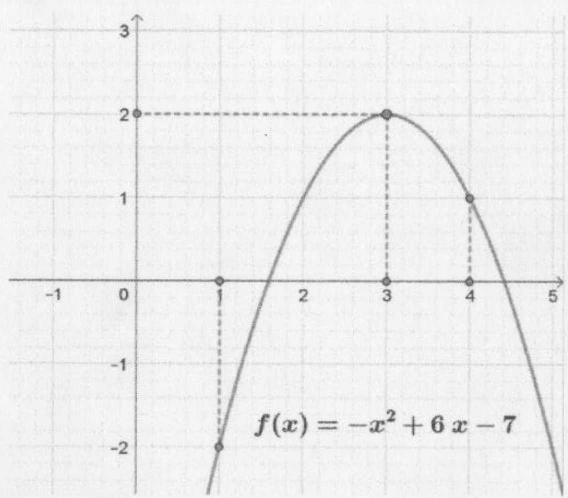
APÉNDICE O. Libro de Códigos de la Posprueba

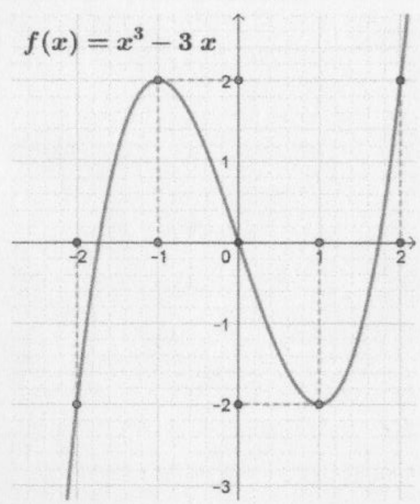
Indicadores de aprendizaje	Items	Respuestas	Código	Valor
Fundamentos teóricos	1. Una función es _____ cuando su derivada es positiva, y es _____ cuando su derivada es negativa.	a) decreciente, creciente	0	0
		b) máxima, mínima	0	0
		c) creciente, decreciente	1	2
		d) mínima, máxima	0	0
Manejo de información	2. Observa la siguiente gráfica y ubica los intervalos donde la función es **creciente**. 	a) Creciente: $-1 < x < 1$	1	4
		b) Creciente: $x < -1$	0	0
		c) Creciente: $x > 1$	0	0
		d) Creciente: $x > -1$	0	0

Fundamentos teóricos	3. La condición para que una función sea cóncava hacia arriba es _____, mientras que para que sea una función sea cóncava hacia abajo es _____.	a) $f''(x) \leq 0, f''(x) \geq 0$	0	0
		b) $f''(x) < 0, f''(x) > 0$	0	0
		c) $f''(x) > 0, f''(x) < 0$	1	2
		d) $f''(x) \geq 0, f''(x) \leq 0$	0	0
Problemas de aplicación	4. Encuentra los intervalos donde la función $f(x) = x^2 + 2x - 3$ es **decreciente**.	a) Decreciente: $x > -1$	0	0
		b) Decreciente: $x < -1$	1	7
		c) Decreciente: $x > -3$	0	0
		d) Decreciente: $x < -3$	0	0
Fundamentos teóricos	5. Un ___________ en una curva es el que separa los arcos que tienen concavidad con **sentidos opuestos**, la condición de su existencia es $f''(x) = 0$.	a) punto máximo	0	0
		b) punto de inflexión	1	2
		c) punto mínimo	0	0
		d) punto de concavidad	0	0
Fundamentos teóricos	6. Según el criterio de la segunda derivada, que condición debe cumplirse para que exista un valor máximo en una función.	a) $f(x)$ es un máximo si $f''(x) = 0$ y $f''(x)$ es positiva	0	0
		b) $f(x)$ es un máximo si $f'(x) = 0$ y $f''(x)$ es negativa	1	2
		c) $f(x)$ es un máximo si $f'(x) = 0$ y $f''(x)$ es positiva	0	0
		d) $f(x)$ es un máximo si $f''(x) = 0$ y $f''(x)$ es negativa	0	0

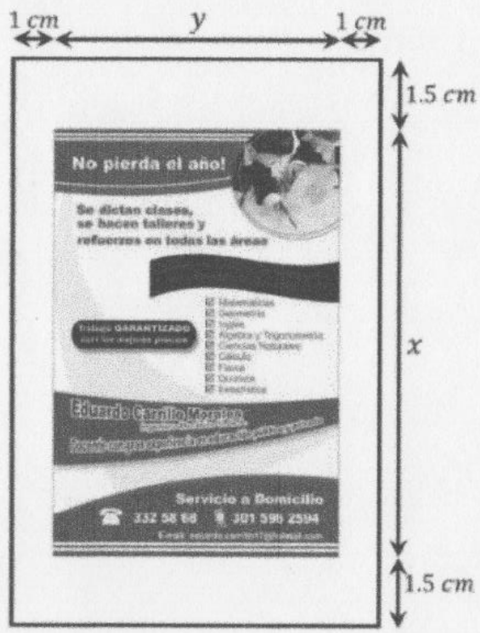
Manejo de información	7. El punto $P(2,1)$ representa el **punto de inflexión** de la función representada por la siguiente gráfica. De acuerdo con lo anterior, ¿cuál sería el intervalo donde la función es **cóncava hacia arriba**? 	a) Cóncava hacia arriba: $x < 2$ b) Cóncava hacia arriba: $x > 2$ c) Cóncava hacia arriba: $x > 3$ d) Cóncava hacia arriba: $x < 1$	0 1 0 0	0 4 0 0
Manejo de información	8. Calcula la derivada de la siguiente **función implícita** $x^2 + y^2 = 7$.	a) $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$ b) $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{2y}$ c) $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{2y}$ d) $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$	1 0 0 0	4 0 0 0

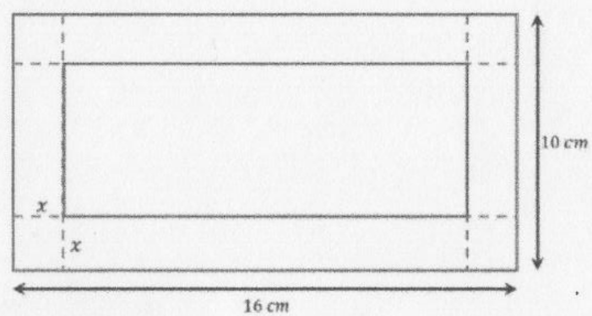
Manejo de información	9. Calcula la **segunda derivada** de la función $f(x) = 2x^5 - 3x^2 + 3x$.	a) $y'' = 10x^3 - 6x$ b) $y'' = 40x^3 - 6$ c) $y'' = 120x^3 - 6$ d) $y'' = 120x^3$	0 1 0 0	0 4 0 0
Fundamentos teóricos	10. Observa la siguiente gráfica y ubica los puntos máximos y mínimos y los puntos de inflexión de la función. 	a) Máximos: D Mínimos: B Puntos de inflexión: ACE b) Máximos: AD Mínimos: BE Puntos de inflexión: C c) Máximos: AC Mínimos: BE Puntos de inflexión: D d) Máximos: BE Mínimos: AD Puntos de inflexión: C	1 0 0 0	2 0 0 0
Problemas de aplicación	11. Determina la **ecuación de la recta tangente** a la curva $y = x^3 - 2x^2 + 4$ en el punto de coordenada (2,4).	a) Tangente: $4x + y + 4 = 0$ b) Tangente: $x + 4y - 1 = 0$ c) Tangente: $x - 4y + 1 = 0$ d) Tangente: $4x - y - 4 = 0$	0 0 0 1	0 0 0 7

Manejo de información	12. Del ejercicio 11, encuentra la **longitud de la subtangente**.	a) Subtangente: 4 b) Subtangente: -1 c) Subtangente: 1 d) Subtangente: -4	0 0 1 0	0 0 4 0
Problemas de aplicación	13. Calcula los **puntos máximos y mínimos relativos** de la función $f(x) = x^2 + 2x - 3$.	a) Máximo en $(1,4)$ b) Máximo en $(-1,-4)$ c) Mínimo en $(1,4)$ d) Mínimo en $(-1-4)$	0 0 0 1	0 0 0 7
Manejo de información	14. Sea f la gráfica siguiente obtenga visualmente el **valor máximo relativo** de la función en el intervalo $(1,4)$. 	a) Valor máximo relativo = 3 b) Valor máximo relativo = 2 c) Valor máximo relativo = 4 d) f no tiene valor máximo relativo	0 1 0 0	0 4 0 0

Problemas de aplicación	15. Calcula en qué intervalos la función $y = x^3 - 9x^2 + 24x + 7$ es **cóncava hacia arriba** o **cóncava hacia abajo**.	a) Cóncava hacia abajo: $x < 3$ Cóncava hacia arriba: $x > 3$ b) Cóncava hacia abajo: $x < -3$ Cóncava hacia arriba: $x > 3$ c) Cóncava hacia abajo: $x > 3$ Cóncava hacia arriba: $x < 3$ d) Cóncava hacia abajo: $x < -3$ Cóncava hacia arriba: $x > 3$	1 0 0 0	7 0 0 0
Manejo de información	16. Sea f la gráfica siguiente obtenga visualmente el **valores máximos** y **mínimos relativos** de la función en el intervalo $(-2,2)$.  	a) Valor máximo relativo = -1 Valor mínimo relativo = 1 b) Valor máximo relativo = -2 Valor mínimo relativo = 2 c) Valor máximo relativo = 2 Valor mínimo relativo = -2 d) Valor máximo relativo = 1 Valor mínimo relativo = -1	0 0 1 0	0 0 4 0

Problemas de aplicación	17. Para el **ejercicio 15**, calcula los **puntos de inflexión** de la función $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + 7$.	a) Tiene un punto de inflexión en $(-3,35)$ b) Tiene punto de inflexión en $(3,25)$ c) Tiene punto de inflexión en $(3,-25)$ d) No tiene punto de inflexión	0 1 0 0	0 7 0 0
Solución de problemas de optimización	18. Una maquiladora puede vender 1000 aparatos por mes a \$5.00 cada uno; si acepta bajar el precio unitario en dos centavos podrá vender 10 piezas más. Calcula cuantas piezas debe de vender para obtener el ingreso máximo y cuál será dicho ingreso. Toma en cuenta lo siguiente: • Número de unidades por vender: $C(x) = 1000 + x$ • Precio por cada unidad: $p(x) = 5 - 0.002x$ • El ingreso $I = C(x) \cdot p(x)$	a) Número de piezas: 1750 Ingreso máximo: \$6,125.00 b) Número de piezas: 1850 Ingreso máximo: \$6,125.00 c) Número de piezas: 1750 Ingreso máximo: \$6,750.00 d) Número de piezas: 1850 Ingreso máximo: \$6,750.00	1 0 0 0	9 0 0 0

Solución de problemas de optimización	19. En una imprenta se decide que un volante debe incluir 24 cm cuadrados de textos e imágenes; los márgenes superior e inferior deben tener 1.5 centímetros de ancho y los laterales un centímetro. Calcula las dimensiones mínimas de la hoja de cada impreso.  	a) Largo: 9 cm, Ancho: 6 cm b) Largo: 8 cm, Ancho: 5 cm c) Largo: 9 cm, Ancho: 5 cm d) Largo: 8 cm, Ancho: 6 cm	1 0 0 0	9 0 0 0

Solución de problemas de optimización	20. Se requiere construir una caja rectangular sin tapa utilizando una lámina de plata de 16 cm por 10 cm. Calcula la altura de la caja para que tenga el mayor volumen posible con el material disponible. 	a) La altura: 2cm, el largo: 8cm, la anchura: 8cm y el volumen máximo: 128 cm^2 b) La altura: 4cm, el largo: 6cm, la anchura: 6cm y el volumen máximo: 144cm^2 c) La altura: 2cm, el largo: 12cm, la anchura: 6cm y el volumen máximo: 144cm^2 d) La altura: 4cm, el largo: 8cm, la anchura: 6cm y el volumen máximo: 192cm^2	0 0 1 0	0 0 9 0
		PTOS		**100**

APÉNDICE P. Secuencia didáctica del Bloque IV de Cálculo Diferencial

APÉNDICE P. Secuencia Didáctica del Bloque IV de Cálculo Diferencial

SEDUC

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE

COBACAM

DATOS DE IDENTIFICACIÓN

Sistema:	BACHILLERATO GENERAL	**Semestre:**	QUINTO
Subsistema:	COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE CAMPECHE	**Asignatura/UAC:**	CÁLCULO DIFERENCIAL
Campo disciplinar:	MATEMÁTICAS	**Número de sesiones:** 16 Hrs	
Propósito del bloque: El estudiante conocerá los antecedentes históricos del cálculo diferencial y sus aplicaciones en la resolución de problemas del entorno.		**Bloque IV:** Calculas e interpretas máximos y mínimos aplicados a problemas de optimización	
Parcial: Segundo	**Grupo:** 501, 502	**Periodo de aplicación:** del 3 de noviembre al 8 de diciembre del 2017.	

CONTENIDOS	COMPETENCIAS	
Desempeños	**Genéricas**	**Atributos**
1.- Comprende el volumen máximo y lo aplica a través del diseño de envases como cilindros, cubos, prismas, esferas, entre otros. (OBTENER LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN IMPLÍCITA (SOLAMENTE FUNCIONES ALGEBRAICAS), OBTENER LA ECUACIÓN DE LA RECTA TANGENTE Y DE LA NORMAL A UNA FUNCIÓN EN UN PUNTO DADO (SOLAMENTE FUNCIONES ALGEBRAICAS), CALCULAR LA LONGITUD DE LA RECTA SUBTANGENTE Y DE LA SUBNORMAL A UNA FUNCIÓN EN UN PUNTO	5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos	5.1. Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de los pasos contribuye al alcance de un objetivo.

DADO, OBTENER DERIVADAS DE ORDEN SUPERIOR DE FUNCIONES ALGEBRAICAS - MÁXIMO 4 DERIVACIONES) 2.- Interpreta gráficas que representan diversos fenómenos naturales, producciones agrícolas e industriales, identifica máximos y mínimos absolutos y relativos. (SE REALIZARÁ EJERCICIOS DE INTERVALOS CRECIENTES Y DECRECIENTES). 3.- Establece modelos matemáticos y representaciones gráficas de producción de diversas empresas (manufactura, fabricación y elaboración de artesanías) para calcular sus máximos y mínimos de utilidad y emitir juicios sobre su situación económica (REPRESENTAR EN GRAFICAS LOS: MÁXIMOS Y MÍNIMOS, PUNTOS DE INFLEXIÓN, INTERVALOS CRECIENTES Y DECRECIENTES E INTERVALOS DE CONCAVIDAD DE UNA FUNCIÓN A PARTIR DE EJERCICIOS RESUELTOS). (SE REALIZARÁ EJERCICIOS DE PUNTOS DE INFLEXIÓN, E INTERVALOS DE CONCAVIDAD DE UNA FUNCIÓN) 4.- Calcula máximos y mínimos en funciones algebraicas y trascendentes aplicando métodos algebraicos. (SE REALIZARÁ EJERCICIOS DE LOS VALORES MÁXIMOS Y MÍNIMOS RELATIVOS DE UNA FUNCIÓN, APLICANDO EL CRITERIO DE LA SEGUNDA DERIVADA. POLINOMIOS DE GRADO TRES Y CUATRO DE RAÍCES RACIONALES.)		

OBJETOS DE APRENDIZAJE	HABILIDADES CONSTRUYE T	DISCIPLINARES BÁSICAS
DERIVACIÓN IMPLÍCITA 8/nov • Comprende las reglas para el cálculo de derivadas de funciones, la derivada implícita. ECUACIONES Y LONGITUDES DE RECTAS RELACIONADAS CON LA DERIVADA. 09/nov • Ecuación de la recta tangente y normal. LONGITUD DE LA SUBTANGENTE Y LA SUBNORMAL 09/nov DERIVADAS DE ORDEN SUPERIOR. 10/nov INTERVALOS CRECIENTES Y DECRECIENTES 15 y 16/nov INTERVALOS DE CONCAVIDAD Y PUNTOS DE INFLEXIÓN. 17 y 22/nov APLICACIONES DE LA DERIVADA 23/nov-06/dic • Cálculo de Valores máximos y mínimos relativos con el	ELIGE - T Toma responsable de decisiones: • Generación de emociones y consideración de consecuencias.	1. Construye interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales 2. Formula y resuelve problemas matemáticos aplicando diferentes enfoques. 8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

criterio de la primera derivada. 23 y 24/nov • Cálculo de Valores máximos y mínimos con el criterio de la segunda derivada. 29 y 30/nov • Problemas prácticos de máximos y mínimos en las áreas de ciencias: naturales, económico-administrativas, sociales y matemáticas. 01 y 06/dic		
Proyecto integrador: Portafolio de evidencias: Problemarios		

MOMENTOS DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

ACTIVIDADES DE APERTURA	ESTRATEGIA DE EVALUACIÓN	MATERIALES Y RECURSOS
ENCUADRE Y EVALUACION DIAGNOSTICA **Docente**: Realiza la introducción. Realiza preguntas directas para reactivar conocimientos previos. **Alumno**: Recuperación de conocimientos previos.	Evaluación diagnóstica Encuadre en una presentación Lluvia de ideas	**Equipo**: Computadora (centro de cómputo), USB, Video proyector. **Material**: Libro (Bibliografía), libreta, pintarron, marcadores, Borrador, lapiceros, papel bond, Hojas blancas.

ACTIVIDADES DE DESARROLLO	ESTRATEGIA DE EVALUACIÓN	MATERIALES Y RECURSOS
Docente: Preparar exposición y/ o presentación en PowerPoint de la derivación de funciones implícitas, cálculo de rectas tangentes, de rectas normales, la longitud de la subtangente y subnormal en un punto dado, cálculo de derivadas de orden superior (cuatro derivaciones).	Presentación en PowerPoint Lluvia de ideas	**Equipo**: Computadora (centro de cómputo), USB, Video proyector, Software GeoGebra **Material**: Libro (Bibliografía), libreta, pintarron, marcadores, Borrador, lapiceros, papel bond, Hojas blancas.
Propiciar un ambiente dinámico y creativo donde se despierte la participación del estudiante para realizar y calcular la derivación de funciones implícitas, cálculo de rectas tangentes, rectas normales, longitud de la subtangente y subnormal y derivadas de orden superior		Lecturas de carácter científico. Libros. Diccionarios. Calculadora.
Alumno: Elaborar apuntes sobre la exposición y/o presentación en PowerPoint de los ejemplos presentados.	Apuntes en la libreta	
Realizar ejercicios de derivación de funciones implícitas, cálculo de rectas tangentes, de rectas normales, la longitud de la subtangente	Ejercicios resueltos.	

y subnormal en un punto dado, cálculo de derivadas de orden superior, hasta cuatro derivaciones. Socializa los desempeños que lograron a partir de las competencias desarrolladas durante el bloque. **Docente:** Exposición y/o presentación en PowerPoint de la determinación de los intervalos de crecimiento y/o decremento en funciones algebraicas hasta cuarto grado y su representación en gráficas. **Alumno:** Realizar ejercicios de la determinación de los intervalos de crecimiento y/o decremento en funciones algebraicas hasta cuarto grado y su representación en gráficas. **Docente:** Exposición y/ o presentación en PowerPoint de la determinación de los intervalos de concavidad y de punto de inflexión, en una función, representar gráficamente la	Ejercicios resueltos.	

concavidad de la curva y puntos de inflexión si los hay. **Alumno:** Elaborar apuntes sobre la exposición y/o presentación en PowerPoint de los ejemplos presentados. Realizar ejercicios de la determinación de los intervalos de concavidad y de punto de inflexión, en una función, representar gráficamente la concavidad de la curva y puntos de inflexión si los hay. **Docente:** Exposición y/ o presentación en PowerPoint de la determinación de los puntos en donde una función algebraica presenta un máximo y/o mínimo relativo y representación en una gráfica usando el criterio de la primera y segunda derivada. Orientar y guiar sobre la construcción e interpretación de modelos matemáticos sencillos y calcula máximos y mínimos relativos.	Apuntes en la libreta Ejercicios resueltos.	

Alumno: Elaborar apuntes sobre la exposición y/o presentación en PowerPoint de los ejemplos presentados. Realizar ejercicios de la determinación de los puntos en donde una función algebraica presenta un máximo y/o mínimo relativo y su representación en una gráfica, usando el criterio de la primera y segunda derivada.	Apuntes en la libreta Ejercicios resueltos.	
ACTIVIDADES DE CIERRE	**ESTRATEGIA DE EVALUACIÓN**	**MATERIALES Y RECURSOS**
Docente: **MOMENTO CONSTRUYE -T** Propiciar el trabajo cooperativo para que los estudiantes desarrollen las actividades sobre la construcción e interpretación de modelos matemáticos sencillos y calculen máximos y mínimos relativos. Solicitar que a partir del producto final del bloque 1 (caja de máximo volumen) determinar	Ficha CONSTRUYE-T	**Equipo**: Computadora (centro de cómputo), USB, Video proyector **Material**: Libro (Bibliografía), libreta, pintarron, marcadores, Borrador, lapiceros, papel bond, Hojas blancas.

el su volumen máximo usando el cálculo diferencial. **Alumno:** Plantear modelos matemáticos en problemas, realizar la representación gráfica, calcular máximos y mínimos relativos. Determinar el volumen máximo de la caja usando cálculo diferencial. **Docente:** Propiciar un ambiente en el que los estudiantes expresen sus dudas sobre los procesos que presentaron mayor dificultad e invita a profundizar más sobre los temas tratados. **Alumnos:** Plantear sus dudas sobre los procesos en los que tuvieron mayor dificultad.	Apuntes en la libreta sobre ejercicios propuestos por el docente. Resolución de problemas de máximos y mínimos	

INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN	PORTAFOLIO DE EVIDENCIAS
• Rubrica de evaluación de ejercicios en clase. • Rubrica para la evaluación de los problemarios.	Problemarios

RECURSOS PARA CONSULTA
Básica: 1. Fuenlabrada, Samuel, Mc Graw Hill, Calculo Diferencial, tercera edición, ISBN-13: 978-970-10-6176-3. (**BASICO PRINCIPAL**) 2. Ortiz. Francisco, Grupo Editorial Patria, Calculo Diferencial, Primera Edición, ISBN 978-607-438-338-6. 3. Salazar Vásquez. Pedro, Colección Bachiller, Matemáticas IV, tercera edición, ISBN 970-638-083-3. **Complementaria:** 1. Larson, Hostetler, Edwars. Cálculo. México: McGraw-Hill, sexta edición,1999 2. Ayres, Frank, Cálculo Diferencial e Integral. México: McGraw-Hill, 1999. 3. Salazar Vázquez, Flores Botello y Sánchez Gutiérrez., Matemáticas IV "Colección Bachiller". México: Nueva imagen, segunda edición, 2002

VALIDACIÓN		
Elabora:	**Recibe:**	**Avala:**
Ing. José Guadalupe Jiménez García	Ing. Balbina del Carmen Chi Muñoz	Ing. Donaldo Contreras de los Santos
Profesor	Académico y/o Responsable del Centro	Director o Responsable del Centro

APÉNDICE Q. Matriz de los datos de Confiabilidad

	ITEMS																			
SUJETOS	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20
1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
2	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
4	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
5	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
6	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
7	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
8	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
10	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
12	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
13	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
14	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
15	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
17	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1
18	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0
19	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
20	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1
21	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1

APÉNDICE R. Matriz de datos de la Preprueba

Grupo Experimental

	REACTIVOS																				
SUJETOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	CAL
	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	7	4	7	9	9	9	100
1	2	4	2	0	0	0	0	0	0	2	0	4	0	4	0	4	0	0	0	0	22
2	0	0	0	0	0	2	0	4	4	2	0	0	0	4	0	4	0	0	0	0	20
3	0	0	0	7	0	0	4	4	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	19
4	2	4	2	0	2	0	0	0	0	2	0	4	0	0	0	4	0	0	0	0	20
5	2	0	2	0	2	0	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0	7	0	0	0	20
6	2	0	2	0	2	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	9	0	0	17
7	2	4	0	0	2	0	0	4	4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18
8	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	7	0	0	4	0	0	7	0	0	0	22
9	2	0	2	7	2	0	0	4	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	0	24
10	0	4	2	0	0	0	0	0	0	2	0	4	0	4	0	4	0	0	0	0	20
11	2	0	0	0	2	0	4	0	0	2	0	0	7	4	0	4	0	0	0	0	25
12	2	4	0	7	0	0	4	0	0	2	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	23
13	0	4	2	7	2	2	0	0	0	0	0	0	0	4	0	4	0	0	0	0	25
14	2	0	0	0	0	0	4	0	0	2	0	4	0	0	7	0	0	0	0	0	19
15	2	0	2	0	2	0	4	0	4	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	18
16	0	0	2	7	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0	0	7	0	0	0	23
17	2	4	2	0	2	0	4	0	0	2	0	4	0	4	0	0	0	0	0	0	24
18	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	7	4	0	0	0	0	15
19	2	0	0	0	2	0	4	4	0	2	0	0	0	4	0	4	0	0	0	0	22
20	2	4	2	0	2	0	4	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	18
21	2	0	2	0	2	0	0	0	0	2	0	0	7	0	0	4	0	0	0	0	19

Grupo Control

	REACTIVOS																				
SUJETOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	CAL
	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	7	4	7	9	9	9	100
1	0	0	0	7	0	0	4	0	0	2	0	0	0	4	0	4	0	0	0	0	21
2	0	4	0	0	0	0	0	0	4	2	0	0	0	0	7	0	7	0	0	0	24
3	0	0	0	0	2	0	0	4	4	2	7	0	0	4	0	0	0	0	0	0	23
4	2	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	4	0	9	0	0	23
5	0	0	0	7	0	2	0	4	4	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	0	24
6	2	4	0	0	0	0	0	4	0	2	0	0	0	4	0	4	0	0	0	0	20
7	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	7	4	0	4	0	0	0	0	19
8	2	0	2	0	2	0	0	0	0	2	0	4	0	0	0	0	7	0	0	0	19
9	0	0	2	0	2	2	0	0	4	2	0	4	0	4	0	4	0	0	0	0	24
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	2	0	2	0	0	4	4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	23
12	2	4	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8
13	0	0	2	0	0	2	0	4	0	0	0	0	0	0	0	4	0	9	0	0	21
14	2	4	2	0	0	2	0	0	0	0	0	4	0	4	7	0	0	0	0	0	25
15	2	4	0	0	0	0	0	4	4	2	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	23
16	0	0	0	0	0	0	0	4	4	0	7	4	0	4	0	0	0	0	0	0	23
17	2	4	2	0	2	0	0	0	0	2	0	4	0	4	0	0	0	0	0	0	20
18	2	4	0	0	2	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0	0	19
19	2	4	2	0	2	0	0	0	0	2	7	0	0	0	0	4	0	0	0	0	23
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	4	0	0	0	0	18

APÉNDICE S. Matriz de datos de la Posprueba

Grupo Experimental

	REACTIVOS																				
SUJETOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	CAL
	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	7	4	7	9	9	9	100
1	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	7	0	7	9	9	0	87
2	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	0	4	7	4	7	9	9	9	93
3	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	7	4	0	9	0	9	84
4	2	4	2	7	2	2	4	0	4	2	7	4	7	4	7	4	7	9	9	0	87
5	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	7	0	7	9	9	9	96
6	2	4	2	7	2	2	0	4	0	2	7	4	7	0	7	4	7	9	9	9	88
7	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	0	7	0	7	0	7	9	9	9	88
8	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	0	4	7	9	0	9	84
9	2	4	2	7	2	2	4	4	0	2	7	4	7	4	7	0	7	9	9	9	92
10	2	4	2	0	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	7	4	0	9	9	9	86
11	0	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	7	4	7	9	9	0	89
12	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	7	4	0	9	9	9	93
13	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	0	4	7	9	9	9	93
14	2	4	2	7	2	2	4	4	0	2	7	4	0	4	7	4	7	9	9	0	80
15	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	0	4	0	9	0	0	68
16	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	0	4	7	0	7	9	0	0	71
17	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	0	7	4	7	0	9	9	87
18	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	0	4	7	0	0	9	9	9	82
19	2	4	2	7	2	2	4	4	0	2	7	4	0	0	7	4	7	9	9	9	85
20	2	4	2	7	0	2	4	4	4	2	7	4	0	4	7	4	0	9	9	0	75
21	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	0	4	7	9	9	9	93

Grupo Control

	REACTIVOS																				
SUJETOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	TOTAL
	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	7	4	7	9	9	9	100
1	2	4	2	7	2	2	4	0	4	0	7	4	7	4	0	0	0	9	0	0	58
2	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	0	4	0	0	7	0	7	9	9	0	69
3	2	4	0	7	2	2	4	4	4	0	7	0	7	0	7	0	7	0	0	9	66
4	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	0	0	7	9	9	0	80
5	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	0	7	4	7	4	7	0	9	9	87
6	2	4	2	0	2	2	4	4	4	2	7	4	0	4	7	0	7	0	0	0	55
7	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	0	0	0	9	9	0	73
8	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	0	7	4	7	4	0	9	0	9	80
9	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	0	4	7	9	9	9	93
10	2	4	2	0	2	2	4	0	4	2	0	4	0	4	7	4	7	9	0	0	57
11	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	7	4	7	4	7	9	9	0	91
12	2	4	2	0	2	2	0	4	0	2	7	4	0	0	7	0	7	0	0	9	52
13	2	4	2	0	2	2	4	4	0	2	7	4	0	4	0	4	0	0	0	0	41
14	2	4	2	0	2	2	4	4	4	0	0	4	7	4	7	0	0	9	0	0	55
15	2	4	2	0	2	2	0	4	4	2	7	0	0	0	7	4	7	0	0	9	56
16	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	0	4	7	4	7	4	0	0	0	9	68
17	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	7	4	0	4	0	4	0	9	0	0	61
18	2	4	2	7	2	2	4	0	4	2	0	4	7	4	7	4	7	0	0	0	62
19	2	4	2	7	2	2	4	4	4	2	0	4	7	4	7	4	0	9	0	0	68
20	2	4	2	0	2	2	4	4	4	0	7	4	0	4	7	4	0	0	0	9	59
21	2	4	2	7	2	2	4	4	4	0	7	0	0	4	0	4	7	0	9	0	62

APÉNDICE T. Matriz de datos de la Encuesta de Satisfacción

	Items																
SUJETO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Actitud Antes	Actitud Después
1	3	3	1	2	2	4	5	5	4	5	2	3	4	4	4	2.2	4.0
2	2	2	2	2	2	4	5	4	5	5	1	2	4	4	4	2.0	3.8
3	2	2	3	1	2	4	5	4	4	5	1	2	4	4	5	2.0	3.8
4	2	2	1	2	2	5	5	4	4	5	1	1	5	5	5	1.8	4.0
5	1	2	1	2	2	5	4	4	4	5	2	1	5	5	5	1.6	4.0
6	3	2	2	2	2	4	5	4	4	5	2	2	5	5	4	2.2	4.0
7	3	3	3	2	2	4	5	4	3	5	2	2	4	4	5	2.6	3.8
8	3	3	2	2	2	5	5	5	5	5	3	4	5	5	5	2.4	4.7
9	2	2	2	2	2	5	4	3	5	4	2	2	5	5	5	2.0	4.0
10	1	2	1	1	2	4	5	4	4	5	1	1	4	4	5	1.4	3.7
11	1	1	1	2	2	5	5	3	5	5	1	1	4	4	5	1.4	3.8
12	3	3	2	1	2	5	5	3	5	5	1	2	4	4	5	2.2	3.9
13	2	2	2	1	2	4	4	4	3	5	2	2	4	4	5	1.8	3.7
14	2	2	2	1	1	4	4	4	3	5	2	2	4	5	5	1.6	3.8
15	2	2	3	2	2	5	5	5	5	5	2	2	5	5	5	2.2	4.4
16	2	2	3	1	1	5	4	5	5	5	4	4	5	5	5	1.8	4.7
17	2	3	4	2	2	5	5	5	5	5	3	2	5	4	5	2.6	4.4
18	4	3	5	2	2	5	5	4	4	5	2	2	5	5	5	3.2	4.2
19	2	2	2	2	2	4	4	4	4	5	2	2	5	4	5	2.0	3.9
20	1	1	1	2	2	5	5	5	5	5	2	2	5	5	5	1.4	4.4
21	2	2	2	2	2	4	4	4	5	5	2	2	5	4	5	2.0	4.0